

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG**

ĐỀ CHÍNH THỨC
ABCD

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019-2020
MÔN: TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút;
(không tính thời gian phát đề)

Bài 1: (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức:

$$A = (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5}) : \sqrt{5}; \quad B = \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x-9}{\sqrt{x}+3} \quad (\text{với } x > 0).$$

a) Rút gọn các biểu thức A, B .

b) Tìm các giá trị của x sao cho giá trị biểu thức B bằng giá trị biểu thức A .

Bài 2: (1,5 điểm)

a) Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hai hàm số $y = (m+4)x+11$ và $y = x+m^2+2$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - \frac{2}{y+1} = -\frac{1}{2} \\ 2x + \frac{1}{y+1} = 2 \end{cases}.$$

Bài 3: (2,5 điểm)

1. Cho phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi $m=1$.

b) Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 12$.

2. Bài toán có nội dung thực tế

Cho một thửa ruộng hình chữ nhật, biết rằng nếu chiều rộng tăng thêm $2m$, chiều dài giảm đi $2m$ thì diện tích thửa ruộng đó tăng thêm $30m^2$; và nếu chiều rộng giảm đi $2m$, chiều dài tăng thêm $5m$ thì diện tích thửa ruộng giảm đi $20m^2$. Tính diện tích thửa ruộng trên.

Bài 4: (3,5 điểm)

1. Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AD, AE (D, E là các tiếp điểm). Vẽ cát tuyến ABC của đường tròn (O) sao cho điểm B nằm giữa hai điểm A, C ; tia AC nằm giữa hai tia AD và AO . Từ điểm O kẻ $OI \perp AC$ tại I .

a) Chứng minh năm điểm A, D, I, O, E cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh IA là tia phân giác của $\angle DIE$ và $AB \cdot AC = AD^2$.

c) Gọi K và F lần lượt là giao điểm của ED với AC và OI . Qua điểm D vẽ đường thẳng song song với IE cắt OF và AC lần lượt tại H và P . Chứng minh D là trung điểm của HP .

2. Một hình trụ có diện tích xung quanh 140π (cm^2) và chiều cao là $h = 7$ (cm). Tính thể tích của hình trụ đó.

Bài 5: (1,0 điểm)

a) Cho x, y, z là ba số dương. Chứng minh $(x+y+z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 9$.

b) Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn $a+b+c=6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \frac{ab}{a+3b+2c} + \frac{bc}{b+3c+2a} + \frac{ca}{c+3a+2b}.$$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1**Phương pháp:**

- a) Rút gọn biểu thức
b) Đưa bài toán về tìm x để $A = B$ (chú ý đổi chiều điều kiện xác định).

Cách giải:**Cho hai biểu thức:**

$$A = (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5}) : \sqrt{5}; \quad B = \frac{x + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 9}{\sqrt{x} + 3} \quad (\text{với } x > 0).$$

a) Rút gọn các biểu thức A, B .

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5}) : \sqrt{5} \\ &= (2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5}) : \sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5} : \sqrt{5} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Điều kiện: $x > 0$.

$$\begin{aligned} B &= \frac{x + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 9}{\sqrt{x} + 3} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x}} + \frac{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} + 3} \\ &= \sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 3 \\ &= 2\sqrt{x} - 1. \end{aligned}$$

b) Tìm các giá trị của x sao cho giá trị biểu thức B bằng giá trị biểu thức A .Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Để } A = B \text{ thì } 2\sqrt{x} - 1 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = \frac{9}{4} \quad (tm)$$

Vậy $x = \frac{9}{4}$ thì $A = B$.**Bài 2****Phương pháp:**

- a) Xét phương trình hoành độ giao điểm. Để 2 đồ thị hàm số cắt nhau tại một điểm trên trục tung thì tìm điều kiện để phương trình hoành độ giao điểm có nghiệm duy nhất $x = 0$
b) Đặt $t = \frac{1}{y+1}$ và giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số ra x, t . Từ đó tìm được x, y .

Cách giải:

a) Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hai hàm số $y = (m+4)x+11$ và $y = x+m^2+2$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai hàm số ta có:

$$(m+4)x+11 = x+m^2+2 \Leftrightarrow (m+3)x = m^2-9 \quad (1)$$

Để 2 đồ thị hàm số cắt nhau tại một điểm trên trục tung thì phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+3 \neq 0 \\ x = \frac{m^2-9}{m+3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m=3 \end{cases} \Rightarrow m=3$$

Vậy $m=3$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - \frac{2}{y+1} = -\frac{1}{2} \\ 2x + \frac{1}{y+1} = 2 \end{cases}$$

Điều kiện: $y \neq -1$

Đặt $t = \frac{1}{y+1}$

Hệ phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2t = -\frac{1}{2} \\ 2x + t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2t = -\frac{1}{2} \\ 4x + 2t = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = \frac{7}{2} \\ 2x + t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ t = 1 \end{cases}$

Với $t=1$ thì $\frac{1}{y+1} = 1 \Rightarrow y+1=1 \Leftrightarrow y=0$ (tm)

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; 0\right)$

Bài 3

Phương pháp:

1a) Thay $m=1$ vào phương trình, giải phương trình bằng phương pháp đưa về phương trình tích.

1b) Tìm điều kiện $\Delta' > 0$ để phương trình có 2 nghiệm phân biệt rồi biến đổi điều kiện bài toán về tổng và tích 2 nghiệm và áp dụng hệ thức Vi-et và hệ thức bài cho để tìm m .

Đối chiếu với điều kiện của m rồi kết luận.

2) Gọi chiều rộng hình chữ nhật là $x(m)$ ($x > 2$)
chiều dài hình chữ nhật là $y(m)$ ($y > x > 2$).

Dựa vào các giả thiết của bài toán để lập hệ phương trình.

Giải hệ phương trình rồi đối chiếu với điều kiện sau đó kết luận.

Cách giải:

1. Cho phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi $m=1$.

Với $m=1$ ta có phương trình (1) $\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$

Vậy với $m=1$ thì phương trình có tập nghiệm $S = \{0; 2\}$.

b) Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

$$x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 12$$

$$x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Có: } \Delta' = m^2 - (4m - 4) = m^2 - 4m + 4 = (m - 2)^2 \geq 0 \quad \forall m$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m \neq 2$

$$\text{Với } m \neq 2, \text{ theo hệ thức Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = 4m - 4 \end{cases} \quad (*)$$

Theo đề bài ta có: $x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 12$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 = 12$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + x_1x_2 = 12$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 = 12$$

$$\Leftrightarrow (2m)^2 - (4m - 4) = 12$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(m^2 - m - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(m - 2)(m + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 = 0 \\ m + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \quad (ktm) \\ m = -1 \quad (tm) \end{cases}$$

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.

2. Bài toán có nội dung thực tế

Cho một thửa ruộng hình chữ nhật, biết rằng nếu chiều rộng tăng thêm $2m$, chiều dài giảm đi $2m$ thì diện tích thửa ruộng đó tăng thêm $30m^2$; và nếu chiều rộng giảm đi $2m$, chiều dài tăng thêm $5m$ thì diện tích thửa ruộng giảm đi $20m^2$. Tính diện tích thửa ruộng trên.

Gọi chiều rộng hình chữ nhật là $x(m)$ ($x > 2$)

chiều dài hình chữ nhật là $y(m)$ ($y > x > 2$).

Diện tích thửa ruộng ban đầu là $xy(m^2)$.

Khi chiều rộng tăng thêm $2m$, chiều dài giảm đi $2m$ thì diện tích thửa ruộng tăng thêm $30m^2$ nên ta có:

$$(x + 2)(y - 2) = xy + 30 \Leftrightarrow -2x + 2y = 34 \quad (1)$$

Khi chiều rộng giảm đi $2m$, chiều dài tăng thêm $5m$ thì diện tích thửa ruộng giảm đi $20m^2$ nên ta có

$$(x - 2)(y + 5) = xy - 20 \Leftrightarrow 5x - 2y = -10 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -2x + 2y = 34 \\ 5x - 2y = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + y = 17 \\ 3x = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 25 \quad (tm) \\ x = 8 \quad (tm) \end{cases}$$

Diện tích thửa ruộng ban đầu là $25 \cdot 8 = 200 m^2$.

Bài 4

Phương pháp:

1a) Các góc cùng nhìn 1 cạnh dưới 1 góc vuông.

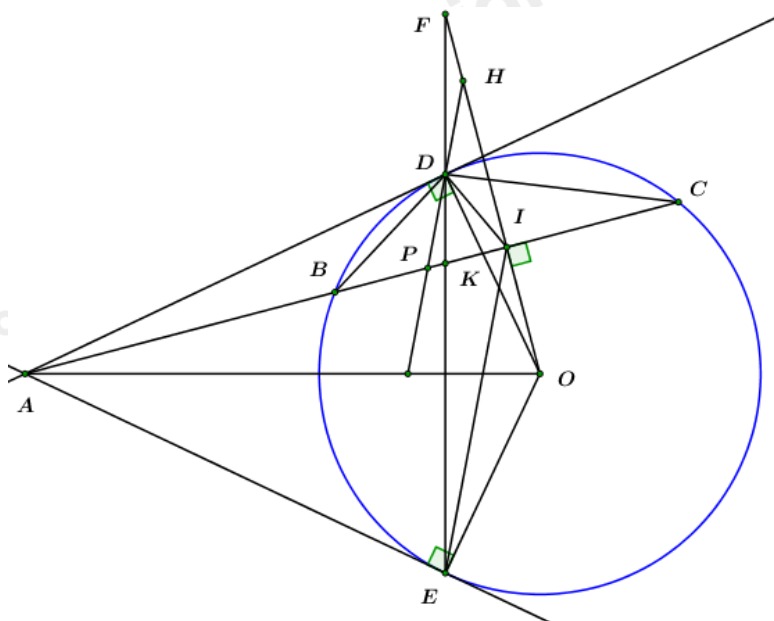
1b) Chứng minh $\angle DIA = \angle EIA$ bằng cách sử dụng câu a) 5 điểm cùng thuộc một đường tròn.

Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle ADC$

1c) Chứng minh tam giác DIH và DIP cân tại D . Khi đó $DH = DP (= DI)$

2) Dựa vào công thức $S_{xq} = 2\pi.r.h$ khi biết chiều cao h và diện tích xung quanh hình trụ để tính bán kính đáy trụ r . Sau đó dùng công thức $V = \pi.r^2.h$ để tính thể tích hình trụ.

Cách giải:



1a) Chứng minh năm điểm A, D, I, O, E cùng nằm trên một đường tròn.

AD, AE là các tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow \begin{cases} OD \perp AD = \{D\} \\ OE \perp AE = \{E\} \end{cases} \Rightarrow \angle ODA = \angle OEA = 90^\circ$

$OI \perp AC = \{I\} \Rightarrow \angle OIA = 90^\circ$

Ta có: $\angle ODA, \angle OEA$ cùng nhìn OA dưới một góc vuông (cmt) và $\angle OIA$ cũng nhìn OA dưới một góc vuông (cmt)

Nên D, E, O, A, I cùng thuộc một đường tròn đường kính OA . (đpcm).

b) Chứng minh IA là tia phân giác của $\angle DIE$ và $AB.AC = AD^2$.

Do AD, AE là tiếp tuyến $(O) \Rightarrow AO$ là phân giác của $\angle DOE \Rightarrow \angle DOA = \angle AOE$ (1) (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).

Ta có tứ giác $ADOE$ nội tiếp đường tròn đường kính AO (cmt) $\Rightarrow \angle DIA = \angle DOA$ (2) (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DA)

Ta có tứ giác $AIOE$ nội tiếp đường tròn đường kính AO (cmt) $\Rightarrow \angle EIA = \angle EOA$ (3) (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EA)

$\Rightarrow \angle DIA = \angle EIA \Rightarrow IA$ là phân giác của góc $\angle DIE$. (đpcm)

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ADC$ ta có:

$\angle A$ chung

$\angle BDA = \angle DCA$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BD)

$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ADC$ (g - g) $\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD^2 = AB.AC$ (đpcm).

c) Gọi K và F lần lượt là giao điểm của ED với AC và OI . Qua điểm D vẽ đường thẳng song song với IE cắt OF và AC lần lượt tại H và P . Chứng minh D là trung điểm của HP .

Ta có: $DP // IE$ (gt) $\Rightarrow \angle DPI = \angle EIP$ (hai góc so le trong)

mà $\angle DIP = \angle PIE$ (cmt $\angle DIA = \angle AIE$)

$\Rightarrow \angle DIP = \angle DPI \Rightarrow \Delta DIP$ cân tại D

$\Rightarrow DI = DP$ (1)

Ta có: $DH // IE \Rightarrow \angle DHI = \angle EIO$ (hai góc đồng vị)

Ta có $\angle HID + \angle PID = \angle PIE + \angle EIO = 90^\circ$ mà $\angle PID = \angle PIE \Rightarrow \angle HID = \angle EIO$

$\Rightarrow \angle DHI = \angle HID \Rightarrow \Delta HID$ cân tại $D \Rightarrow DI = DH$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow D$ là trung điểm HP .

2. Một hình trụ có diện tích xung quanh 140π (cm^2) và chiều cao là $h = 7$ (cm). Tính thể tích của hình trụ đó.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi.r.h = 2\pi.r.7 = 140\pi$

$\Rightarrow$ bán kính của đáy trụ là $r = \frac{140\pi}{2\pi.7} = 10$ (cm)

Thể tích hình trụ là $V = \pi.r^2.h = \pi.10^2.7 = 700\pi$ (cm^3).

Bài 5

Phương pháp:

Sử dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2 bộ 3 số dương $x; y; z$ và $\frac{1}{x}; \frac{1}{y}; \frac{1}{z}$.

Cách giải:

a) Cho x, y, z là ba số dương. Chứng minh $(x + y + z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 9$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho bộ 3 số dương $x; y; z$ ta có: $(x + y + z) \geq 3\sqrt[3]{xyz}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho bộ 3 số dương $\frac{1}{x}; \frac{1}{y}; \frac{1}{z}$: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{xyz}}$

$\Rightarrow (x + y + z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 9\sqrt[3]{xyz \cdot \frac{1}{xyz}} = 9$ (đpcm)

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z$.

b) Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn $a + b + c = 6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \frac{ab}{a + 3b + 2c} + \frac{bc}{b + 3c + 2a} + \frac{ca}{c + 3a + 2b}.$$

Ta có: $\frac{ab}{a + 3b + 2c} = \frac{ab}{a + c + b + c + 2b}$

Áp dụng câu a) $9 \leq (x + y + z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \Rightarrow \frac{1}{x + y + z} \leq \frac{1}{9}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$

$\Rightarrow \frac{ab}{a + 3b + 2c} \leq ab \cdot \frac{1}{9}\left(\frac{1}{a + c} + \frac{1}{b + c} + \frac{1}{2b}\right) = \frac{1}{9}\left(\frac{ab}{a + c} + \frac{ab}{b + c} + \frac{a}{2}\right)$

Tương tự ta có:
$$\begin{cases} \frac{bc}{b+3c+2a} \leq bc \cdot \frac{1}{9} \left(\frac{1}{b+a} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{2c} \right) = \frac{1}{9} \left(\frac{bc}{b+a} + \frac{bc}{a+c} + \frac{b}{2} \right) \\ \frac{ca}{c+3a+2b} \leq ca \cdot \frac{1}{9} \left(\frac{1}{c+b} + \frac{1}{b+a} + \frac{1}{2a} \right) = \frac{1}{9} \left(\frac{ca}{c+b} + \frac{ca}{a+b} + \frac{c}{2} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow A \leq \frac{1}{9} \left(\frac{ab+bc}{a+c} + \frac{ab+ca}{b+c} + \frac{bc+ca}{a+b} + \frac{a+b+c}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow A \leq \frac{1}{9} \left(b+a+c + \frac{a+b+c}{2} \right) = \frac{1}{9} \left(6 + \frac{6}{2} \right) = 1 \text{ với } a+b+c=6$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=b=c \\ a+b+c=6 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=2.$

Vậy $\text{Max } A=1$ khi $a=b=c=2$.