

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HÀ NỘI
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2018
MÔN THI: TOÁN
Thời gian: 120 phút (không tính thời gian giao
đề)

Bài 1. (1,5 điểm)

a) Trục căn thức ở mẫu của biểu thức $A = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$

b) Cho $a \geq 0, a \neq 4$. Chứng minh $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+2}} + \frac{2(\sqrt{a}-2)}{a-4} = 1$.

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 2y = 14 \\ 2x + 3y = 24 \end{cases}$$

b) Giải phương trình $4x + \frac{3}{x-1} = 11$

Bài 3. (1,5 điểm)

Vẽ đồ thị của các hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = x - 4$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Gọi A và B là các giao điểm của đồ thị hai hàm số trên. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB, với O là gốc tọa độ (đơn vị đo trên các tọa độ là centimet).

Bài 4 (1 điểm):

Cho phương trình $x^2 + 2(m-1)x + 4m - 11 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $2(x_1 - 1)^2 + (6 - x_2)(x_1x_2 + 11) = 72$.

Bài 5 (1 điểm):

Cạnh huyền của một tam giác vuông bằng 17 cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 7 cm. Tính diện tích của tam giác vuông đó.

Bài 6 (3 điểm):

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O có $AB < AC$. Trên cung nhỏ AC lấy điểm M khác A thỏa mãn $MA < MC$. Vẽ đường kính MN của đường tròn (O) và gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB, MN. Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm A, H, K, M cùng nằm trên một đường tròn.

b) $AH \cdot AK = HB \cdot MK$.

c) Khi điểm M di động trên cung nhỏ AC thì đường thẳng HK luôn qua một điểm cố định.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN : BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1.**Phương pháp:**

a) Sử dụng công thức trục căn thức ở mẫu thức: $\frac{1}{A-\sqrt{B}} = \frac{A+\sqrt{B}}{(A-\sqrt{B})(A+\sqrt{B})}$

b) Biến đổi về trái: Phân tích mẫu thức thành nhân tử sau đó rút gọn cho tử số.

Cách giải:

a) Trục căn thức ở mẫu của biểu thức $A = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$

$$A = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{2+\sqrt{3}}{2^2-(\sqrt{3})^2} = 2+\sqrt{3}$$

b) Cho $a \geq 0, a \neq 4$. Chứng minh $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} + \frac{2(\sqrt{a}-2)}{a-4} = 1$.

Với: $a \geq 0, a \neq 4$.

$$\begin{aligned} VT &= \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} + \frac{2(\sqrt{a}-2)}{a-4} \\ &= \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} + \frac{2(\sqrt{a}-2)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)} \\ &= \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} + \frac{2}{\sqrt{a}+2} \\ &= 1 = VP \end{aligned}$$

Vậy đẳng thức đã được chứng minh.

Bài 2.**Phương pháp:**

a) Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp thế hoặc cộng đại số

b) Tìm điều kiện cho mẫu khác 0. Quy đồng rồi khử mẫu sau đó quy về phương trình bậc hai một ẩn để tìm x.

Cách giải:

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x+2y=14 \\ 2x+3y=24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=14 \\ 2x+3y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=14-2y \\ 2x+3y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=14-2y \\ 2(14-2y)+3y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=14-2y \\ 28-y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=14-2y \\ y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=4 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (6; 4)$.

b) Giải phương trình $4x + \frac{3}{x-1} = 11$ (1)

Điều kiện: $x \neq 1$

$$\begin{aligned} 4x + \frac{3}{x-1} &= 11 \\ \Leftrightarrow \frac{4x(x-1)}{x-1} + \frac{3}{x-1} &= \frac{11(x-1)}{x-1} \\ \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 3 &= 11x - 11 \\ \Leftrightarrow 4x^2 - 15x + 14 &= 0 \quad (2) \end{aligned}$$

Ta có: $\Delta = (-15)^2 - 4.4.14 = 1 > 0$

Vậy phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt là:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{15-1}{8} = \frac{7}{4} (tm) \\ x_2 = \frac{15+1}{8} = 2 (tm) \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là: $S = \left\{ 2; \frac{7}{4} \right\}$

Bài 3.

Phương pháp:

Lập bảng giá trị tương ứng của x và y. Sau đó vẽ đồ thị 2 hàm số trên cùng hệ trục tọa độ và đi qua các điểm trong bảng giá trị.

Cách giải:

+) **Vẽ đồ thị hàm số:** $y = -\frac{1}{2}x^2$

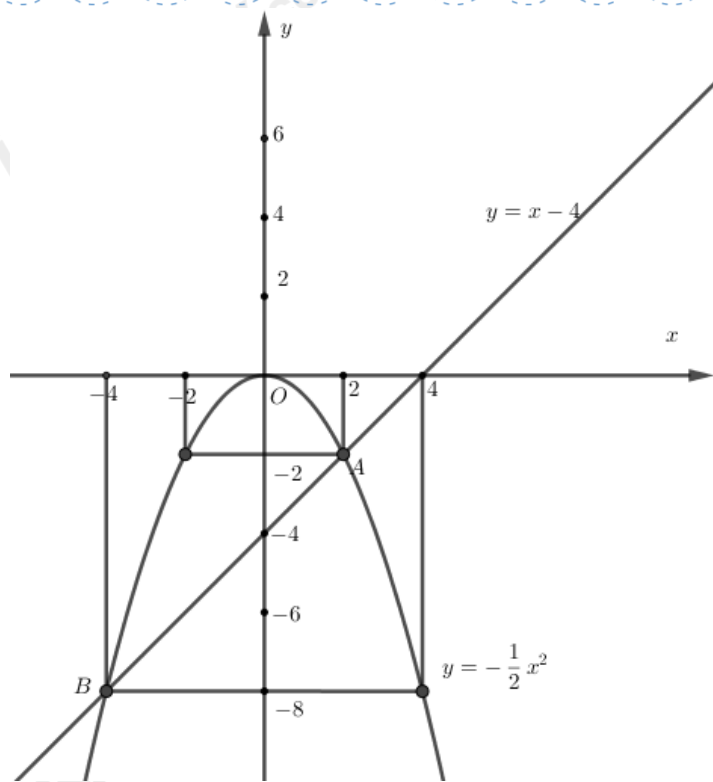
x	-4	-2	0	2	4
y	-8	-2	0	-2	-8

Khi đó đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có hình dạng là 1 Parabol và đi qua các điểm $(-4; -8); (-2; -2); (0; 0); (2; -2); (4; -8)$

+) **Vẽ đồ thị hàm số:** $y = x - 4$

x	0	4
y	-4	0

Khi đó đồ thị hàm số $y = x - 4$ là một đường thẳng và đi qua các điểm $(0; -4); (4; 0)$

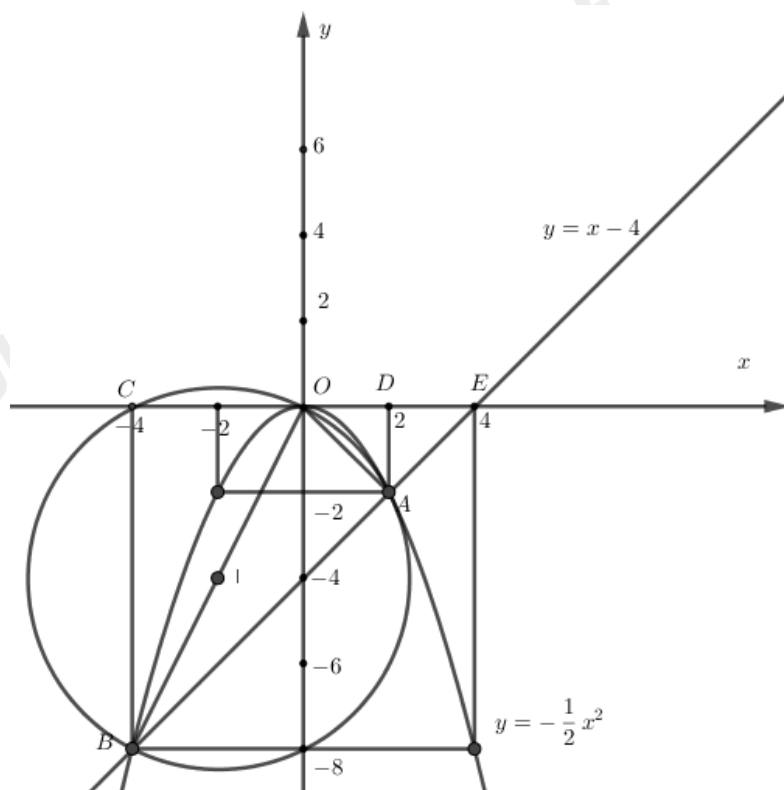


+) Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = x - 4$ là:

$$-\frac{1}{2}x^2 = x - 4 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$x = 2 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow A(2; -2)$$

$$x = -4 \Rightarrow y = -8 \Rightarrow B(-4; -8)$$



Xét tam giác OAE ta có: $OD = DE = \frac{1}{2}OE = 2\text{cm}$; $AD = 2\text{cm}$ nên tam giác OAE vuông tại A.

Khi đó ta có: $OA \perp AB$ nên tam giác OAB vuông tại A.

Ta có tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là trung điểm của cạnh huyền OB và bán kính của đường tròn $= \frac{1}{2}OB$

Ta có: Áp dụng định lý pitago trong tam giác vuông OBC có: $OB^2 = OC^2 + BC^2 = 4^2 + 8^2 = 80 \Rightarrow OB = 4\sqrt{5}$

Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là $\frac{1}{2}OB = 2\sqrt{5}$

Bài 4:

Phương pháp:

+) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$.

+) Áp dụng hệ thức Vi-ét $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$ và hệ thức bài cho để tìm giá trị của m .

Cách giải:

Cho phương trình $x^2 + 2(m-1)x + 4m - 11 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $2(x_1 - 1)^2 + (6 - x_2)(x_1 x_2 + 11) = 72$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 - 4m + 11 > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 - 4m + 11 > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 12 > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 9 + 3 > 0$$

$$\Leftrightarrow (m-3)^2 + 3 > 0.$$

$$\forall (m-3)^2 \geq 0 \quad \forall m \Rightarrow (m-3)^2 + 3 > 0 \quad \forall m \Rightarrow \Delta' > 0 \quad \forall m.$$

Hay phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m .

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m-1) \\ x_1 x_2 = 4m - 11 \end{cases}$$

Vì $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $x^2 + 2(m-1)x + 4m - 11 = 0$ nên ta có:

$$\begin{cases} 2x_1^2 + 4(m-1)x_1 + 8m - 22 = 0 \\ x_2^2 + 2(m-1)x_2 + 4m - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1^2 = -4(m-1)x_1 - 8m + 22 \\ x_2^2 = -2(m-1)x_2 - 4m + 11 \end{cases}$$

$$2(x_1 - 1)^2 + (6 - x_2)(x_1 x_2 + 11) = 72$$

$$\Leftrightarrow 2x_1^2 - 4x_1 + 2 + 6x_1 x_2 + 66 - x_1 x_2^2 - 11x_2 = 72$$

$$\Leftrightarrow -4(m-1)x_1 - 8m + 22 - 4x_1 + 6x_1 x_2 - x_1(-2(m-1)x_2 - 4m + 11) - 11x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow -4mx_1 + 4x_1 - 8m + 22 - 4x_1 + 6x_1 x_2 + 2(m-1)x_1 x_2 + 4mx_1 - 11x_1 - 11x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow (2m+4)x_1 x_2 - 11(x_1 + x_2) = 8m - 18$$

$$\Leftrightarrow (2m+4)(4m-11) + 22(m-1) = 8m - 18$$

$$\Leftrightarrow 8m^2 - 22m + 16m - 44 + 22m - 22 = 8m - 18$$

$$\Leftrightarrow 8m^2 + 8m - 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 3m - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m-2) + 3(m-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+3)(m-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy $m = -3$ hoặc $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 5:

Phương pháp:

Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

- +) Gọi ẩn và đặt điều kiện cho ẩn.
- +) Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và đại lượng đã biết.
- +) Dựa vào giả thiết của bài toán để lập phương trình.
- +) Giải phương trình tìm ẩn và đối chiếu với điều kiện của ẩn rồi kết luận.

Cách giải:

Cạnh huyền của một tam giác vuông bằng 17 cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 7 cm. Tính diện tích của tam giác vuông đó.

Gọi độ dài một cạnh góc vuông lớn hơn của tam giác vuông là x (cm), ($7 < x < 17$).

Khi đó độ cạnh góc vuông còn lại của tam giác vuông đó là: $x - 7$ (cm)

Áp dụng định lý Pi-ta-go cho tam giác vuông này ta có phương trình:

$$x^2 + (x - 7)^2 = 17^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 14x + 49 = 289$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 14x - 240 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x - 15)(x + 8) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 15 = 0 \\ x + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \text{ (tm)} \\ x = -8 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

⇒ độ dài cạnh còn lại của tam giác vuông là: $15 - 7 = 8\text{cm}$.

Vậy diện tích của tam giác vuông đó là: $S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 = 60\text{ cm}^2$.

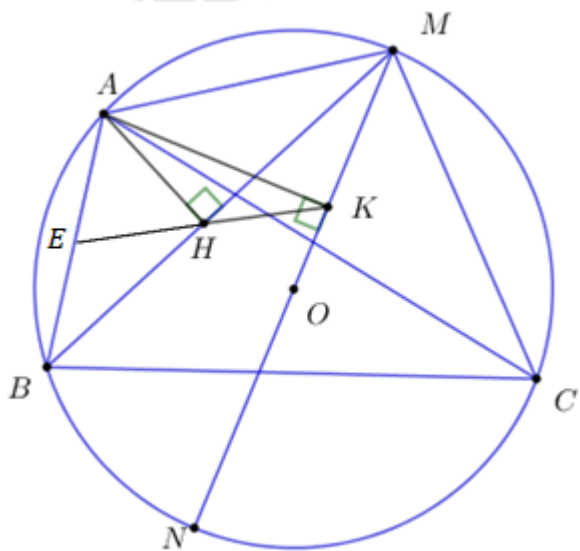
Bài 6:

Phương pháp:

- a) Chứng minh tứ giác AHKM là tứ giác nội tiếp.
- b) Chứng minh tam giác AMK và BAH đồng dạng theo trường hợp góc – góc.
- c) Kéo dài HK cắt AB tại E, chứng minh E là trung điểm của AB.

Cách giải:

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O có $AB < AC$. Trên cung nhỏ AC lấy điểm M khác A thỏa mãn $MA < MC$. Vẽ đường kính MN của đường tròn (O) và gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB, MN. Chứng minh rằng:



a) Bốn điểm A, H, K, M cùng nằm trên một đường tròn.

Xét tứ giác AHKM ta có: $\angle AHM = \angle AKM = 90^\circ$ (gt)

Mà hai góc này là góc kề cạnh HK và cùng nhìn đoạn AM.

⇒ AHKM là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết).

Hay bốn điểm A, H, K, M cùng nằm trên một đường tròn (đpcm).

b) AH.AK = HB.MK.

Ta có :

$$\begin{cases} \angle AMK = \frac{1}{2} \text{sd AN} \\ \angle ABH = \frac{1}{2} \text{sd AM} \end{cases} \Rightarrow \angle AMK + \angle ABH = \frac{1}{2} (\text{sd AN} + \text{sd AM})$$

Mà $\text{sd AN} + \text{sd AM} = \text{sd MAN} = 180^\circ \Rightarrow \angle AMK + \angle ABH = 90^\circ$

Mà $ABH + BAH = 90^\circ$ (tam giác ABH vuông tại H).

$$\Rightarrow AMK = BAH.$$

Xét tam giác AMK và tam giác BAH có :

$$AKM = BHA = 90^\circ$$

$$AMK = BAH \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \Delta AMK \sim \Delta BAH \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AK}{HB} = \frac{MK}{AH} \Rightarrow AH \cdot AK = HB \cdot MK$$

c) Khi điểm M di động trên cung nhỏ AC thì đường thẳng HK luôn qua một điểm cố định.

Kéo dài HK cắt AB tại E.

Ta có $MAK = MHK$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MK).

Lại có $MHK = EHB$ (đối đỉnh)

$$\Rightarrow MAK = EHB$$

Do $\Delta AMK \sim \Delta BAH$ (cmt) $\Rightarrow MAK = ABH = EBH$

$$\Rightarrow EHB = EBH \Rightarrow \Delta EHB \text{ cân tại E.}$$

$$\Rightarrow EH = EB \text{ (1).}$$

Ta có $EBH + EAH = 90^\circ$ (Tam giác ABH vuông tại H)

$$EHB + EHA = AHB = 90^\circ$$

$$\Rightarrow EAH = EHA \Rightarrow \Delta EAH \text{ cân tại E} \Rightarrow EA = EH \text{ (2).}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow EA = EB \Rightarrow E$ là trung điểm của AB. Do A, B cố định $\Rightarrow E$ cố định.

Vậy khi M di chuyển trên cung nhỏ AC thì HK luôn đi qua trung điểm của AB (đpcm).