SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2017 – 2018
Môn thi: **TOÁN**
Ngày thi: 9 tháng 6 năm 2017
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+5}+\dfrac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$, với $x\ge 0, x\ne 25$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 9.
2) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$.
3) Tìm tất cả các giá trị của x để $A=B.|x-4|$.

Bài II*(2,0 điểm)*

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một xe ô tô và xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Bài III(2 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x}+2\sqrt{y-1}=5\\ 4\sqrt{x}-\sqrt{y-1}=2\end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y=mx+5$.

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm A(0; 5) với mọi giá trị của *m*.

b) Tìm tất cả các giá trị của *m* để đường thẳng (d) cắt parabol (P): $y=x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2$ (với $x_1<x_2$) sao cho $|x_1|>|x_2|$.

Bài IV(3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC. Gọi M và N lần lượt là điểm chính giữa cung nhỏ AB và cung nhỏ BC. Hai dây AN và CM cắt nhau tại điểm I. Dây MN Cắt các cạnh AB và BC lần lươt tại các điểm H và K.

1) Chứng minh bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn.
2) Chứng minh $NB^2 = NK.NM$
3) Chứng minh tứ giác BHIK là hình thoi
4) Gọi P, Q lần lượt là tâm của các đường tròn ngoại tiếp tam giác MBK, tam giác MCK và E là trung điểm của đoạn PQ. Vẽ đường kính ND của đường tròn (O). Chứng minh ba điểm D, E, K thẳng hàng.

Bài V(0,5 điểm)

Cho các số thực a, b, c thay đổi luôn thỏa mãn: $a\ge 1, b\ge 1, c\ge 1$ $ab+bc+ca=9$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P=a^2+b^2+c^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Thực hiện: Ban chuyên môn Loigiaihay.com

Bài I

Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B=\frac{3}{\sqrt{x}+5}+\frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$, với $x\ge 0, x\ne 25$.

4) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 9.
5) Chứng minh $B=\frac{1}{\sqrt{x}-5}$.
6) Tìm tất cả các giá trị của x để $A=B.|x-4|$.

Hướng dẫn giải:

1) Khi x = 9 ta có: $A=\frac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-5}=\frac{\sqrt{3^2}+2}{\sqrt{3^2}-5}=\frac{3+2}{3-5}=-\frac{5}{2}$
2) Với $x\ge 0, x\ne 25$.

$$B=\frac{3}{\sqrt{x}+5}+\frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$$
$$=\frac{3\left(\sqrt{x}-5\right)}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}+\frac{20-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}$$
$$=\frac{3\left(\sqrt{x}-5\right)+20-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}$$
$$=\frac{3\sqrt{x}-15+20-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}$$
$$=\frac{\sqrt{x}+5}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{x}-5}$$

Ta có điều phải chứng minh.

3) với $x\ge 0, x\ne 25$.

$$A=B.|x-4|$$
$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}=\frac{1}{\sqrt{x}-5}|x-4|$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{x}+2=|x-4|(1)$$

TH1: Nếu $x\ge 4, x\ne 25$ ta được (1) trở thành:

$$\sqrt{x}+2=x-4\Leftrightarrow x-\sqrt{x}-6=0\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=3\Leftrightarrow x=9(tm)\\ \sqrt{x}=-2(ktm)\end{array}\right.$$

TH2: Nếu $0\le x<4$ ta được (1) trở thành:

$$\sqrt{x}+2=-x+4 \Leftrightarrow x+\sqrt{x}-2=0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1(tm)\\ \sqrt{x}=-2(ktm)\end{array}\right.$$

Vậy x = 9, x = 1 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài II

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một xe ô tô và xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Hướng dẫn giải.

Cách 1:

Gọi vận tốc của ô tô là x (km/h) (ĐK: x>10)

Do vận tốc của ô tô lớn hớn vận tốc cả xe máy là 10 km/h nên vận tốc của xe máy là x-10 (km/h)

Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\frac{120}{x}$ (h)

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{120}{x-10}$ (h)

Vì ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút $=\frac{3}{5}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x-10}-\frac{120}{x}=\frac{3}{5} \Leftrightarrow 120\left(\frac{1}{x-10}-\frac{1}{x}\right)=\frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{x-10}-\frac{1}{x}=\frac{1}{200}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-x+10}{(x-10)x}=\frac{1}{200}$$

$$\Rightarrow x(x-10)=2000 \Leftrightarrow x^2-10x-2000=0$$

$$\Leftrightarrow (x-50)(x+40)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=50(\text{tmdk})\\ x=-40(\text{ktmdk})\end{array}\right.$$

Vậy vận tốc của ô tô là 50 km/h và vận tốc của xe máy là 40 km/h.

Cách 2:

Gọi vận tốc của ô tô là x, vận tốc của xe máy là y (km/h) (ĐK: x>10; y>0)

Do vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc cả xe máy là 10 km/h nên ta có phương trình $x-y=10 \quad (1)$

Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\frac{120}{x}$ (h)

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{120}{y}$ (h)

Vì ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút $=\frac{3}{5}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{y}-\frac{120}{x}=\frac{3}{5}\quad(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}x-y=10\\ \frac{120}{y}-\frac{120}{x}=\frac{3}{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=10\\ 120\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\right)=\frac{3}{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=10\\ \frac{1}{y}-\frac{1}{x}=\frac{1}{200}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=10\\ \frac{x-y}{xy}=\frac{1}{200}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=10\\ xy=2000\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=10+y\\ (10+y)y=2000\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=10+y\\ y^2+10y-2000=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=10+y\\ \left[\begin{array}{ll}y=40 & (tm)\\ y=-50 & (ktm)\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=50\\ y=40\end{cases}(tm)$$

Vậy vận tốc của ô tô là 50 km/h và vận tốc của xe máy là 40 km/h.

Bài III:

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x}+2\sqrt{y-1}=5\\ 4\sqrt{x}-\sqrt{y-1}=2\end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y=mx+5$.

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm A(0; 5) với mọi giá trị của *m*.

b) Tìm tất cả các giá trị của *m* để đường thẳng (d) cắt parabol (P): $y=x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2$ (với $x_1<x_2$) sao cho $|x_1|>|x_2|$.

Hướng dẫn giải:

1) ĐKXĐ: $\begin{cases}x\ge 0\\ y\ge 1\end{cases}$.

Đặt $\begin{cases}\sqrt{x}=a\ge 0\\ \sqrt{y-1}=b\ge 0\end{cases}$. Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}a+2b=5\\ 4a-b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5-2b\\ 4(5-2b)-b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5-2b\\ 9b=18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5-2b\\ b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1(tm)\\ b=2(tm)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x}=1\\ \sqrt{y-1}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y-1=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1(tm)\\ y=5(tm)\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x;y)=(1;5)$.

2) Ta có: (d): $y = mx + 5$.

a) Thay tọa độ điểm A(0; 5) vào (d) ta được: 5 = m. 0 + 5 (luôn đúng)

Vậy đường thẳng (d) luôn đi qua điểm A(0; 5) với mọi giá trị của *m*.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 = mx + 5 \Leftrightarrow x^2 - mx - 5 = 0$ (*)

Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 + 20 > 0 \ \forall m$

Vậy đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $x_1; x_2$ với mọi *m*.

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = -5 \end{cases}$

Vì a.c < 0 nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt trái dấu $x_1 < 0 < x_2$

Để $|x_1| > |x_2|$ thì $x_1 + x_2 < 0 \Leftrightarrow m < 0$

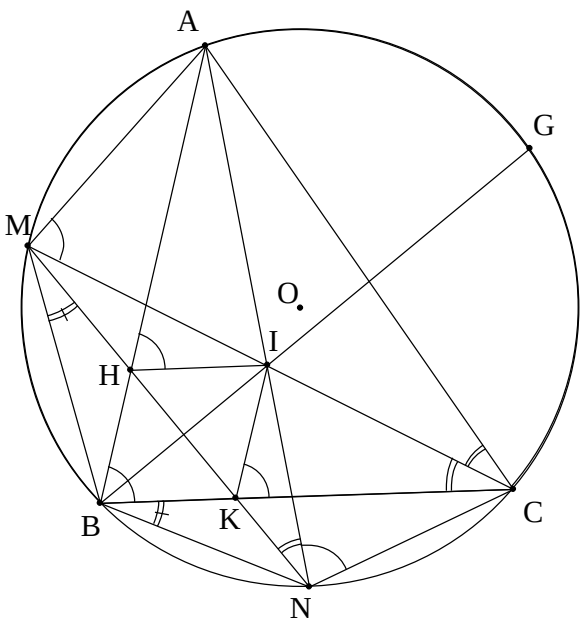
Vậy $m < 0$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Bài IV

Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC. Gọi M và N lần lượt là điểm chính giữa cung nhỏ AB và cung nhỏ BC. Hai dây AN và CM cắt nhau tại điểm I. Dây MN Cắt các cạnh AB và BC lần lươt tại các điểm H và K.

5) Chứng minh bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn.
6) Chứng minh $NB^2 = NK.NM$
7) Chứng minh tứ giác BHIK là hình thoi
8) Gọi P, Q lần lượt là tâm của các đường tròn ngoại tiếp tam giác MBK, tam giác MCK và E là trung điểm của đoạn PQ. Vẽ đường kính ND của đường tròn (O). Chứng minh ba điểm D, E, K thẳng hàng.

Hướng dẫn giải



1) Vì M là điểm chính giữa cung nhỏ AB của (O) (giả thiết)

Suy ra cungAM = cung MB

⇒ góc ACM = góc BCM (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Mà góc ACM = góc ANM (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AM)

⇒ góc MNA = góc BCM hay góc KNI = góc KCI

Xét tứ giác IKNC:

Góc KNI = góc KCI (cmt)

Mà C và N là hai đỉnh kề nhau

⇒ IKNC là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp)

⇒ 4 điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn

2) Vì ABNC là tứ giác nội tiếp nên góc NBC = góc NAC

Vì N là điểm chính giữa cung nhỏ BC của (O) nên góc NAC = góc NAB

Vì AMBN là tứ giác nội tiếp nên góc NAB = góc NMB

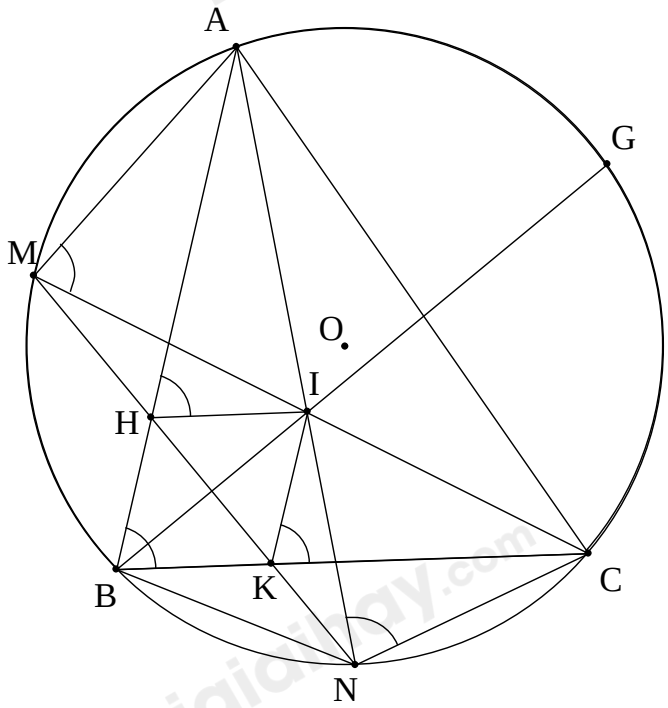
Suy ra góc NBC = góc NMB hay góc NBK = góc NMB

Xét Δ NBK và Δ NMB có góc NBK = góc NMB; góc MNB chung nên

$$\Delta NBK \backsim \Delta NMB\ (g.g) \Rightarrow \frac{NB}{NM} = \frac{NK}{NB} \Rightarrow NB^2 = NM.NK$$

3)

Tứ giác IKNC nội tiếp suy ra góc IKC = góc INC (hai góc nội tiếp cùng chắn cung IC)



Xét (O): Góc ABC = góc ANC (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

Suy ra góc ABC = góc IKC

Mà hai góc này ở vị trí đồng vị

Suy ra IK//HB (dhnb hai đt song song)

BI cắt (O) tại G.

Vì I là giao điểm ba đường phân giác của tam giác ABC nên G là điểm chính giữa cung AC và BI là phân giác góc ABC

Chứng minh tương tự câu a ta có tứ giác AMHI nội tiếp

Suy ra góc AHI = góc AMI (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AI)

Xét (O): Góc ABC = góc AMC (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

Suy ra góc ABC = góc AHI

Mà hai góc này ở vị trí đồng vị

Suy ra HI//BK (dhnb hai đt song song)

Xét tứ giác BHIK:

IK//HB (cmt)

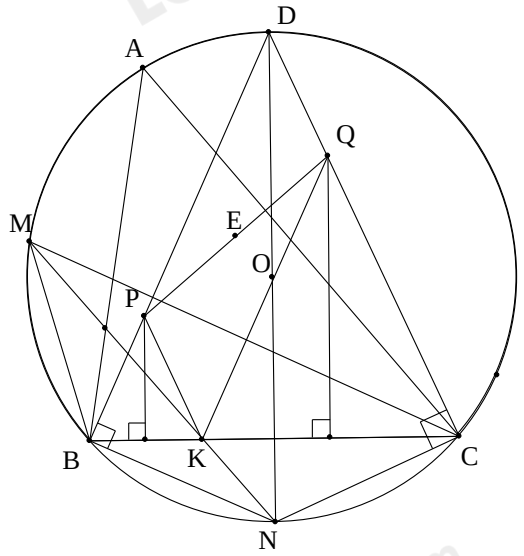
HI//BK (cmt)

Suy ra tứ giác BHIK là hình bình hành (dhnb HBH)

Mà BI là phân giác của góc HBK (cmt)

Suy ra tứ giác BHIK là hình thoi. (dhnb hình thoi)

4)



Vì góc NBK = góc BMK nên ta có BN là tiếp tuyến tại B của đường tròn (P) ngoại tiếp ΔMBK ⇒ BN ⊥ BP

Mà BN ⊥ BD do góc DBN = 90° (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

⇒ B, P, D thẳng hàng

Tương tự ta có C, Q, D thẳng hàng

Δ PBK và Δ DBC là 2 tam giác cân có chung góc ở đáy nên góc ở đỉnh của chúng bằng nhau

⇒ góc BPK = góc BDC

⇒ PK // DC ⇒ PK // DQ

Tương tự ta có DP // QK

Vậy DPKQ là hình bình hành ⇒ DK đi qua trung điểm PQ

⇒ D, E, K thẳng hàng.

Bài V

Cho các số thực a, b, c thay đổi luôn thỏa mãn: $a \ge 1, b \ge 1, c \ge 1$ $ab + bc + ca = 9$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$.

Hướng dẫn giải

+ Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương ta có

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \ge 2ab \\ b^2 + c^2 \ge 2bc \\ c^2 + a^2 \ge 2ca \end{cases} \Rightarrow 2\left(a^2 + b^2 + c^2\right) \ge 2\left(ab + bc + ca\right)$$

$$\Rightarrow P = a^2 + b^2 + c^2 \ge ab + bc + ca = 9$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \ge 1 \\ ab + bc + ca = 9 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \sqrt{3}$

+ Vì $\begin{cases} a \ge 1 \\ b \ge 1 \\ c \ge 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a-1)(b-1) \ge 0 \\ (b-1)(c-1) \ge 0 \\ (c-1)(a-1) \ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab - a - b + 1 \ge 0 \\ bc - b - c + 1 \ge 0 \\ ca - c - a + 1 \ge 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow ab + bc + ca - 2(a + b + c) + 3 \ge 0$$

$$\Rightarrow a + b + c \le \frac{ab + bc + ca + 3}{2}$$

$$a \le 1; b \le 1; c \le 1$$

Vì

$$\Rightarrow 3 \le a + b + c \le \frac{ab + bc + ca + 3}{2} = 6$$

$$\Rightarrow (a + b + c)^2 \le 36 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \le 36$$

$$\Rightarrow P \le 36 - 2(ab + bc + ca) = 18$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b = 1, c = 4 \\ a = 4, b = c = 1 \\ a = c = 1, b = 4 \end{array}\right.$

Vậy GTNN của P là 9, xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=\sqrt{3}$; GTLN của P là 18, xảy ra khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} a=b=1, c=4 \\ a=4, b=c=1 \\ a=c=1, b=4 \end{array}\right.$.