

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

LÂM ĐỒNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN

NĂM HỌC 2021 – 2022

Môn thi: TOÁN – KHÔNG CHUYÊN

Thời gian làm bài: 90 phút

Khóa thi ngày: 9, 10, 11/6/2021

Câu 1 (0,75 điểm): Tính giá trị biểu thức: $A = \sqrt{5}(\sqrt{5} - 3) + \sqrt{45}$.

Câu 2 (0,75 điểm): Tính diện tích chân đồng cát dạng hình tròn có chu vi là $18,84m$. (Với $\pi \approx 3,14$)

Câu 3 (0,75 điểm): Giải phương trình: $x^4 + 4x^2 - 5 = 0$

Câu 4 (0,75 điểm): Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 5y = 11 \end{cases}$$

Câu 5 (0,75 điểm):

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH ($H \in BC$). Biết $BC = 5cm, AB = 3cm$. Tính AH .

Câu 6 (0,75 điểm):

Cho góc nhọn α biết $\sin \alpha = 0,6$. Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị biểu thức: $B = 5 \cos \alpha - 4 \tan \alpha$

Câu 7 (0,75 điểm):

Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3x + m$. Tìm m để (P) và (d) không có điểm chung.

Câu 8 (1,0 điểm):

Hình nón có thể tích là $96\pi \text{ cm}^3$ và chiều cao là $8cm$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

Câu 9 (1,0 điểm):

Chứng minh rằng $\left(\sqrt{(1-\sqrt{2022})^2}\right)\left(\sqrt{2023+2\sqrt{2022}}\right) = 2021$.

Câu 10 (1,0 điểm):

Một người dự định đi xe gắn máy từ A đến B với vận tốc không đổi. Nhưng thực tế vì có việc gấp, người đó đã tăng vận tốc thêm $5km/h$ so với dự định nên đến B sớm hơn 15 phút. Tính vận tốc người có dự định đi từ A đến B, biết quãng đường AB dài 70km.

Câu 11 (1 điểm):

Cho phương trình $2x^2 - (2m-1)x + m-1 = 0$ (ẩn x , tham số m). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dấu. Khi đó hai nghiệm này mang dấu gì?

Câu 12 (0,75 điểm):

Cho C là một điểm nằm trên nửa đường tròn tâm (O) đường kính AB ($C \neq A, C \neq B$). Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB , D là điểm đối xứng của A qua C , I là trung điểm của CH , J là trung điểm của DH và E là giao điểm của HD và BI . Chứng minh $HE \cdot HD = HC^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN BỞI BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1**Phương pháp:**

Sử dụng hằng đẳng thức: $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$

Thực hiện các phép tính với căn bậc hai.

Cách giải:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{5}(\sqrt{5} - 3) + \sqrt{45} \\ &= 5 - 3\sqrt{5} + \sqrt{3^2 \cdot 5} \\ &= 5 - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} \\ &= 5. \end{aligned}$$

Vậy $A = 5$.

Câu 2**Phương pháp:**

Bán kính của hình tròn: $R = \frac{C}{2\pi}$

Diện tích của hình tròn: $S = \pi R^2$

Cách giải:

Bán kính của chân đồng cát là: $R = \frac{C}{2\pi} = \frac{18,84}{2 \cdot 3,14} = 3 \text{ (m)}$.

Diện tích của chân đồng cát đó là: $S = \pi R^2 = 3,14 \cdot 3^2 = 28,26 \text{ m}^2$.

Câu 3**Phương pháp:**

Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$)

Phương trình ban đầu trở thành phương trình bậc hai một ẩn: $at^2 + bt + c = 0$ ($a \neq 0$)

Tính Δ , sử dụng công thức nghiệm của phương trình bậc hai một ẩn, tìm được t , lấy t thỏa mãn điều kiện

Với t tìm được, ta tìm được x tương ứng.

Cách giải:

Đặt $x^2 = t$ ($t \geq 0$).

Khi đó ta có phương trình: $t^2 + 4t - 5 = 0$

Phương trình có: $\Delta' = 4 + 5 = 9 > 0$

\Rightarrow Phương trình có nghiệm $t_1 = -2 + \sqrt{9} = 1$ (tm); $t_2 = -2 - \sqrt{9} = -5$ (ktm)

+) Với $t_1 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{-1; 1\}$.

Câu 4

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp thế, tìm được y theo x

Thay vào phương trình còn lại, tìm được x và y

Kết luận nghiệm $(x; y)$ của hệ phương trình.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 5y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ 3x - 5(3 - 2x) = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ 13x = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - 2 \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có tập nghiệm $S = \{(2; -1)\}$

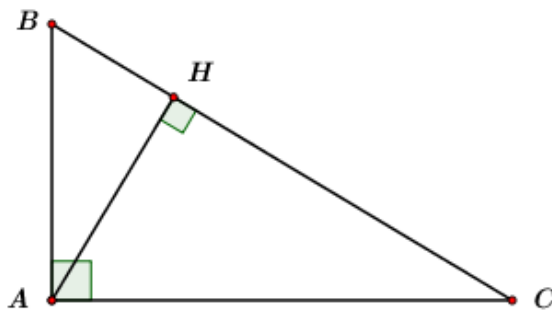
Câu 5

Phương pháp:

Áp dụng định lý Pytago cho ΔABC vuông tại A , tính được BC

Áp dụng hệ thức lượng cho ΔABC vuông tại A có đường cao AH , tính được AH

Cách giải:



Áp dụng định lý Pytago cho ΔABC vuông tại A ta có:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$\Leftrightarrow AC^2 = 5^2 - 3^2 = 16$$

$$\Rightarrow BC = 4 \text{ cm.}$$

Áp dụng hệ thức lượng cho ΔABC vuông tại A có đường cao AH ta có:

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{3 \cdot 4}{5} = 2,4 \text{ cm.}$$

Vậy $AH = 2,4 \text{ cm.}$

Câu 6

Phương pháp:

Áp dụng hệ thức: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$, tính được $\cos \alpha$, tìm được $\cos \alpha$ thỏa mãn điều kiện

$$\text{Tính được } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Từ đó tính được giá trị biểu thức B

Cách giải:

Áp dụng hệ thức: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - 0,6^2 = 1 - 0,36 = 0,64$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \pm 0,8$$

Mà α là góc nhọn nên $\cos \alpha > 0$ do đó $\cos \alpha = 0,8$

$$\text{Ta có: } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$\text{Khi đó: } B = 5 \cos \alpha - 4 \tan \alpha = 5 \cdot 0,8 - 4 \cdot 0,75 = 1$$

Vậy $B = 1$.

Câu 7**Phương pháp:**

Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và (d) (1)

(P) và (d) không có điểm chung khi phương trình (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0$ (hoặc $\Leftrightarrow \Delta' < 0$)

Cách giải:

Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình: $x^2 = 3x + m \Leftrightarrow x^2 - 3x - m = 0$ (1)

$$\text{Phương trình có: } \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot (-m) = 9 + 4m$$

(P) và (d) không có điểm chung khi phương trình (1) vô nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 9 + 4m < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{9}{4}$$

Vậy (P) và (d) không có điểm chung khi $m < -\frac{9}{4}$.

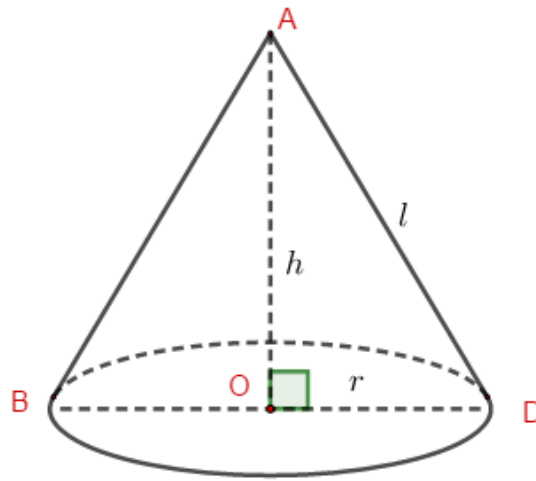
Câu 8**Phương pháp:**

Hình nón có chiều cao là h và bán kính đáy là r có thể tích là: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$, suy ra $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$

Đường sinh l của hình nón được tính theo công thức: $l^2 = r^2 + h^2$

Hình nón có đường sinh là l và bán kính đáy là r có diện tích xung quanh là: $S_{xq} = \pi r l$

Cách giải:



Ta có: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \Rightarrow r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$

\Rightarrow Bán kính của hình nón là: $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{3.96\pi}{\pi.8}} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$.

Gọi đường sinh của hình nón là l . Khi đó ta có:

$l^2 = h^2 + r^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow l = 10 \text{ cm}$

\Rightarrow Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi r l = \pi.6.10 = 60\pi \text{ cm}^2$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $60\pi \text{ cm}^2$.

Câu 9

Phương pháp:

Sử dụng hằng đẳng thức: $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$

Thực hiện các phép tính với căn bậc hai.

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{aligned} VT &= \left(\sqrt{(1 - \sqrt{2022})^2} \right) \left(\sqrt{2023 + 2\sqrt{2022}} \right) \\ &= |1 - \sqrt{2022}| \cdot \sqrt{(\sqrt{2022} + 1)^2} \\ &= (\sqrt{2022} - 1) \cdot (\sqrt{2022} + 1) \quad (\text{do } 1 - \sqrt{2022} < 0, \sqrt{2022} + 1 > 0) \\ &= 2022 - 1 = 2021 = VP \quad (\text{dpcm}) \end{aligned}$$

Vậy $\left(\sqrt{(1 - \sqrt{2022})^2} \right) \left(\sqrt{2023 + 2\sqrt{2022}} \right) = 2021$.

Câu 10

Phương pháp:

Gọi vận tốc dự định của người đi xe gắn máy là $x \text{ (km/h, } x > 0)$.

Tính được thời gian đi hết quãng đường AB theo dự định theo x

Tính được vận tốc và thời gian đi hết quãng đường AB theo thực tế theo x

Dựa vào giả thiết về thời gian nên ta lập được phương trình.

Giải phương trình, đối chiếu điều kiện và kết luận.

Cách giải:

$$\text{Đổi } 15 \text{ phút} = \frac{1}{4} \text{ giờ}$$

Gọi vận tốc dự định của người đi xe gắn máy là x (km/h , $x > 0$).

$$\Rightarrow \text{Thời gian đi hết quãng đường } AB \text{ dự định là: } \frac{70}{x} (h)$$

Vận tốc khi tăng $5 km/h$ so với dự định là: $x + 5$ (km/h).

$$\Rightarrow \text{Thời gian thực tế xe đi hết quãng đường } AB \text{ là: } \frac{70}{x+5} (h).$$

Vì khi tăng vận tốc thêm $5 km/h$ so với dự định thì đến B sớm hơn 15 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{70}{x} - \frac{70}{x+5} = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow 280(x+5) - 280x = x(x+5)$$

$$\Leftrightarrow 280x + 1400 - 280x = x^2 + 5x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 1400 = 0$$

$$\text{Phương trình có: } \Delta = (-5)^2 + 4 \cdot 1400 = 5625 > 0$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình có hai nghiệm phân biệt: } x_1 = \frac{-5 + \sqrt{5625}}{2} = 35 \text{ (tm)} \text{ và } x_2 = \frac{-5 - \sqrt{5625}}{2} = -40 \text{ (ktm)}$$

Vậy vận tốc dự định của người đi xe gắn máy là $35 km/h$.

Câu 11

Phương pháp:

$$\text{Phương trình có hai nghiệm cùng dấu} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases}$$

Áp dụng hệ thức Vi-et tính được $x_1 + x_2$

Giả sử $x_1 + x_2 > 0$, nếu điều giả sử đúng thì phương trình có hai nghiệm phân biệt dương còn nếu điều giả sử sai thì phương trình có hai nghiệm âm phân biệt.

Cách giải:

$$\text{Phương trình } 2x^2 - (2m-1)x + m-1 = 0 \text{ (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dấu} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2m-1)^2 - 4.2(m-1) > 0 \\ \frac{m-1}{2} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 4m + 1 - 8m + 8 > 0 \\ m-1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 12m + 9 > 0 \\ m > 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2m-3)^2 > 0 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-3 \neq 0 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ m > 1 \end{cases}$$

Với $m > 1, m \neq \frac{3}{2}$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm cùng dấu.

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: $x_1 + x_2 = \frac{2m-1}{2}$

Giả sử $x_1 + x_2 > 0 \Leftrightarrow \frac{2m-1}{2} > 0 \Leftrightarrow 2m-1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$

\Rightarrow Với $\forall m > 1, m \neq \frac{3}{2}$ thì ta có: $x_1 + x_2 > 0$

\Rightarrow Phương trình có hai nghiệm cùng dương.

Với $x_1 + x_2 < 0 \Leftrightarrow \frac{2m-1}{2} < 0 \Leftrightarrow 2m-1 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$

Mâu thuẫn với điều kiện: $m > 1, m \neq \frac{3}{2}$.

Vậy với $m > 1, m \neq \frac{3}{2}$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm cùng dương.

Câu 12

Phương pháp:

Ta chỉ ra được: $\angle CIJ = \angle CBH$; $\tan CBH = \frac{CH}{BH}$; $\tan CIJ = \frac{CJ}{CI} = \frac{CJ}{HI}$ từ đó, suy ra $\frac{CH}{BH} = \frac{CJ}{HI}$

Ta sẽ chứng minh:

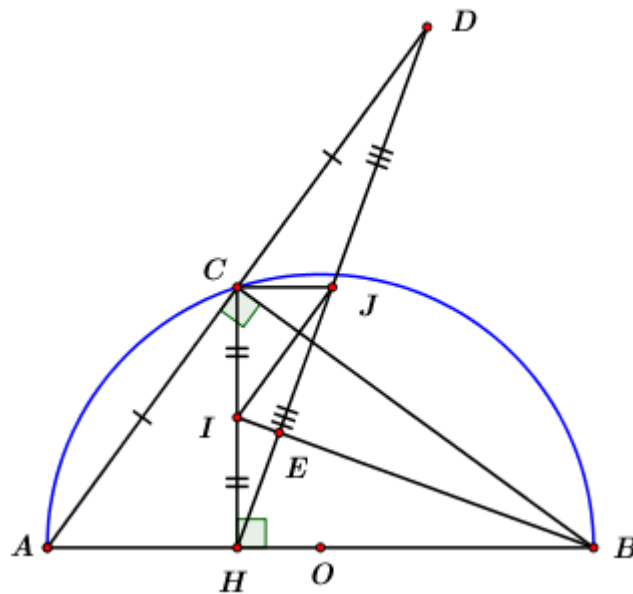
+ $\Delta CJH \sim \Delta HIB$ ($c-g-c$) $\Rightarrow \angle CHJ = \angle HBI$

+ $\Delta HEI \sim \Delta HCJ$ ($g-g$) $\Rightarrow HE.HJ = HC.HI$

Mà $\begin{cases} HJ = \frac{1}{2} HD \text{ (gt)} \\ HI = \frac{1}{2} HC \text{ (gt)} \end{cases}$

Suy ra $HE.HD = HC^2$ (dpcm).

Cách giải:



Ta có: $\angle ACB$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn $\angle ACB = 90^\circ$ hay $\angle AC \perp BC$

Xét $\triangle AHD$ ta có:

C là trung điểm của AD (gt)

J là trung điểm của HD (gt)

$\Rightarrow CJ$ là đường trung bình của $\triangle AHD$ (định nghĩa đường trung bình của tam giác)

$\Rightarrow CJ \parallel AB$ (tính chất).

Mà $CH \perp AH$ (do H là hình chiếu của C trên AB)

Suy ra $CJ \perp CH$ tại C (từ song song đến vuông góc).

$\Rightarrow \angle HCJ = 90^\circ$

Xét $\triangle CHD$ ta có:

I, J lần lượt là trung điểm của CH và HD (gt)

$\Rightarrow IJ$ là đường trung bình của $\triangle CHD$ (định nghĩa đường trung bình của tam giác).

$\Rightarrow IJ \parallel CD$ (tính chất đường trung bình của tam giác).

Lại có: $BC \perp AC$ (cmt) hay $BC \perp CD$

$\Rightarrow IJ \perp BC$ (từ song song đến vuông góc).

$\Rightarrow \angle CIJ = \angle CBH$ (cùng phụ với $\angle HCB$) (1)

Trong $\triangle CHB$ vuông tại H ta có: $\tan CBH = \frac{CH}{BH}$ (2)

Trong $\triangle CIJ$ vuông tại C ta có: $\tan CIJ = \frac{CJ}{CI} = \frac{CJ}{HI}$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra: $\frac{CH}{BH} = \frac{CJ}{HI}$

Xét $\triangle CJH$ và $\triangle HIB$ ta có:

$$\left. \begin{array}{l} \angle HCJ = \angle BHI = 90^\circ \\ \frac{CH}{BH} = \frac{CJ}{HI} \text{ (cmt)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta CJH \sim \Delta HIB \text{ (c - g - c)}$$

$$\Rightarrow \angle CHJ = \angle HBI \text{ (2 góc tương ứng)}$$

$$\text{Mà } \angle CHJ + \angle EHC = 90^\circ$$

$$\text{Suy ra } \angle HBI + \angle EHB = 90^\circ \Rightarrow \Delta EHB \text{ vuông tại } E$$

$$\Rightarrow \angle HEB = 90^\circ \text{ hay } \angle HEI = 90^\circ$$

Xét ΔHEI và ΔHCJ ta có:

$$\left. \begin{array}{l} \angle EHI \text{ chung} \\ \angle HEI = \angle HCJ = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta HEI \sim \Delta HCJ \text{ (g - g)}$$

$$\Rightarrow \frac{HE}{HC} = \frac{HI}{HJ} \Leftrightarrow HE.HJ = HC.HI$$

$$\text{Mà } \begin{cases} HJ = \frac{1}{2} HD \text{ (gt)} \\ HI = \frac{1}{2} HC \text{ (gt)} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } HE.HD = HC^2 \text{ (dpcm)}.$$