SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỒNG NAI
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019 – 2020
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 (1,75 điểm):

1) Giải phương trình: $2x^2 - 7x + 6 = 0.$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 3x + 4y = 18 \end{cases}.$

3) Giải phương trình: $x^4 + 7x^2 - 18 = 0.$

Câu 2 (2,25 điểm):

1) Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = -\dfrac{1}{2}x^2,\ y = 2x - 1$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

2) Tìm các tham số thực m để hai đường thẳng $y = \left(m^2 + 1\right)x + m$ và $y = 2x - 1$ song song với nhau.

3) Tìm các số thực x để biểu thức $M = \sqrt{3x - 5} - \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 4}}$ xác định.

Câu 3 (2 điểm):

1) Cho tam giác MNP vuông tại N có $MN = 4a,\ NP = 3a$ với $0 < a \in \mathbb{R}$. Tính theo a diện tích xung quanh của hình nón tạo bởi tam giác MNP quay quanh đường thẳng MN.

2) Cho $x_1,\ x_2$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$. Hãy lập một phương trình bậc hai một ẩn có hai nghiệm $2x_1 - \left(x_2\right)^2$ và $2x_2 - \left(x_1\right)^2$.

3) Bác B vay ở một ngân hàng 100 triệu đồng để sản xuất trong thời hạn 1 năm. Lẽ ra đúng 1 năm sau bác phải trả cả tiền vốn và lãi, song bác đã được ngân hàng cho kéo dài thời hạn thêm 1 năm nữa, số tiền lãi của năm đầu được tính gộp vào với tiền vốn để tính lãi năm sau và lãi suất vẫn như cũ. Hết 2 năm bác B phải trả tất cả là 121 triệu đồng. Hỏi lãi suất cho vay của ngân hàng đó là bao nhiêu phần trăm trong 1 năm?

Câu 4 (1 điểm):

1) Rút gọn biểu thức $P = \left(\dfrac{\sqrt{a} + a}{1 + \sqrt{a}}\right)\left(\dfrac{a - 3\sqrt{a} + 2}{\sqrt{a} - 2}\right)$ (với $a \ge 0$ và $a \ne 4$).

2) Tìm các số thực x và y thỏa mãn $\begin{cases} 4x^2 - xy = 2 \\ y^2 - 3xy = -2 \end{cases}.$

Câu 5 (2,5 điểm):

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại trực tâm H. Biết ba góc $\angle CAB, \angle ABC, \angle BCA$ đều là góc nhọn.

1) Chứng minh bốn điểm B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh DE vuông góc với OA.

3) Cho M,N lần lượt là trung điểm của hai đoạn BC,AH. Cho K,L lần lượt là giao điểm của hai đường thẳng OM và CE, MN và BD. Chứng minh KL song song với AC.

Câu 6 (0,5 điểm):

Cho ba số thực a,b,c. Chứng minh rằng:

$$\left(a^2-bc\right)^3+\left(b^2-ca\right)^3+\left(c^2-ab\right)^3\ge 3\left(a^2-bc\right)\left(b^2-ca\right)\left(c^2-ab\right).$$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN BỞI BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1

Phương pháp:

1) Giải phương trình bằng sử dụng công thức nghiệm của phương trình bậc hai.

2) Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số.

3) Giải phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ: $x^2 = t\ (t \ge 0)$.

Cách giải:

1) Giải phương trình: $2x^2 - 7x + 6 = 0.$

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4.2.6 = 1 > 0$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $\left[\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{7+\sqrt{1}}{2.2} = 2 \\ x_2 = \dfrac{7-\sqrt{1}}{2.2} = \dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{\dfrac{3}{2}; 2\right\}$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 3x + 4y = 18 \end{cases}$.

$$\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 3x + 4y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 9y = -15 \\ 6x + 8y = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17y = 51 \\ x = \dfrac{3y-5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = \dfrac{3.3-5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (2; 3)$.

3) Giải phương trình: $x^4 + 7x^2 - 18 = 0.$

Đặt $x^2 = t\ \ (t \ge 0)$. Khi đó ta có phương trình $\Leftrightarrow t^2 + 7t - 18 = 0\ \ (1)$

Ta có: $\Delta = 7^2 + 4.18 = 121 > 0$

$\Rightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt: $\left[\begin{array}{l} t_1 = \dfrac{-7+\sqrt{121}}{2} = \dfrac{-7+11}{2} = 2\ \ (tm) \\ t_2 = \dfrac{-7-\sqrt{121}}{2} = \dfrac{-7-11}{2} = -9\ \ (ktm) \end{array}\right.$

Với $t=2\Rightarrow x^2=2\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}.$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm: $S=\left\{-\sqrt{2};\sqrt{2}\right\}.$

Câu 2

Phương pháp:

1) Lập bảng giá trị, vẽ đồ thị của hai hàm số trên cùng hệ trục tọa độ.

2) Hai đường thẳng $y=a_1x+b_1$ và $y=a_2x+b_2$ là hai đường thẳng song song $\Leftrightarrow\begin{cases}a_1=a_2\\b_1\neq b_2\end{cases}.$

3) Biểu thức: $\sqrt{f\left(x\right)}$ xác định $\Leftrightarrow f\left(x\right)\geq 0.$

Biểu thức: $\dfrac{1}{f\left(x\right)}$ xác định $\Leftrightarrow f\left(x\right)\neq 0.$

Cách giải:

1) Vẽ đồ thị của hai hàm số $y=-\dfrac{1}{2}x^2,\ y=2x-1$ ***trên cùng một mặt phẳng tọa độ.***

+) Vẽ đồ thị hàm số $y=-\dfrac{1}{2}x^2$

Ta có bảng giá trị:

x	-4	-2	0	2	4
$y=-\dfrac{1}{2}x^2$	-8	-2	0	-2	-8

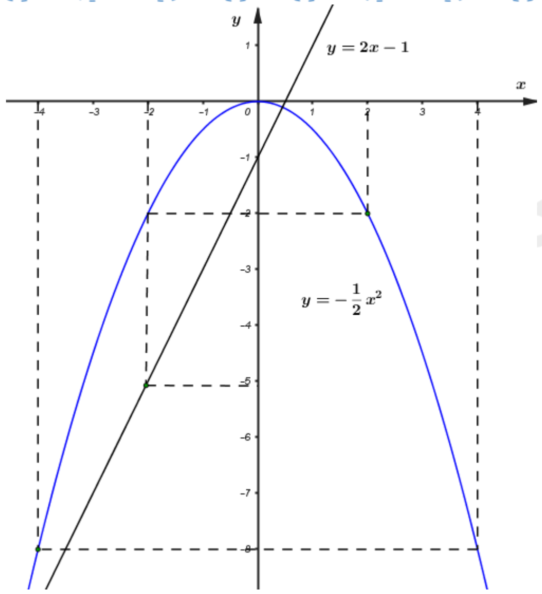
Vậy đồ thị hàm số $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ là đường cong đi qua các điểm $\left(-4;-8\right),\left(-2;-2\right),\left(0;0\right),\left(2;-2\right),\left(4;-8\right)$ và nhận trục Oy làm trục đối xứng.

+) Vẽ đồ thị hàm số $y=2x-1$:

Ta có bảng giá trị:

x	0	-2
$y=2x-1$	-1	-5

Vậy đường thẳng $y=2x-1$ là đường thẳng đi qua hai điểm: $\left(0;-1\right),\ \left(-2;-5\right).$



2) Tìm các tham số thực m để hai đường thẳng $y=\left(m^2+1\right)x+m$ và $y=2x-1$ song song với nhau.

Hai đường thẳng $y=\left(m^2+1\right)x+m$ và $y=2x-1$ song song với nhau

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2+1=2 \\ m\ne -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2=1 \\ m\ne -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-1 \end{array}\right. \\ m\ne -1 \end{cases} \Leftrightarrow m=1.$$

Vậy $m=1$ thỏa mãn bài toán.

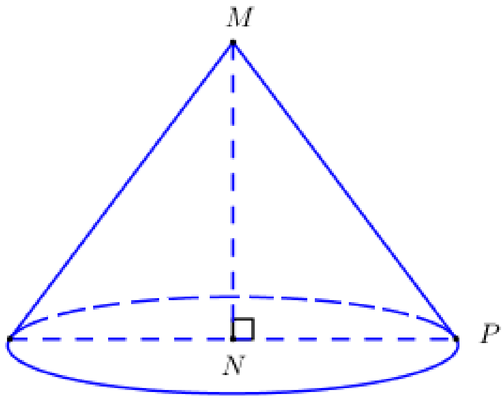
3) Tìm các số thực x để biểu thức $M=\sqrt{3x-5}-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2-4}}$ xác định.

Biểu thức M đã cho xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-5\ge 0 \\ x^2-4\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x\ge 5 \\ x^2\ne 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{5}{3} \\ x\ne \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{5}{3} \\ x\ne 2 \end{cases}.$

Vậy biểu thức M xác định khi và chỉ khi $x\ge \dfrac{5}{3},\ x\ne 2.$

Câu 3 (2 điểm)

1) Cho tam giác MNP vuông tại N có $MN=4a,\ NP=3a$ với $0<a\in\mathbb{R}$. Tính theo a diện tích xung quanh của hình nón tạo bởi tam giác MNP quay quanh đường thẳng MN.



Khi xoay tam giác MNP vuông tại N quanh đường thẳng MN ta được hình nón có chiều cao $h = MN = 4a$ và bán kính đáy $R = NP = 3a$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông MNP ta có:

$$MP^2 = MN^2 + NP^2 = (4a)^2 + (3a)^2 = 25a^2$$

$$\Rightarrow MP = \sqrt{25a^2} = 5a\ (Do\ a > 0)$$

Do đó hình nón có đồ dài đường sinh là $l = MP = 5a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi Rl = \pi.3a.5a = 15\pi a^2$.

2) Cho $x_1,\ x_2$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$. Hãy lập một phương trình bậc hai một ẩn có hai nghiệm $2x_1 - (x_2)^2$ và $2x_2 - (x_1)^2$.

Phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ có 2 nghiệm $x_1,\ x_2$ (gt) nên áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1x_2 = 1 \end{cases}$.

Xét các tổng và tích sau:

$$S = 2x_1 - (x_2)^2 + 2x_2 - (x_1)^2 = 2(x_1 + x_2) - (x_1^2 + x_2^2)$$

$$= 2(x_1 + x_2) - \left[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2\right] = 2.3 - \left[3^2 - 2.1\right] = -1$$

$$P = \left[2x_1 - (x_2)^2\right]\left[2x_2 - (x_1)^2\right] = 4x_1x_2 - 2x_1^3 - 2x_2^3 + (x_1x_2)^2$$

$$= 4x_1x_2 - 2(x_1^3 + x_2^3) + (x_1x_2)^2$$

$$= 4x_1x_2 - 2\left[(x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)\right] + (x_1x_2)^2$$

$$= 4.1 - 2\left[3^3 - 3.1.3\right] + 1^2 = -31$$

Ta có $S^2 = (-1)^2 = 1 \ge 4P = -124$

$\Rightarrow 2x_1 - (x_2)^2$ và $2x_2 - (x_1)^2$ là 2 nghiệm của phương trình

$$X^2 - SX + P = 0 \Leftrightarrow X^2 + X - 31 = 0.$$

3) Bác B vay ở một ngân hàng 100 triệu đồng để sản xuất trong thời hạn 1 năm. Lẽ ra đúng 1 năm sau bác phải trả cả tiền vốn và lãi, song bác đã được ngân hàng cho kéo dài thời hạn thêm 1 năm nữa, số tiền lãi của năm đầu được tính gộp vào với tiền vốn để tính lãi năm sau và lãi suất vẫn như cũ. Hết 2 năm bác B phải trả tất cả là 121 triệu đồng. Hỏi lãi suất cho vay của ngân hàng đó là bao nhiêu phần trăm trong 1 năm?

Gọi lãi suất cho vay của ngân hàng đó là x (%/năm) (ĐK: $x > 0$).

Số tiền lãi bác B phải trả sau 1 năm gửi 100 triệu đồng là $100x\% = x$ (triệu đồng).

$\Rightarrow$ Số tiền bác B phải trả sau 1 năm là $100 + x$ (triệu đồng).

Do số tiền lãi của năm đầu được tính gộp vào với tiền vốn để tính lãi năm sau nên số tiền lãi bác B phải trả sau 2 năm là $(100 + x)x\% = \dfrac{(100 + x)x}{100}$ (triệu đồng).

Hết 2 năm bác B phải trả tất cả là 121 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$100+x+\frac{(100+x)x}{100}=121 \Leftrightarrow 10000+100x+100x+x^2=12100$$
$$\Leftrightarrow x^2+200x-2100=0 \Leftrightarrow x^2-10x+210x-2100=0$$
$$\Leftrightarrow x(x-10)+210(x-10)=0 \Leftrightarrow (x-10)(x+210)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-10=0 \\ x+210=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=10\ (tm) \\ x=-210\ (ktm) \end{array}\right.$$

Vây lãi suất cho vay của ngân hàng đó là 10%/năm.

Câu 4

1) Rút gọn biểu thức $P=\left(\frac{\sqrt{a}+a}{1+\sqrt{a}}\right)\left(\frac{a-3\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2}\right)$ (với $a\geq 0$ và $a\neq 4$).

2) Tìm các số thực x và y thỏa mãn $\begin{cases} 4x^2-xy=2 \\ y^2-3xy=-2 \end{cases}$.

Phương pháp:

1) Phân tích các tử thức thành nhân tử rồi rút gọn.

2) Cộng hai phương trình với nhau vế với vế.

Cách giải:

1) Rút gọn biểu thức $P=\left(\frac{\sqrt{a}+a}{1+\sqrt{a}}\right)\left(\frac{a-3\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2}\right)$ (với $a\geq 0$ và $a\neq 4$).

Với $a\geq 0$ và $a\neq 4$ thì:

$$P=\left(\frac{\sqrt{a}+a}{1+\sqrt{a}}\right)\left(\frac{a-3\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2}\right)=\frac{\sqrt{a}\left(1+\sqrt{a}\right)}{1+\sqrt{a}}.\frac{a-2\sqrt{a}-\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2}$$
$$=\sqrt{a}.\frac{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-2\right)-\left(\sqrt{a}-2\right)}{\sqrt{a}-2}=\sqrt{a}.\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}-2\right)}{\sqrt{a}-2}$$
$$=\sqrt{a}.\left(\sqrt{a}-1\right)=a-\sqrt{a}$$

Vậy $P=a-\sqrt{a}$.

2) Tìm các số thực x và y thỏa mãn $\begin{cases} 4x^2-xy=2 \\ y^2-3xy=-2 \end{cases}$.

$$\begin{cases} 4x^2-xy=2 & (1) \\ y^2-3xy=-2 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) cộng (2) vế với vế ta được:

$4x^2 - xy + y^2 - 3xy = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 4xy + y^2 = 0$

$\Leftrightarrow (2x - y)^2 = 0 \Leftrightarrow 2x - y = 0 \Leftrightarrow y = 2x$

Thay $y = 2x$ vào (2) ta được:

$(2x)^2 - 3x.(2x) = -2 \Leftrightarrow 4x^2 - 6x^2 = -2$

$\Leftrightarrow -2x^2 = -2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Với $x = 1$ thì $y = 2.1 = 2$.

Với $x = -1$ thì $y = 2.(-1) = -2$.

Vậy hệ có nghiệm $(x; y) \in \{(1; 2), (-1; -2)\}$.

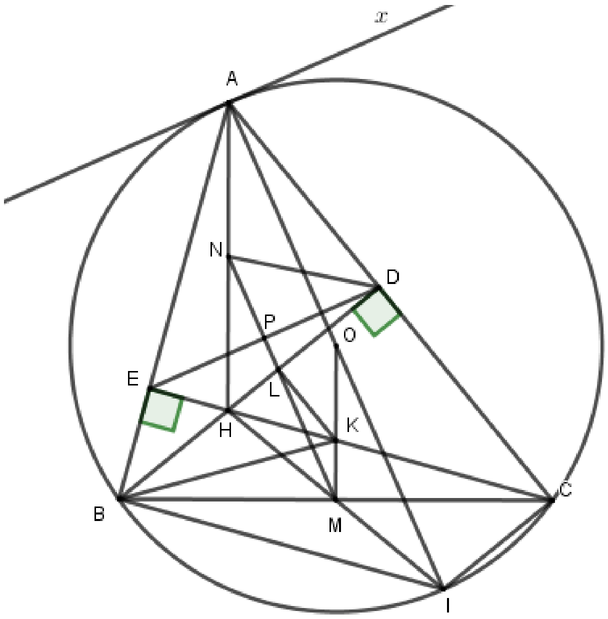
Câu 5 (2,5 điểm)

Phương pháp:

1) Chứng minh tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh các góc bằng nhau.

2) Kẻ tiếp tuyến Ax và chứng minh $Ax // DE$.

Cách giải:



1) Chứng minh bốn điểm B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn.

Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \Rightarrow \angle BDC = 90^0 \\ CE \perp AB \Rightarrow \angle CEB = 90^0 \end{cases}$

Tứ giác $BEDC$ có $\angle BDC = \angle BEC = 90^0$ nên nó là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau)

Suy ra bốn điểm B, D, C, E cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh DE vuông góc với OA.

Kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn (O) tại A.

Khi đó $Ax \perp AO$ (tính chất tiếp tuyến).

Ta có: $\angle CAx = \angle CBA$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung AC) (1)

Do tứ giác $BEDC$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle CBA = \angle EDA$ (góc ngoài tại một đỉnh bằng góc đối diện đỉnh đó) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\angle CAx = \angle EDA (= \angle CBA)$.

Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $DE // Ax$.

Mà $Ax \perp AO$ (cmt) nên $DE \perp AO$ (đpcm).

3) Cho M, N lần lượt là trung điểm của hai đoạn BC, AH. Cho K, L lần lượt là giao điểm của hai đường thẳng OM và CE, MN và BD. Chứng minh KL song song với AC.

Kẻ đường kính AI của đường tròn (O), gọi giao điểm của NM và ED là P.

Xét đường tròn (O) ta có $\angle ACI = 90°, \angle ABI = 90°$ (các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra $CI \perp AC, BI \perp AB$ lại có $BD \perp AC, CE \perp AB (gt)$ nên $BH // CI; CH // BI$

Xét tứ giác $BHCI$ có $\begin{cases} BH // CI \\ CH // BI \end{cases} \Rightarrow$ $BHCI$ là hình bình hành, có M là trung điểm BC nên M cũng là trung điểm của HI.

Xét tam giác HIA ta có:

M là trung điểm của HI

N là trung điểm của AH

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình của tam giác $HAI \Rightarrow MN // AI$ (tính chất đường trung bình).

Theo câu b) ta có $AO \perp DE \Rightarrow MN \perp DE$ tại P.

Xét tam giác vuông PLD có $\angle PLD = 90° - \angle PDL$ (3)

Xét đường tròn (O) có M là trung điểm của $BC \Rightarrow OM \perp BC$ hay OM là đường trung trực của BC.

Mà $K \in OM \Rightarrow KB = KC$

Xét ΔKBC cân tại K có KM là đường cao nên KM cũng là đường phân giác $\angle BKM \Rightarrow \angle BKM = \angle MKC$ (tính chất đường phân giác).

Xét tam giác KMC vuông tại M có $\angle MKC = 90° - \angle KCM$ suy ra $\angle BKM = 90° - \angle KCM$ (4)

Lại có $\angle EDB = \angle ECB$ (do tứ giác $BEDC$ nội tiếp) hay $\angle PDL = \angle KCM$ (5)

Từ (3), (4), (5) suy ra $\angle BKM = \angle PLD$ mà $\angle PLD = \angle BLM$ (hai góc đối đỉnh) nên $\angle BLM = \angle BKM$

Xét tứ giác $BLKM$ có $\angle BLM = \angle BKM$ nên hai đỉnh L, K kề nhau cùng nhìn cạnh BM dưới các góc bằng nhau, do đó tứ giác $BLKM$ là tứ giác nội tiếp. (dhnb).

Suy ra $\angle BLK + \angle BMK = 180° \Leftrightarrow \angle BLK = 180° - 90° = 90°$

Hay $KL \perp BD$ mà $AC \perp BD\left(gt\right) \Rightarrow KL//AC$ (đpcm)

Câu 6 (0,5 điểm)

Phương pháp:

- Đặt $x = a^2 - bc, y = b^2 - ca, z = c^2 - ab$ đưa bất đẳng thức cần chứng minh về $x^3 + y^3 + z^3 \ge 3xyz$.

- Chứng minh đẳng thức $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \left(x + y + z\right)\left(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx\right)$

- Từ đó đánh giá hiệu $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ và kết luận.

Cách giải:

Đặt $x = a^2 - bc,\ y = b^2 - ca,\ z = c^2 - ab$.

Bất đẳng thức cần chứng minh trở thành $x^3 + y^3 + z^3 \ge 3xyz$.

Ta có:

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \left(x^3 + y^3\right) - 3xyz + z^3$$
$$= \left(x + y\right)^3 - 3xy\left(x + y\right) - 3xyz + z^3$$
$$= \left(x + y\right)^3 + z^3 - 3xy\left(x + y + z\right)$$
$$= \left(x + y + z\right)\left[\left(x + y\right)^2 - \left(x + y\right)z + z^2\right] - 3xy\left(x + y + z\right)$$
$$= \left(x + y + z\right)\left[x^2 + 2xy + y^2 - xz - yz + z^2 - 3xy\right]$$
$$= \left(x + y + z\right)\left(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx\right)$$

Dễ thấy:

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = \frac{1}{2}\left(x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 + z^2 - 2zx + x^2\right)$$
$$= \frac{1}{2}\left[\left(x - y\right)^2 + \left(y - z\right)^2 + \left(z - x\right)^2\right] \ge 0, \forall x, y, z$$

Do đó ta đi xét dấu của $x + y + z$.

Ta có: $x + y + z = a^2 - bc + b^2 - ca + c^2 - ab$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = \frac{1}{2}\left[\left(a - b\right)^2 + \left(b - c\right)^2 + \left(c - a\right)^2\right] \ge 0, \forall a, b, c$$

Suy ra $x + y + z \ge 0 \Rightarrow \left(x + y + z\right)\left(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx\right) \ge 0$

$\Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 \ge 3xyz$ hay $\left(a^2 - bc\right)^3 + \left(b^2 - ca\right)^3 + \left(c^2 - ab\right)^3 \ge 3\left(a^2 - bc\right)\left(b^2 - ca\right)\left(c^2 - ab\right)$ (đpcm)

Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c$.