SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019 – 2020
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút
Ngày thi: 02/06/2019

Bài I (2 điểm)

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{4\left(\sqrt{x}+1\right)}{25-x}$ và $B=\left(\dfrac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\dfrac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ $\left(x\ge 0,\ x\ne 25\right)$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P=AB$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Bài II (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 15 ngày làm xong. Nếu đội thứ nhất làm riêng trong 3 ngày rồi dừng lại và đội thứ hai làm tiếp công việc đó trong 5 ngày thì cả hai đội hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu mỗi đội làm riêng thì trong bao nhiêu ngày mới xong công việc trên?

2) Một bồn nước inox có dạng một hình trụ có chiều cao $1,75m$ và diện tích đáy là $0,32m^2$. Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước? (Bỏ qua bề dày của bồn nước).

Bài III (2 điểm)

1) Giải phương trình $x^4-7x^2-18=0$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\left(d\right): y=2mx-m^2+1$ và parabol $\left(P\right): y=x^2$.

a) Chứng minh $\left(d\right)$ luôn cắt $\left(P\right)$ tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để $\left(d\right)$ cắt $\left(P\right)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{-2}{x_1x_2}+1$.

Bài IV (3 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn $\left(AB<AC\right)$ nội tiếp đường tròn $\left(O\right)$. Hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

1) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF.

3) Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đường thẳng AO cắt đường thẳng BC tại điểm I, đường thẳng EF cắt đường thẳng AH tại điểm P. Chứng minh tam giác APE đồng dạng với tam giác AIB và đường thẳng KH song song với đường thẳng IP.

Bài V (0,5 điểm)

Cho biểu thức $P = a^4 + b^4 - ab,$ với a, b là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 + ab = 3.$ Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P.$

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO 10 – MÔN TOÁN – HÀ NỘI

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài I (2 điểm)

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{4\left(\sqrt{x}+1\right)}{25-x}$ và $B=\left(\dfrac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\dfrac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ $\left(x\ge 0,\ x\ne 25\right)$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P=AB$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Phương pháp:

1) Khi $x=9\ (tm)$ thay vào biểu thức để tính giá trị của biểu thức.

2) Quy đồng mẫu các phân thức rồi rút gọn biểu thức.

3) Tính biểu thức: $P=AB.$ Biểu thức $P\in\mathbb{Z}\Rightarrow$ tử số chia hết cho mẫu số.

Từ đó tìm các giá trị của $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow P\in\mathbb{Z}$ và tính được các giá trị của P và kết luận giá trị $x\in\mathbb{Z}$ để $P\in\mathbb{Z}$ và đạt giá trị lớn nhất.

Cách giải:

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{4\left(\sqrt{x}+1\right)}{25-x}$ **và** $B=\left(\dfrac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\dfrac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ $\left(x\ge 0,\ x\ne 25\right)$

1) Tính giá trị của biểu thức A ***khi*** $x=9.$

Khi $x=9\ (tm)$ thay vào biểu thức $A=\dfrac{4\left(\sqrt{x}+1\right)}{25-x}$ ta được:

$$A=\frac{4\left(\sqrt{9}+1\right)}{25-9}=\frac{4(3+1)}{16}=\frac{16}{16}=1.$$

Vậy với $x=9$ thì $A=1.$

2) Rút gọn biểu thức $B.$

Điều kiện: $x\ge 0,\ x\ne 25.$

$$B=\left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\frac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}=\left[\frac{15-\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}+\frac{2}{\sqrt{x}+5}\right].\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+1}$$

$$=\frac{15-\sqrt{x}+2\left(\sqrt{x}-5\right)}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}.\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+1}=\frac{15-\sqrt{x}+2\sqrt{x}-10}{\sqrt{x}+5}.\frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

$$=\frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+5}.\frac{1}{\sqrt{x}+1}=\frac{1}{\sqrt{x}+1}.$$

3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = AB$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Điều kiện: $x \ge 0,\ x \ne 25.$

Ta có: $P = A.B = \dfrac{4\left(\sqrt{x}+1\right)}{25-x}.\dfrac{1}{\sqrt{x}+1} = \dfrac{4}{25-x}.$

$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow P \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \dfrac{4}{25-x} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 4 \,\vdots\, (25-x)$ hay $(25-x) \in U(4)$

Mà $U(4) = \{\pm 1;\ \pm 2;\ \pm 4\} \Rightarrow (25-x) \in \{\pm 1;\ \pm 2; \pm 4\}.$

Ta có bảng giá trị:

$25-x$	-4	-2	-1	1	2	4
x	29 *(tm)*	27 *(tm)*	26 *(tm)*	24 *(tm)*	23 *(tm)*	1 *(tm)*
P	-1	-2	-4	4	2	1

$\Rightarrow$ với $x \in \{23;\ 24;\ 26;\ 27;\ 29\}$ thì $P \in \mathbb{Z}.$

Qua bảng giá trị ta thấy với $x = 24$ thì $P = 4$ là số nguyên lớn nhất.

Vậy $x = 24$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Bài II (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 15 ngày làm xong. Nếu đội thứ nhất làm riêng trong 3 ngày rồi dừng lại và đội thứ hai làm tiếp công việc đó trong 5 ngày thì cả hai đội hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu mỗi đội làm riêng thì trong bao nhiêu ngày mới xong công việc trên?

2) Một bồn nước inox có dạng một hình trụ có chiều cao $1,75m$ và diện tích đáy là $0,32m^2$. Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước? (Bỏ qua bề đáy của bồn nước).

Phương pháp:

1) Gọi số ngày làm một mình xong công việc của của đội 1 là x (ngày) $(x > 15)$

Số ngày làm một mình xong công việc của đội 2 là y (ngày) $(y > 15)$

Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn đã gọi và lập hệ phương trình.

Giải hệ phương trình tìm các ẩn và đối chiều với điều kiện rồi kết luận.

2) Công thức tính thể tích khối trụ có diện tích đáy S và chiều cao h là: $V = Sh.$

Cách giải:

1) Gọi số ngày làm một mình xong công việc của của đội 1 là x (ngày) $(x > 15)$

Số ngày làm một mình xong công việc của đội 2 là y (ngày) $(y > 15)$

Trong một ngày đội 1 làm được số phần công việc là: $\dfrac{1}{x}$ (công việc)

Trong một ngày đội 2 làm được số phần công việc là $\frac{1}{y}$ (công việc)

Vì hai đội làm chung trong 15 ngày thì xong nên ta có phương trình: $\frac{15}{x}+\frac{15}{y}=1$ (1)

Trong 3 ngày đội 1 làm được $\frac{3}{x}$ công việc, trong 5 ngày đội 2 làm được $\frac{5}{y}$ công việc.

Đội 1 làm trong 3 ngày và đội 2 làm trong 5 ngày được $25\%=\frac{1}{4}$ công việc nên ta có phương trình:

$\frac{3}{x}+\frac{5}{y}=\frac{1}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{15}{x}+\frac{15}{y}=1\\ \frac{3}{x}+\frac{5}{y}=\frac{1}{4}\end{cases}$

Đặt $\begin{cases}\frac{1}{x}=a\\ \frac{1}{y}=b\end{cases}$ ta được: $\begin{cases}15a+15b=1\\ 3a+5b=\frac{1}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\frac{1}{24}\\ b=\frac{1}{40}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{1}{24}\\ \frac{1}{y}=\frac{1}{40}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=24\ (tm)\\ y=40\ (tm)\end{cases}$

Vậy đội 1 làm một mình trong 24 ngày thì xong công việc, đội 2 làm một mình trong 40 ngày thì xong công việc.

2) Thể tích bồn nước là: $V=Sh=0,32.1,75=0,56m^3$

Vậy bồn nước đựng được $0,56m^3$ nước.

Bài III (2 điểm)

1) Giải phương trình $x^4-7x^2-18=0.$

2) Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy,$ cho đường thẳng $(d): y=2mx-m^2+1$ và parabol $(P): y=x^2.$

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{-2}{x_1x_2}+1.$

Phương pháp:

1) Giải phương trình đã cho bằng cách đặt ẩn phụ $x^2=t\ (t\ge 0).$

+) Giải phương trình tìm ẩn $t,$ đối chiếu với điều kiện rồi tìm $x.$

2) Xét phương trình hoành độ giao điểm.

a) Hai đồ thị hàm số cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình hoành độ giao điểm có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0.$

b) Sử dụng định lý Vi-et.

Cách giải:

1) Giải phương trình $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$

Đặt $x^2 = t\left(t \ge 0\right)$ ta có phương trình $t^2 - 7t - 18 = 0$

$$\Leftrightarrow t^2 - 9t + 2t - 18 = 0$$
$$\Leftrightarrow t\left(t-9\right) + 2\left(t-9\right) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left(t+2\right)\left(t-9\right) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t+2=0 \\ t-9=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-2\left(ktm\right) \\ t=9\left(tm\right) \end{array}\right.$$

Với $t = 9$ thì $x^2 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-3 \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là: $S = \left\{-3;3\right\}$

2) Parabol $\left(P\right): y = x^2$ và đường thẳng $\left(d\right): y = 2mx - m^2 + 1$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $\left(d\right)$ và parabol $\left(P\right)$ ta có

$$x^2 = 2mx - m^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0 \ (*)$$

Số giao điểm của (d) và (P) cũng chính là số nghiệm của phương trình (*)

Phương trình $\left(*\right)$ có $\Delta' = m^2 - \left(m^2 - 1\right) = 1 > 0$

a) Vì $\Delta' > 0$ nên phương trình $\left(*\right)$ luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m hay đường thẳng $\left(d\right)$ luôn cắt parabol $\left(P\right)$ tại hai điểm phân biệt.

b) Theo câu a) ta có đường thẳng $\left(d\right)$ luôn cắt parabol $\left(P\right)$ tại hai điểm phân biệt.

Gọi $x_1; x_2$ là hoành độ giao điểm của $\left(d\right)$ và $\left(P\right)$ thì $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình $\left(*\right)$

Theo hệ thức Vi-et ta có $\left\{\begin{array}{l} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = m^2 - 1 \end{array}\right.$

Xét $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{-2}{x_1x_2} + 1$ ĐK: $x_1x_2 \ne 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 \ne 0 \Leftrightarrow m \ne \pm 1$

$$\Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \frac{-2}{x_1x_2} + \frac{x_1x_2}{x_1x_2}$$

$\Rightarrow x_1 + x_2 = -2 + x_1 x_2$

$\Leftrightarrow 2m = -2 + m^2 - 1$

$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 3m + m - 3 = 0$

$\Leftrightarrow m(m-3) + (m-3) = 0$

$\Leftrightarrow (m+1)(m-3) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+1=0 \\ m-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \;\; (ktm) \\ m=3 \;\; (tm) \end{array}\right.$

Vậy $m = 3$ là giá trị thỏa mãn điều kiện đề bài.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn $(AB < AC)$ nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

1) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF.

3) Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đường thẳng AO cắt đường thẳng BC tại điểm I, đường thẳng EF cắt đường thẳng AH tại điểm P. Chứng minh tam giác APE đồng dạng với tam giác AIB và đường thẳng KH song song với đường thẳng IP.

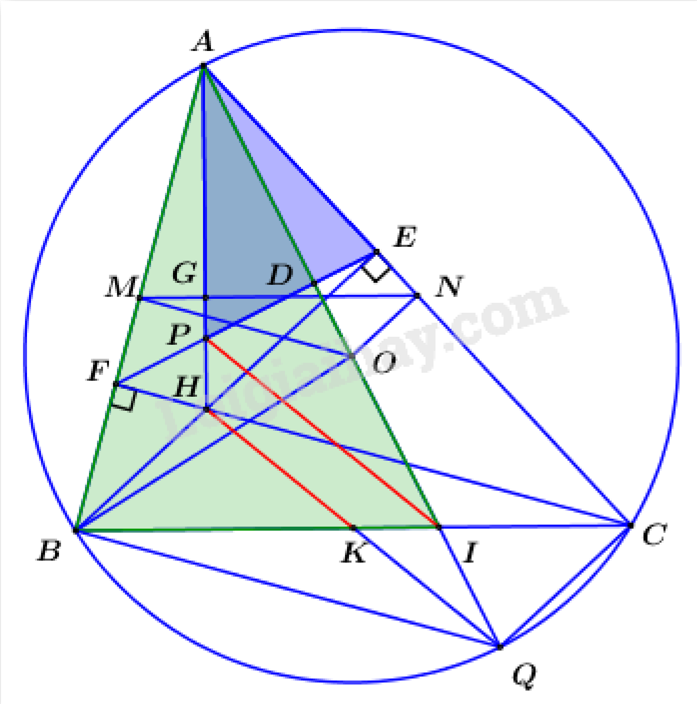
Phương pháp:

1) Chứng minh tứ giác nội tiếp bằng các dấu hiệu nhận biết.

2) Sử dụng định lý: Trong một đường tròn, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn một cung thì bằng nhau.

3) Chứng minh các cặp tam giác tương ứng đồng dạng để suy ra các góc bằng nhau và chứng minh $KH // IP$.

Cách giải:



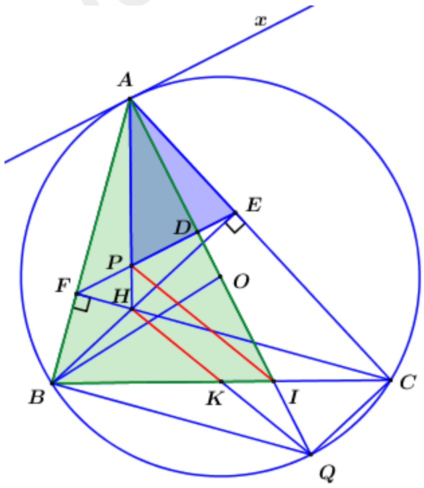
1) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F ***cùng thuộc một đường tròn.***

Ta có $\angle BEC = \angle BFC = 90^0$ $(gt) \Rightarrow$ Tứ giác $BFEC$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau).

Vậy bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh đường thẳng OA ***vuông góc với đường thẳng*** EF **.**

Cách 1:



b) Kẻ tiếp tuyến Ax của đường tròn tại A, ta có $Ax \perp OA$.

Ta có $\angle xAE = \angle ABC$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AC).

Mà $\angle ABC = \angle AEF$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp).

$\Rightarrow \angle xAE = \angle AEF$. Mà hai góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow EF // Ax$.

$\Rightarrow EF \perp OA$.

Cách 2:

Gọi $D = OA \cap EF$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC.

$\Rightarrow OM \perp AB, ON \perp AC$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung).

Xét tứ giác $AMON$ có $\angle AMO + \angle ANO = 90^0 + 90^0 = 180^0 \Rightarrow$ Tứ giác $AMON$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0).

Gọi $G = MN \cap AH$.

Ta có: H là trực tâm tam giác $ABC \Rightarrow AH \perp BC$.

Mà $MN // BC$ (MN là đường trung bình của tam giác ABC) $\Rightarrow MN \perp AH$ tại G.

Xét tam giác AMG và tam giác AON có:

$\angle AGM = \angle ANO = 90^0$;

$\angle AMG = \angle AMN = \angle AON$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AN) ;

$\Rightarrow \Delta AMG \backsim AON \ (g.g) \Rightarrow \angle MAG = \angle OAN$.

$\Rightarrow \angle MAG + \angle GAO = \angle OAN + \angle GAO$
$\Rightarrow \angle OAM = \angle GAN \Rightarrow \angle DAF = \angle GAN \ (1)$

Ta có : $\angle AFE = \angle ACB$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp) ;

Lại có $\angle ACB = \angle ANM$ (đồng vị)

$\Rightarrow \angle AFE = \angle ANM \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle DAF + \angle AFE = \angle GAN + \angle ANM = 90^0$.

$\Rightarrow \Delta ADF$ vuông tại $D \Rightarrow AD \perp DF$ hay $OA \perp EF$.

3) Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đường thẳng AO cắt đường thẳng BC tại điểm I, đường thẳng EF cắt đường thẳng AH tại điểm P. Chứng minh tam giác APE đồng dạng với tam giác AIB và đường thẳng KH song song với đường thẳng IP.

Ta đã chứng minh được $\angle DAF = \angle GAN$ hay $\angle IAB = \angle PAE$.

Lại có $\angle AEF = \angle ABC$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp) ;

$\Rightarrow \Delta APE \backsim \Delta AIB \ (g.g)$.

Kéo dài AI cắt (O) tại $Q \Rightarrow AQ$ là đường kính của (O).

Nối BQ, CQ ta có $\angle ABQ = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AB \perp BQ$.

Mà $CH \perp AB \Rightarrow CH // BQ$.

Hoàn toàn tương tự ta chứng minh được $BH // CQ$.

Suy ra $BHCQ$ là hình bình hành (Tứ giác có các cặp cạnh đối song song).

Mà K là trung điểm của $BC \ (gt) \Rightarrow K$ cũng là trung điểm của $HQ \Rightarrow H, K, Q$ thẳng hàng.

Ta có: $\Delta APE \backsim \Delta AIB\ (cmt) \Rightarrow \dfrac{AP}{AI} = \dfrac{AE}{AB}$ (3).

Xét tam giác AHE và tam giác AQB có:

$\angle AEH = \angle ABQ = 90^0$

$\angle QAB = \angle EAH\ (cmt)$ (do $\angle DAF = \angle GAN$).

$\Rightarrow \Delta AHE \backsim \Delta AQB\ (g.g) \Rightarrow \dfrac{AH}{AQ} = \dfrac{AE}{AB}$ (4).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \dfrac{AP}{AI} = \dfrac{AH}{AQ} \Rightarrow \dfrac{AP}{AH} = \dfrac{AI}{AQ} \Rightarrow PI\,//\,HQ$ (Định lí Ta-let đảo) (đpcm).

Bài V (0,5 điểm)

Cho biểu thức $P = a^4 + b^4 - ab,$ với a, b là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 + ab = 3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P.

Cách giải:

Ta có $a^2 + b^2 + ab = 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 3 - ab$

Ta thấy $(a-b)^2 \ge 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \ge 2ab \Leftrightarrow 3 - ab \ge 2ab \Leftrightarrow ab \le 1$

Lại có $(a+b)^2 \ge 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \ge -2ab \Leftrightarrow 3 - ab \ge -2ab \Leftrightarrow 3 \ge -ab \Leftrightarrow ab \ge -3$

$\Rightarrow -3 \le ab \le 1$.

Xét $a^2 + b^2 = 3 - ab$ với $-3 \le ab \le 1$

$\Leftrightarrow (a^2 + b^2)^2 = (3 - ab)^2$

$\Leftrightarrow a^4 + b^4 + 2a^2b^2 = 9 - 6ab + a^2b^2$

$\Leftrightarrow a^4 + b^4 = -a^2b^2 - 6ab + 9$

Khi đó $P = a^4 + b^4 - ab = -a^2b^2 - 6ab + 9 - ab = -(ab)^2 - 7ab + 9 = \dfrac{85}{4} - \left(ab + \dfrac{7}{2}\right)^2$

Vì $-3 \le ab \le 1 \Rightarrow \dfrac{1}{2} \le ab + \dfrac{7}{2} \le \dfrac{9}{2} \Leftrightarrow \left(ab + \dfrac{7}{2}\right)^2 \le \dfrac{81}{4}$.

Suy ra $P = \dfrac{85}{4} - \left(ab + \dfrac{7}{2}\right)^2 \ge \dfrac{85}{4} - \dfrac{81}{4} = 1 \Leftrightarrow P \ge 1$.

Dấu "=" xảy ra khi $ab = 1$ và $a^2 + b^2 = 2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1;\ b = 1 \\ a = -1;\ b = -1 \end{array}\right.$

Ta lại có $P = -(ab)^2 - 7ab + 9 = (ab+3)(-ab-4) + 21$

Mà $-3 \le ab \le 1$ nên $\begin{cases} ab + 3 \ge 0 \\ -ab - 4 < 0 \end{cases}$ nên $(ab+3)(-ab-4) \le 0 \Rightarrow P \le 21$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} ab = -3 \\ a^2 + b^2 + ab = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab = -3 \\ (a+b)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = \sqrt{3} \\ b = -\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} a = -\sqrt{3} \\ b = \sqrt{3} \end{cases} \end{array} \right.$

Vậy giá trị lớn nhất của P là 21; giá trị nhỏ nhất của P là 1.