

Bài 1 (1,5 điểm):

Cho parabol $(P): y = -\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - 4$

- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Bài 2 (1,0 điểm): Cho phương trình: $2x^2 - 3x - 1 = 0$ có 2 nghiệm là $x_1; x_2$.

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{x_1 - 1}{x_2 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_1 + 1}$.

Bài 3 (0,75 điểm):

Quy tắc sau đây cho ta biết được ngày n , tháng t , năm 2019 là ngày thứ mấy trong tuần.

Đầu tiên, ta tính giá trị của biểu thức $T = n + H$, ở đây H được xác định bởi bảng sau:

Tháng t	8	2; 3; 11	6	9; 12	4; 7	1; 10	5
H	-3	-2	-1	0	1	2	3

Sau đó, lấy T chia có 7 ta được số dư r ($0 \leq r \leq 6$).

- Nếu $r = 0$ thì ngày đó là ngày thứ Bảy.
Nếu $r = 1$ thì ngày đó là ngày Chủ Nhật.
Nếu $r = 2$ thì ngày đó là ngày thứ Hai.
Nếu $r = 3$ thì ngày đó là ngày thứ Ba.
...
Nếu $r = 6$ ngày đó là ngày thứ 6.



Ví dụ:

+ Ngày 31/12/2019 có $n = 31; t = 12; H = 0 \Rightarrow T = 31 + 0 = 31$; Số 31 chia cho 7 có số dư là 3, nên ngày đó là thứ Ba.

- a) Em hãy sử dụng quy tắc trên để xác định các ngày 02/09/2019 và 20/11/2019 là thứ mấy?
b) Bạn Hằng tổ chức sinh nhật của mình trong tháng 10/2019. Hỏi sinh nhật của bạn Hằng là ngày mấy? Biết ngày sinh nhật của Hằng là một bội số của 3 và là thứ Hai.

Bài 4 (0,75 điểm):

Tại bề mặt đại dương, áp suất nước bằng áp suất khí quyển và là 1 atm (*atmosphere*). Bên dưới mặt nước, áp suất nước tăng thêm 1 atm cho mỗi 10 mét sâu xuống. Biết rằng mối liên hệ giữa áp suất y (atm) và độ sâu x (m) dưới mặt nước là một hàm số bậc nhất có dạng $y = ax + b$.

- a) Xác định các hệ số a và b
b) Một người thợ lặn đang ở độ sâu bao nhiêu nếu người ấy chịu một áp suất là 2,85 atm?

Bài 5 (1,0 điểm)

Một nhóm gồm 31 bạn học sinh tổ chức một chuyến đi du lịch (*chi phí chuyến đi được chia đều cho mỗi bạn tham gia*). Sau khi đã hợp đồng xong, vào giờ chót có 3 bạn lại bận việc đột xuất không đi được nên họ không đóng tiền. Cả nhóm thống nhất mỗi bạn còn lại sẽ đóng thêm 18 000 đồng so với dự kiến ban đầu để bù lại cho 3 bạn không tham gia. Hỏi tổng chi phí chuyến đi là bao nhiêu?

Bài 6 (1,0 điểm): Cuối năm học, các bạn lớp 9A chia làm hai nhóm, mỗi nhóm chọn một khu vườn sinh thái ở Bắc bán cầu để tham quan. Khi mở hệ thống định vị GPS, họ phát hiện một sự trùng hợp khá thú vị là hai vị trí mà hai nhóm chọn đều nằm trên cùng một kinh tuyến và lần lượt ở các vĩ tuyến 47° và 72°

a) Tính khoảng cách (*làm tròn đến hàng trăm*) giữa hai vị trí đó, biết rằng kinh tuyến là một cung tròn nối liền hai cực của trái đất và có độ dài khoảng 20 000 km.

b) Tính (*làm tròn đến hàng trăm*) độ dài bán kính và đường xích đạo của trái đất. Từ kết quả của bán kính (*đã làm tròn*), hãy tính thể tích của trái đất, biết rằng trái đất có dạng hình cầu và thể tích của hình

cầu được tính theo công thức $V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot R^3$ với R là bán kính

hình cầu.

Bài 7 (1,0 điểm)

Bạn Dũng trung bình tiêu thụ 15 ca-lo cho mỗi phút bơi và 10 ca-lo cho mỗi phút chạy bộ. Hôm nay, Dũng mất 1,5 giờ cho cả hai hoạt động trên và tiêu thụ hết 1200 ca-lo. Hỏi hôm nay, bạn Dũng mất bao nhiêu thời gian cho mỗi hoạt động?

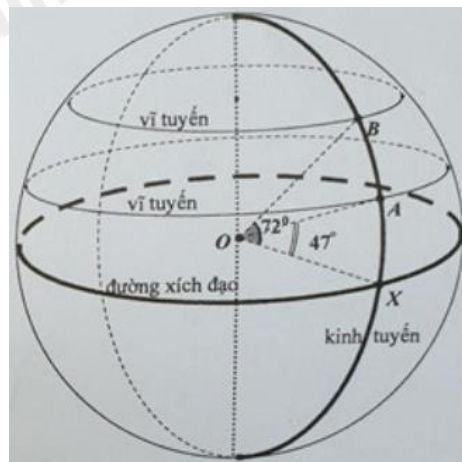
Bài 8 (3 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Hai đường cao BD và CE của tam giác ABC cắt nhau tại H . Đường thẳng AH cắt BC và (O) lần lượt tại F và K ($K \neq A$). Gọi L là hình chiếu của D lên AB .

a) Chứng minh rằng tứ giác $BEDC$ nội tiếp và $BD^2 = BL \cdot BA$

b) Gọi J là giao điểm của KD và (O) , ($J \neq K$). Chứng minh $\angle BJK = \angle BDE$.

c) Gọi I là giao điểm của BJ và ED . Chứng minh tứ giác $ALIJ$ nội tiếp và I là trung điểm của ED .



HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO 10 – MÔN TOÁN – TPHCM

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1**Phương pháp:**

- a) Lập bảng giá trị, vẽ hai đồ thị hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ.
- b) Giải phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị để tìm hoành độ giao điểm. Thay hoành độ giao điểm vừa tìm được vào một trong hai công thức hàm số để tìm tung độ của giao điểm rồi kết luận tọa độ giao điểm.

Cách giải:**a) Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.**

Lập bảng giá trị của (P):

x	-4	-2	0	2	4
$y = -\frac{1}{2}x^2$	-8	-2	0	-2	-8

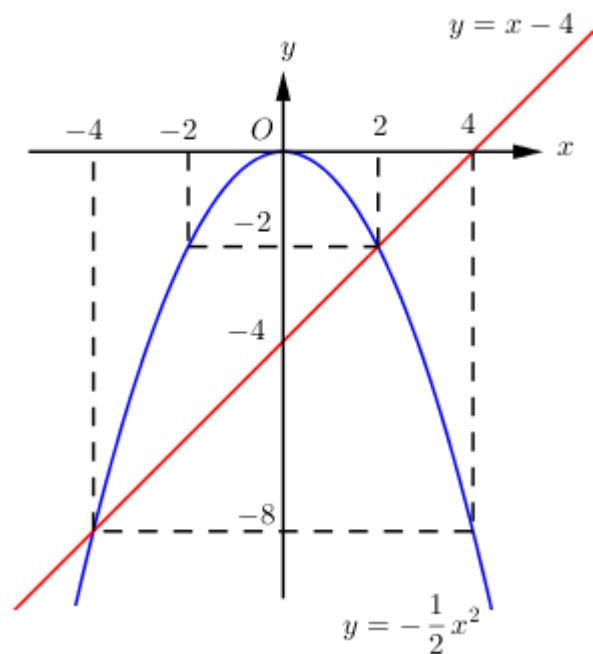
⇒ Đồ thị hàm số (P): $y = -\frac{1}{2}x^2$ là đường cong đi qua các điểm $(-4; -8)$; $(-2; -2)$; $(0; 0)$; $(2; -2)$; $(4; -8)$, nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Lập bảng giá trị của đường thẳng (d): $y = x - 4$.

x	0	4
$y = x - 4$	-4	0

⇒ Đường thẳng (d): $y = x - 4$ đi qua điểm $(0; -4)$; $(4; 0)$.

Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ như hình vẽ bên:

**b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.**

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}x^2 &= x - 4 \Leftrightarrow -x^2 = 2x - 8 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x + 4x - 8 &= 0 \Leftrightarrow x(x - 2) + 4(x - 2) = 0 \\ \Leftrightarrow (x - 2)(x + 4) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = -2 \\ x = -4 \Rightarrow y = -8 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy giao điểm của (P) và (d) là $(2; -2)$, $(-4; -8)$.

Bài 2**Phương pháp:**

Áp dụng định lý Vi-et để tính giá trị của biểu thức.

Cách giải:

Ta có: $x_1, x_2 \neq -1$ vì $2 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) - 1 = 4 \neq 0$.

Ta có:

$$A = \frac{x_1 - 1}{x_2 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_1 + 1} = \frac{(x_1 - 1)(x_1 + 1) + (x_2 - 1)(x_2 + 1)}{(x_2 + 1)(x_1 + 1)}$$

$$= \frac{x_1^2 - 1 + x_2^2 - 1}{x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 2}{x_1 x_2 + (x_1 + x_2) + 1}$$

Theo định lý Vi - et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{3}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2} \end{cases}$, thay vào A được:

$$A = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 2}{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + 1} = \frac{\frac{9}{4} + 1 - 2}{1 + 1} = \frac{5}{8}$$

Vậy $A = \frac{5}{8}$.

Bài 3

Phương pháp:

Sử dụng tính chất chia hết.

Cách giải:

a) Ngày 02/09/2019 có $n = 2; t = 9, H = 0 \Rightarrow T = n + H = 2 + 0 = 2$

Lấy $T = 2$ chia cho 7 ta được số dư là 2 nên ngày 02/09/2019 là ngày thứ hai.

+) Ngày 20/11/2019 có $n = 20; t = 11$ suy ra $H = -2 \Rightarrow T = n + H = 20 + (-2) = 18$

Lấy $T = 18$ chia cho 7 ta được số dư là 4 nên ngày 20/11/2019 là ngày thứ tư.

b) Gọi ngày sinh của bạn Hằng là $x (1 \leq x \leq 30; x \in \mathbb{N})$

Vì bạn Hằng sinh tháng 10 nên $t = 10 \Rightarrow H = 2 \Rightarrow T = n + H = x + 2$

Lại có ngày sinh của bạn Hằng là ngày thứ hai nên ta có $T = x + 2$ chia cho 7 dư 2

Hay x chia hết cho 7 suy ra x là bội số của 7 (1)

Lại có x là một bội số của 3 (2)

Từ (1) và (2) suy ra x là bội chung của 3 và 7 mà $1 \leq x \leq 30$ suy ra $x = 21$.

Vậy ngày sinh của bạn Hằng là 21/10/2019

Bài 4

Phương pháp:

a) Dựa vào giả thiết bài toán suy ra các giá trị x , y tương ứng, từ đó tìm a , b .

b) Thay $y = 2,85$ vào hàm số đã tìm được ở ý a) để tìm x .

Cách giải:

a) $y = ax + b$

Tại bề mặt đại dương, áp suất nước là 1 atm nên ta có: $1 = a \cdot 0 + b \Leftrightarrow b = 1$.

Ở độ sâu 10 m , áp suất nước tăng thêm 1 atm nên ta có: $2 = a \cdot 10 + 1 \Leftrightarrow 10a = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{10}$.

Vậy $a = \frac{1}{10}$, $b = 1$.

b) Ta có hàm số biểu thị mối liên hệ giữa áp suất và độ sâu dưới mặt nước là: $y = \frac{1}{10}x + 1$.

Người thợ lặn chịu được áp suất $2,85 \text{ atm}$ nên ta có:

$$2,85 = \frac{1}{10} \cdot x + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{10}x = 1,85 \Leftrightarrow x = 18,5 \text{ m}.$$

Vậy người thợ lặn ở độ sâu $18,5 \text{ m}$ thì chịu được áp suất $2,85 \text{ atm}$.

Bài 5

Phương pháp:

Gọi số tiền mỗi bạn đóng ban đầu là x (đồng) ($x > 0$).

Dựa vào giả thiết bài toán, biểu diễn các đại lượng chưa biết theo x và lập phương trình.

Giải phương trình tìm x , đối chiếu với điều kiện rồi kết luận.

Cách giải:

Gọi số tiền mỗi bạn đóng ban đầu là x (đồng) ($x > 0$).

Số tiền mà 31 bạn phải đóng là $31x$ (đồng).

Vào giờ chót, còn lại số bạn đi được là: $31 - 3 = 28$ (bạn)

Số tiền mỗi bạn phải đóng sau khi tăng là $x + 18000$ (đồng)

Chi phí chuyến đi của 28 bạn lúc sau là $28(x + 18000)$.

Vì chi phí chuyến đi là không đổi nên ta có phương trình:

$$31x = 28(x + 18000)$$

$$\Leftrightarrow 31x - 28x = 28 \cdot 18000$$

$$\Leftrightarrow 3x = 504000$$

$$\Leftrightarrow x = 168000$$

Vậy chi phí chuyến đi là: $31 \cdot 168000 = 5208000$ đồng.

Bài 6

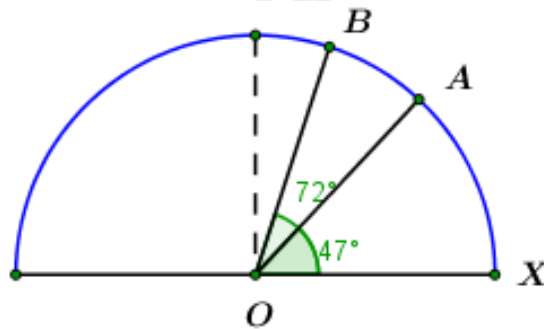
Phương pháp:

a) Độ dài đường kinh tuyến chính là nửa chu vi của đường tròn, từ đó tính bán kính Trái Đất.

Sử dụng công thức tính độ dài cung có số đo n° : $l = \frac{\pi R n^\circ}{180^\circ}$.

b) Độ dài đường xích đạo là chu vi của đường tròn: $C = 2\pi R$.

Cách giải:



a) Ta có: $\angle AOB = \angle XOB - \angle XOA = 72^\circ - 47^\circ = 25^\circ$.

Độ dài của kinh tuyến là 20000km nên $\pi R = 20000 \Rightarrow R = \frac{20000}{\pi} \text{ km}$.

Như vậy khoảng cách hai vị trí mà các bạn lớp 9A chọn đi là độ dài cung nhỏ AB như hình vẽ.

$$l_{AB} = \frac{\pi R n^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 20000 \cdot 25^\circ}{\pi \cdot 180^\circ} = \frac{25000}{9} \approx 2777,778 \approx 2780 \text{ km}$$

b) Bán kính Trái Đất là: $R = \frac{20000}{\pi} \approx 6366,198 \approx 6400 \text{ km}$.

\Rightarrow Độ dài đường xích đạo là: $2\pi R = 2\pi \cdot \frac{20000}{\pi} = 400000 \text{ km}$.

Thể tích của Trái Đất là: $V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 6400^3 = 1,0975 \cdot 10^{12} \text{ km}^3$.

Bài 7

Phương pháp:

Gọi thời gian bạn Dũng dành cho hoạt động bơi là x (phút) (ĐK: $x > 0$)

thời gian bạn Dũng dành cho hoạt động chạy là y (phút) (ĐK: $y > 0$).

Dựa vào giả thiết bài toán, biểu diễn các đại lượng chưa biết theo x, y và lập hệ phương trình.

Giải hệ phương trình tìm x, y , đối chiếu với điều kiện rồi kết luận.

Cách giải:

Gọi thời gian bạn Dũng dành cho hoạt động bơi là x (phút) (ĐK: $x > 0$)

thời gian bạn Dũng dành cho hoạt động chạy là y (phút) (ĐK: $y > 0$).

Hôm nay bạn Dũng mất 1,5 giờ = 90 phút cho cả hai hoạt động nên ta có phương trình $x + y = 90$ (1).

Lượng ca-lo tiêu thụ cho x phút bơi là $15x$ (ca-lo).

Lượng ca-lo tiêu thụ cho y phút chạy là $10y$ (ca-lo).

Cả 2 hoạt động trên trong 1,5h tiêu thụ hết 1200 ca-lo nên ta có phương trình $15x + 10y = 1200$ (2).

Từ (1) và (2) có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 90 \\ 15x + 10y = 1200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 10y = 900 \\ 15x + 10y = 1200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 300 \\ y = 90 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 90 - 60 = 30 \end{cases} \text{ (tm)}.$$

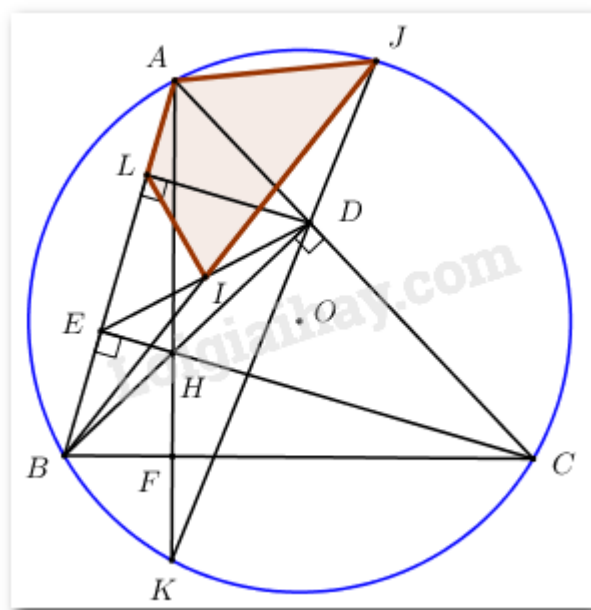
Vậy hôm nay bạn Dũng mất 60 phút để bơi và 30 phút để chạy.

Bài 8

Phương pháp:

- Chứng minh tứ giác nội tiếp bằng dấu hiệu nhận biết.
- Sử dụng định lý: Trong cùng một đường tròn, hai góc nội tiếp cùng chắn một cung thì có số đo bằng nhau. Chứng minh các góc tương ứng bằng nhau.
- Chứng minh các tứ giác nội tiếp rồi chứng minh các góc bằng nhau.

Cách giải:



a) Xét tứ giác $BEDC$ có

+) $\angle BEC = 90^\circ$ (do $CE \perp AB$)

+) $\angle BDC = 90^\circ$ (do $BD \perp AC$)

Suy ra $\angle BEC = \angle BDC (= 90^\circ)$ nên tứ giác $BEDC$ có hai đỉnh E, D kề nhau cùng nhìn cạnh BC dưới các góc vuông, do đó tứ giác $BEDC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Xét tam giác ABC có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H nên H là trực tâm tam giác ABC hay $AH \perp BC \Leftrightarrow AF \perp BC$

+) Xét tam giác EBC vuông tại E có $\angle EBC + \angle BCE = 90^\circ$ (1)

+) Xét tam giác AFB vuông tại F có $\angle FBA + \angle BAF = 90^\circ$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\angle BCE = \angle BAF$ (3) (cùng phụ với $\angle ABF$)

Mà theo câu a) ta có tứ giác $BEDC$ là tứ giác nội tiếp nên $\angle BDE = \angle BCE$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\angle BDE = \angle BAF$ (*)

Xét đường tròn (O) có $\angle BAF = \angle BJK$ (**) (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BK)

Từ (*) và (**) ta suy ra $\angle BJK = \angle BDE$ (đpcm)

c) Xét tam giác BDJ và tam giác BID có:

$$\angle BJK = \angle BDE \text{ (cmt);}$$

$\angle DBJ$ chung;

$$\triangle BDJ \sim \triangle BID \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{BD}{BI} = \frac{BJ}{BD} \Rightarrow BI \cdot BJ = BD^2.$$

Lại có $BD^2 = BL \cdot BA$ (cmt)

$$\Rightarrow BL \cdot BA = BI \cdot BJ \Rightarrow \frac{BL}{BI} = \frac{BI}{BA}.$$

Xét tam giác BLI và tam giác BJA có:

$$\frac{BL}{BI} = \frac{BI}{BA} \text{ (cmt);}$$

$\angle ABJ$ chung

$$\Rightarrow \triangle BLI \sim \triangle BJA \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \angle BLI = \angle BJA \text{ (hai góc tương ứng).}$$

\Rightarrow Tứ giác $ALIJ$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện).

+) Tứ giác $BEDC$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle AED = \angle ACB$.

Mà $\angle ACB = \angle BJA$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB).

$$\Rightarrow \angle AED = \angle BJA \text{ (6)}$$

Từ (5) và (6) $\Rightarrow \angle BLI = \angle AED$ hay $\angle ELI = \angle LEI \Rightarrow \triangle IEL$ cân tại $I \Rightarrow IL = IE$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \angle ILD = 90^\circ - \angle ELI \\ \angle IDL = 90^\circ - \angle LEI \end{cases} \Rightarrow \angle ILD = \angle IDL \Rightarrow \triangle ILD \text{ cân tại } I \Rightarrow IL = ID.$$

Vậy $IE = ID \Rightarrow I$ là trung điểm của ED (đpcm).

HẾT