SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1:

Cho parabol $(P): y=\frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $(d): y=-\frac{1}{2}x+2$.

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2:

Cho phương trình $2x^2-5x-3=0$ có hai nghiệm là $x_1;x_2$.

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A=(x_1+2x_2)(x_2+2x_1)$

Câu 3:

Qui tắc sau đây cho ta biết CAN, CHI của năm X nào đó.

Để xác định CAN, ta tìm số dư r trong phép chia X cho 10 và tra vào bảng 1 .

Để xác định CHI, ta tìm số dư s trong phép chia X cho 12 và tra vào bảng 2.

Ví dụ: năm 2020 có CAN là Canh, có CHI là Tí

Bảng 1:

r	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CAN	Canh	Tân	Nhâm	Quý	Giáp	Ất	Bính	Đinh	Mậu	Ký

Bảng 2:

s	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
CHI	Thân	Dậu	Tuất	Hợi	Tí	Sửu	Dần	Mẹo	Thìn	Tỵ	Ngọ	Mùi

a) Em hãy sử dụng quy tắc trên để xác định CAN, CHI của năm 2005

b) Bạn Hằng nhớ rằng Nguyễn Huệ lên ngôi hoàng đế, hiệu là Quang Trung vào năm Mậu Thân nhưng không nhớ rõ đó là năm bao nhiêu mà chỉ nhớ là sự kiện trên xảy ra vào cuối thế kỉ 18. Em hãy giúp Hằng xác định chính xác năm đó là năm bao nhiêu?

Câu 4:

Cước điện thoại y (nghìn đồng) là số tiền mà người sử dụng điện thoại cần trả hàng tháng, nó phụ thuộc vào lượng thời gian gọi x (phút) của người đó trong tháng. Mối liên hệ giữa hai đại lượng này là một hàm số bậc nhất $y=ax+b$. Hãy tìm a, b biết rằng nhà bạn Nam trong tháng 5 đã gọi 100 phút với số tiền là 40 nghìn đồng và trong tháng 6 đã gọi 40 phút với số tiền là 28 nghìn đồng.

Câu 5:

Theo quy định của cửa hàng xe máy, để hoàn thành chỉ tiêu trong một tháng, mỗi nhân viên phải bán được trung bình một chiếc xe máy trong một ngày. Nhân viên nào hoàn thành chỉ tiêu trong một tháng thì nhận được lương cơ bản là 8 000 000 đồng.

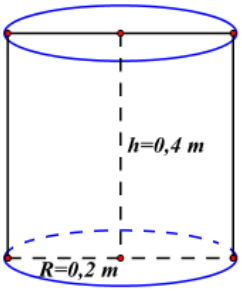
Nếu trong tháng nhân viên nào bán vượt chỉ tiêu thì thì được thưởng thêm 8% tiền lời của số xe máy bán vượt chỉ tiêu đó. Trong tháng 5 (có 31 ngày), anh Thành nhận được số tiền là 9 800 000 (bao gồm cả lương cơ bản và tiền thưởng thêm của tháng đó).

Hỏi anh thành đã bán được bao nhiêu chiếc xe máy trong tháng 5, biết rằng mỗi xe máy bán ra thì cửa hàng lời được 2 500 000 đồng.

Câu 6:

Anh Minh vừa mới xây một cái hồ trữ nước cạnh nhà có hình dạng hộp chữ nhật kích thước $2m \times 2m \times 1m$. Hiện hồ chưa có nước nên anh Minh phải ra sông lấy nước. Mỗi lần ra sông anh gánh được 1 đôi nước gồm 2 thùng hình trụ bằng nhau có bán kính đáy $0,2\ m$, chiều cao $0,4m$.

a) Tính lượng nước (m^3) anh Minh đổ vào hồ sau mỗi lần gánh (ghi kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân). Biết trong quá trình gánh nước về thì lượng nước bị hao hụt khoảng 10% và công thức tính thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 h$.



b) Hỏi anh Minh phải gánh ít nhất bao nhiêu lần để đầy hồ? Bỏ qua thể tính thành hồ.

Câu 7:

Sau buổi sinh hoạt ngoại khóa, nhóm bạn của Thư rủ nhau đi ăn kem ở một quán gần trường. Do quán mới khai trương nên có khuyến mãi, bắt đầu từ ly thứ 5 giá mỗi ly kem được giảm 1 500 đồng so với giá ban đầu. Nhóm của Thư mua 9 ly kem với số tiền là 154 500 đồng. Hỏi giá cỉa một ly kem ban đầu?

Câu 8:

Cho đường tròn tâm O bán kính R và điểm A nằm ngoài đường tròn sao cho $OA > 2R$. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AD, AE đến đường tròn (O) (D, E là hai tiếp điểm).

Lấy điểm M nằm trên cung nhỏ DE sao cho $MD > ME$. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại M cắt AD, AE lần lượt tại I, J. Đường thẳng DE cắt OJ tại F.

a) Chứng minh OJ là đường trung trực của đoạn thẳng ME và $\angle OMF = \angle OEF$.

b) Chứng minh tứ giác $ODIM$ nội tiếp và 5 điểm I, D, O, F, M cùng nằm trên một đường tròn.

c) Chứng minh $\angle JOM = \angle IOA$ và $\sin \angle IOA = \dfrac{MF}{IO}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1 (1,5 điểm)

Cách giải:

Cho parabol $(P): y=\frac{1}{4}x^2$ ***và đường thẳng*** $(d): y=-\frac{1}{2}x+2$.

a) Vẽ (P) ***và*** (d) ***trên cùng hệ trục tọa độ.***

+ Vẽ parabol $(P): y=\frac{1}{4}x^2$.

Ta có bảng giá trị sau:

x	-4	-2	0	2	4
$(P): y=\frac{1}{4}x^2$	4	1	0	1	4

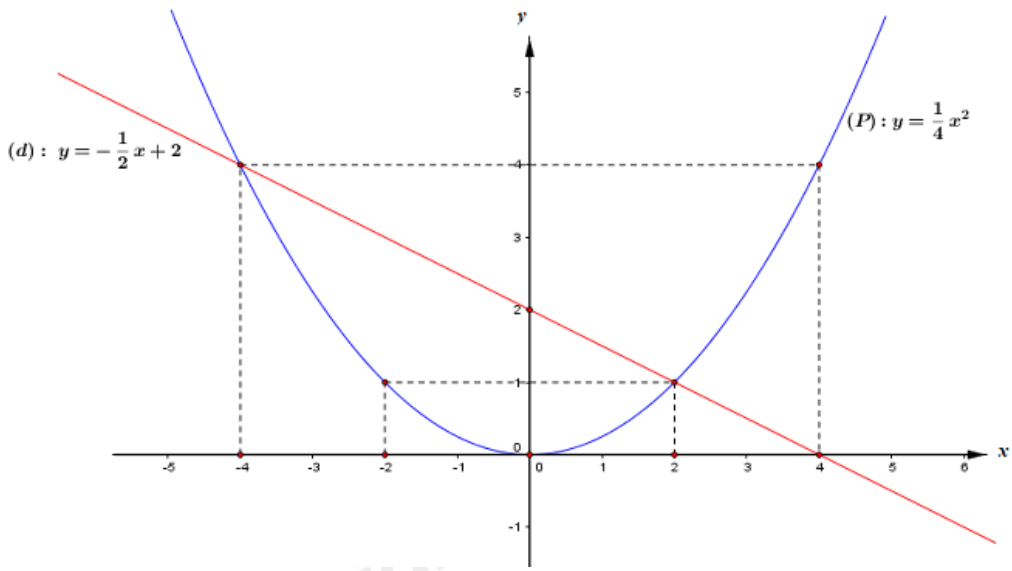
Do đó, parabol $(P): y=\frac{1}{4}x^2$ là đường cong đi qua các điểm $(-4;4)$; $(-2;1)$; $(0;0)$; $(2;1)$; $(4;4)$.

+ Vẽ đường thẳng $(d): y=-\frac{1}{2}x+2$.

x	0	4
$(d): y=-\frac{1}{2}x+2$	2	0

Do đó, đường thẳng $(d): y=-\frac{1}{2}x+2$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(0;2)$; $(4;0)$.

Đồ thị hàm số:



b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) ***và*** (d) ***bằng phép tính.***

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$\frac{1}{4}x^2 = -\frac{1}{2}x + 2$

$\Leftrightarrow x^2 = -2x + 8$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 4x - 8 = 0$

$\Leftrightarrow x(x-2) + 4(x-2) = 0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x+4) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-4 \end{array}\right.$

Với $x = 2$ thì $y = -\frac{1}{2}.2 + 2 = 1$.

Với $x = -4$ thì $y = -\frac{1}{2}.(-4) + 2 = 4$.

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(2;1)$ và $(-4;4)$.

Câu 2 (1,0 điểm)

Cách giải:

Cho phương trình $2x^2 - 5x - 3 = 0$ ***có hai nghiệm là*** $x_1; x_2$.

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = (x_1 + 2x_2)(x_2 + 2x_1)$

Xét phương trình $2x^2 - 5x - 3 = 0$ có hệ số $a = 2; b = -5; c = -3$ nên $a.c = 2.(-3) = -6 < 0$

Do đó phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{5}{2} \\ x_1x_2 = \frac{-3}{2} \end{cases}$

Ta có: $A = (x_1 + 2x_2)(x_2 + 2x_1)$

$= x_1x_2 + 2x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_1x_2$

$= 2(x_1^2 + x_2^2) + 5x_1x_2$

$= 2\left[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2\right] + 5x_1x_2$

$= 2(x_1 + x_2)^2 + x_1x_2$

$= 2.\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)$

$= 11$

Vậy $A = 11$.

Câu 3 (VD)

Cách giải:

Qui tắc sau đây cho ta biết CAN, CHI của năm X nào đó.

Để xác định CAN, ta tìm số dư r trong phép chia X cho 10 và tra vào bảng 1 .

Để xác định CHI, ta tìm số dư s trong phép chia X cho 12 và tra vào bảng 2.

Ví dụ: năm 2020 có CAN là Canh, có CHI là Tí

Bảng 1:

r	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CAN	Canh	Tân	Nhâm	Quý	Giáp	Ất	Bính	Đinh	Mậu	Ký

Bảng 2:

s	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
CHI	Thân	Dậu	Tuất	Hợi	Tí	Sửu	Dần	Mẹo	Thìn	Tỵ	Ngọ	Mùi

a) Em hãy sử dụng quy tắc trên để xác định CAN, CHI của năm 2005

Ta có: 2005 chia 10 được 200, dư 5 nên $r=5$, tra vào bảng 1 ta có CAN là Ất.

2005 chia 12 được 167, dư 1 nên $s=1$, tra vào bảng 2 ta có CHI là Dậu.

Vậy năm 2005 có CAN là Ất và CHI là Dậu.

b) Bạn Hằng nhớ rằng Nguyễn Huệ lên ngôi hoàng đế, hiệu là Quang Trung vào năm Mậu Thân nhưng không nhớ rõ đó là năm bao nhiêu mà chỉ nhớ là sự kiện trên xảy ra vào cuối thế kỉ 18. Em hãy giúp Hằng xác định chính xác năm đó là năm bao nhiêu?

b) Gọi năm đó là năm X. Vì sự kiện xảy ra vào thế kỉ 18 nên ta có $X=\overline{17ab}\ (a,b\in\mathbb{N})$.

Vì năm X là năm Mậu Thân nên X chia cho 10 dư 8 và X chia hết cho 12.

Vì X chia cho 10 dư 8 nên X có chữ số tận cùng là 8 $\Rightarrow b=8$.

$\Rightarrow$ Năm đó có dạng $X=\overline{17a8}$.

Mà X chia hết cho 12 nên X chia hết cho cả 3 và 4.

Ta có: $1+7+a+8=16+a$ chia hết cho 3 nên $a\in\{2;5;8\}$.

Mà X chia hết cho 4 nên $a=2$ hoặc $a=8$.

$\Rightarrow$ Năm cần tìm là 1728 hoặc 1788.

Lại có năm đó là cuối thế kỉ 18 (gt) nên ta có năm đó là 1788.

Vậy Nguyễn Huệ lên ngôi Hoàng đế, hiệu là Quang Trung vào năm **1788.**

Câu 4 (0,75 điểm)

Cách giải:

Cước điện thoại y (nghìn đồng) là số tiền mà người sử dụng điện thoại cần trả hàng tháng, nó phụ thuộc vào lượng thời gian gọi x (phút) của người đó trong tháng. Mối liên hệ giữa hai đại lượng này là một hàm số bậc nhất $y=ax+b$. Hãy tìm a,b biết rằng nhà bạn Nam trong tháng 5 đã gọi 100 phút với số tiền là 40 nghìn đồng và trong tháng 6 đã gọi 40 phút với số tiền là 28 nghìn đồng.

Trong tháng 5 nhà bạn Nam đã gọi 100 phút với số tiền là 40 nghìn đồng nên ta có:

$$40 = a.100 + b \Leftrightarrow 100a + b = 40 \quad (1)$$

Trong tháng 6 nhà bạn Nam đã gọi 40 phút với số tiền là 28 nghìn đồng nên ta có:

$$28 = a.40 + b \Leftrightarrow 40a + b = 28 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 100a + b = 40 \\ 40a + b = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 60a = 12 \\ b = 28 - 40a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{12}{60} = \dfrac{1}{5} \\ b = 20 \end{cases}$$

Vậy $a = \dfrac{1}{5}, b = 20.$

Bài 5 (1,0 điểm)

Cách giải:

Theo quy định của cửa hàng xe máy, để hoàn thành chỉ tiêu trong một tháng, mỗi nhân viên phải bán được trung bình một chiếc xe máy trong một ngày. Nhân viên nào hoàn thành chỉ tiêu trong một tháng thì nhận được lương cơ bản là 8 000 000 đồng.

Nếu trong tháng nhân viên nào bán vượt chỉ tiêu thì thì được thưởng thêm 8% tiền lời của số xe máy bán vượt chỉ tiêu đó. Trong tháng 5 (có 31 ngày), anh Thành nhận được số tiền là 9 800 000 (bao gồm cả lương cơ bản và tiền thưởng thêm của tháng đó).

Hỏi anh thành đã bán được bao nhiêu chiếc xe máy trong tháng 5, biết rằng mỗi xe máy bán ra thì cửa hàng lời được 2 500 000 đồng.

Số tiền thưởng anh Thành nhận được là:

$$9\,800\,000 - 8\,000\,000 = 1\,800\,000 \text{ (đồng)}$$

Tiền lời của số xe máy anh Thành bán vượt chỉ tiêu là:

$$1800000 : 8\% = 22500000 \text{ (đồng)}$$

Số xe máy bán vượt chỉ tiêu là:

$$22500000 : 2500000 = 9 \text{ (chiếc)}$$

Số xe máy anh Thành bán được là:

$$31 + 9 = 40 \text{ (chiếc)}$$

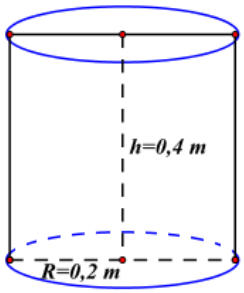
Vậy tháng 5 anh Thành bán được 40 chiếc xe máy.

Câu 6 (1 điểm)

Cách giải:

Anh Minh vừa mới xây một cái hồ trữ nước cạnh nhà có hình dạng hộp chữ nhật kích thước $2m \times 2m \times 1m$. ***Hiện hồ chưa có nước nên anh Minh phải ra sông lấy nước. Mỗi lần ra sông anh gánh được 1 đôi nước gồm 2 thùng hình trụ bằng nhau có bán kính đáy*** $0,2\ m$, ***chiều cao*** $0,4m$.

a) Tính lượng nước $\left(m^3\right)$ anh Minh đổ vào hồ sau mỗi lần gánh (ghi kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân). Biết trong quá trình gánh nước về thì lượng nước bị hao hụt khoảng 10% và công thức tính thể tích hình trụ là $V=\pi R^2h$.



Thể tích của 2 thùng nước mỗi lần anh Minh gánh được là: $V_1=2\pi R^2h=2\pi.0,2^2.0,4=0,032\pi$.

Trong quá trình gánh, lượng nước bị hao hụt 10% nên lượng nước thực tế anh Minh gánh được sau mỗi lần là: $V=0,032\pi.90\%\approx 0,09\left(m^3\right)$.

b) Hỏi anh Minh phải gánh ít nhất bao nhiêu lần để đầy hồ? Bỏ qua thể tính thành hồ.

Thể tích của hồ nước hình hộp chữ nhật là: $V_0=2.2.1=4\left(m^3\right)$.

Số lần ít nhất anh Minh cần gánh để được đầy hồ nước là: $n=\left[\dfrac{V_0}{V}\right]=\left[\dfrac{4}{0,09}\right]=\left[\dfrac{400}{9}\right]=44+1=45$ (lần).

Câu 7 (1,0 điểm)

Cách giải:

Sau buổi sinh hoạt ngoại khóa, nhóm bạn của Thư rủ nhau đi ăn kem ở một quán gần trường. Do quán mới khai trương nên có khuyến mãi, bắt đầu từ ly thứ 5 giá mỗi ly kem được giảm 1 500 đồng so với giá ban đầu. Nhóm của Thư mua 9 ly kem với số tiền là 154 500 đồng. Hỏi giá cỉa một ly kem ban đầu?

Gọi giá của 1 ly kem ban đầu là x (đồng) (ĐK: $x>0$).

Giá của 1 ly kem (từ ly thứ 5) sau khi được giảm 1 500 đồng là: $x-1500$ (đồng).

Vì nhóm của Thư mua 9 ly kem nên 4 ly kem đầu có giá x đồng/ly, 5 ly kem sau có giá $x-1500$ đồng/ly, với số tiền 154 500 đồng nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned}&4x+5\left(x-1500\right)=154500\\&\Leftrightarrow 4x+5x-7500=154500\\&\Leftrightarrow 9x=162000\\&\Leftrightarrow x=18000\ \left(tm\right)\end{aligned}$$

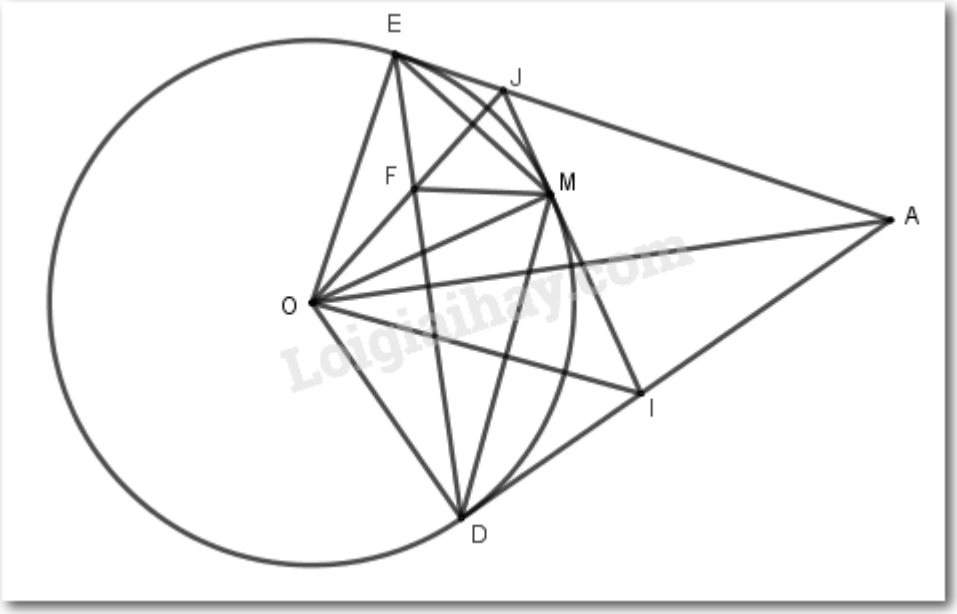
Vậy giá của 1 ly kem ban đầu là 18000 đồng.

Bài 8 (3,0 điểm) (VD)

Cách giải:

Cho đường tròn tâm O bán kính R và điểm A nằm ngoài đường tròn sao cho $OA>2R$. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AD,AE đến đường tròn $\left(O\right)$ (D,E là hai tiếp điểm).

Lấy điểm M nằm trên cung nhỏ DE sao cho $MD > ME$. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại M cắt AD, AE lần lượt tại I, J. Đường thẳng DE cắt OJ tại F.



a) Chứng minh OJ là đường trung trực của đoạn thẳng ME và $\angle OMF = \angle OEF$.

Ta có: AE, IJ là các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại E, M.

Mà $AE \cap JI = \{J\}$ nên $JE = JM$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Lại có $OE = OM$ $(= R)$ nên OJ là đường trung trực của đoạn ME (đpcm)

Xét ΔOEF và ΔOMF có:

OF *chung*;

$\angle EOF = \angle MOF$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau).

$OE = OM$ $(= R)$

$\Rightarrow \Delta OEF = \Delta OMF\,(c-g-c)$

$\Rightarrow \angle OMF = \angle OEF$ (góc tương ứng) (đpcm).

b) Chứng minh tứ giác $ODIM$ nội tiếp và 5 điểm I, D, O, F, M cùng nằm trên một đường tròn.

Vì AD là tiếp tuyến với (O) tại D nên $AD \perp OD \Rightarrow \angle ODA = 90^0$ $\Rightarrow \angle ODI = 90^0$.

MI là tiếp tuyến với (O) tại M nên $OM \perp MI \Rightarrow \angle OMI = 90^0$

Tứ giác $ODIM$ có: $\angle ODI + \angle OMI = 90^0 + 90^0 = 180^0$ nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0).

Vậy tứ giác $ODIM$ là tứ giác nội tiếp.

Theo câu a, $\angle EOF = \angle MOF \Rightarrow \angle EOM = 2\angle MOF$

$\Rightarrow \angle MOF = \frac{1}{2}\angle EOM = \frac{1}{2} sd\ cung\ ME$ (góc ở tâm bằng số đo cung bị chắn).

Mà $\angle MDF = \angle MDE = \frac{1}{2} sd\ cung\ ME$ (góc nội tiếp bằng nửa số đo cung bị chắn).

Nên $\angle MOF = \angle MDF\ \left(= \frac{1}{2} sd\ cung\ ME\right)$

Xét tứ giác $OFMD$ có $\angle MOF = \angle MDF\ (cmt)$ nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn cạnh đối diện các góc bằng nhau).

Do đó các điểm O, F, M, D cùng thuộc một đường tròn.

Mà tức giác ODIM nội tiếp (cmt) nên các điểm O, D, I, M cùng thuộc một đường tròn.

Vậy 5 điểm O, D, I, M, F cùng thuộc một đường tròn.

c) Chứng minh $\angle JOM = \angle IOA$ ***và*** $\sin \angle IOA = \frac{MF}{IO}$**.**

Xét ΔMOI và ΔDOI có:

$OM = OD\ (= R)$

$OI\ chung$

$IM = ID$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \Delta MOI = \Delta DOI\ (c-c-c)$

$\Rightarrow \angle MIO = \angle DIO$ (hai góc tương ứng).

Tứ giác $OFMI$ nội tiếp (cmt) nên $\angle OFM + \angle MIO = 180^0$ (tính chất tứ giác nội tiếp).

Mà $\angle MIO = \angle DIO\ (cmt)$ nên $\angle OFM + \angle DIO = 180^0$.

Lại có $\angle OIA + \angle DIO = 180^0$. Do đó $\angle OFM = \angle OIA$.

Xét tứ giác $OEAD$ có $\angle OEA + \angle ODA = 90^0 + 90^0 = 180^0$ nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0).

$\Rightarrow \angle OED = \angle OAD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OD).

Mà $\angle OED = \angle OEF = \angle OMF$ (theo câu b)

Nên $\angle OMF = \angle OAD = \angle OAI$.

Xét ΔOFM và ΔOIA có:

$\angle OFM = \angle OIA\ (cmt)$

$\angle OMF = \angle OAI\ (cmt)$

$\Rightarrow \Delta OFM \sim \Delta OIA\ (g.g)$

$\Rightarrow \angle FOM = \angle IOA$ (hai góc tương ứng).

$\Rightarrow \angle JOM = \angle IOA$ (đpcm).

$\Rightarrow \sin \angle IOA = \sin \angle JOM = \dfrac{JM}{OJ}$ (1)

Tứ giác $OFMI$ nội tiếp (cmt) nên $\angle JFM = \angle MIO$ (góc ngoài tại một đỉnh và góc trong tại đỉnh đối diện).

Xét tam giác ΔJFM và ΔJIO có:

$\angle J$ chung

$\angle JFM = \angle MIO = \angle JIO$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta JFM \sim \Delta JIO \ (g.g)$

$\Rightarrow \dfrac{JM}{OJ} = \dfrac{MF}{IO}$ (hai cạnh tương ứng) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\sin \angle IOA = \dfrac{MF}{IO}$ (đpcm).

-----HẾT-----