SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu I:

Cho biểu thức $P=\left(\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\frac{8x}{x-4}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}+3\right)$ với $x\ge 0,\ x\ne 1$ và $x\ne 4$.

1. Rút gọn biểu thức P.

2. Tìm các giá trị của x để $P=-4$.

Câu II:

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình $y=ax+b$. Tìm $a,\ b$ để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và đi qua điểm $M(2;3)$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+3y=4 \\ 2x-3y=-1 \end{cases}$

Câu III:

1. Giải phương trình $x^2+5x+4=0$.

2. Cho phương trình $x^2+5x+m-2=0$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn hệ thức

$$\frac{1}{(x_1-1)^2}+\frac{1}{(x_2-1)^2}=1$$

Câu IV:

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao BD, CE (D thuộc AC, E thuộc AB) của tam giác kéo dài lần lượt cắt đường tròn (O) tại các điểm M và N (M khác B, N khác C).

1. Chứng minh tứ giác $BCDE$ nội tiếp được trong một đường tròn.

2. Chứng minh MN song song với DE.

3. Khi đường tròn (O) và dây BC cố định, điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn, chứng minh bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE không đổi và tìm vị trí của điểm A để diện tích tam giác ADE đạt giá trị lớn nhất.

Câu V:

Cho ba số thực dương x,y,z thỏa mãn điều kiện $x+y+z=xyz$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=\frac{y+2}{x^2}+\frac{z+2}{y^2}+\frac{x+2}{z^2}$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu I (*2,0 điểm*)

Cách giải:

Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{8x}{x-4}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}+3\right)$ ***với*** $x\ge 0,\ x\ne 1$ ***và*** $x\ne 4$.

1. Rút gọn biểu thức P.

Với $x\ge 0,\ x\ne 1$ và $x\ne 4$ ta có:

$$P=\left(\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\frac{8x}{x-4}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}+3\right)$$

$$P=\left(\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\frac{8x}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}\right):\frac{\sqrt{x}+2+3\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}-2}$$

$$P=\frac{4\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)-8x}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}:\frac{\sqrt{x}+2+3\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-2}$$

$$P=\frac{4x-8\sqrt{x}-8x}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}:\frac{4\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$$

$$P=\frac{-8\sqrt{x}-4x}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}.\frac{\sqrt{x}-2}{4\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$P=\frac{-4\sqrt{x}\left(2+\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}+2}.\frac{1}{4\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$P=\frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}=\frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$$

2. Tìm các giá trị của x ***để*** $P=-4$.

Ta có:

$$P=-4\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}=-4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}=-4\left(1-\sqrt{x}\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}=-4+4\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x}=4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}=\frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{16}{9}\ (tm)$$

Vậy để $P=-4$ thì $x=\dfrac{16}{9}$.

Câu II *(2,0 điểm)*

Cách giải:

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy***, cho đường thẳng*** (d) ***có phương trình*** $y=ax+b$***. Tìm*** a,b ***để đường thẳng*** (d) ***cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và đi qua điểm*** $M(2;3)$***.***

Đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên đường thẳng (d) đi qua điểm $(0;2)$. Thay tọa độ điểm $(0;2)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có: $2=a.0+b \Leftrightarrow b=2$.

Khi đó phương trình đường thẳng (d) có dạng $y=ax+2$.

Đường thẳng (d) đi qua điểm $M(2;3)$ nên thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng (d) ta có:

$3=a.2+2 \Leftrightarrow 2a=1 \Leftrightarrow a=\dfrac{1}{2}$.

Vậy $a=\dfrac{1}{2}$ và $b=2.$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+3y=4 \\ 2x-3y=-1 \end{cases}$

$$\begin{cases} x+3y=4 \\ 2x-3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=3 \\ x+3y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 1+3y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 3y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}.$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=(1;1)$.

Câu III *(2,0 điểm)*

Cách giải:

1. Giải phương trình $x^2+5x+4=0$***.***

Ta có:

$$\begin{aligned}
& x^2+5x+4=0 \\
\Leftrightarrow\ & x^2+x+4x+4=0 \\
\Leftrightarrow\ & \left(x^2+x\right)+(4x+4)=0 \\
\Leftrightarrow\ & x(x+1)+4(x+1)=0 \\
\Leftrightarrow\ & (x+1)(x+4)=0 \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-4 \end{array}\right.
\end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-1;-4\}$.

2. Cho phương trình $x^2+5x+m-2=0$ ***(*** m ***là tham số). Tìm các giá trị của*** m ***để phương trình có hai nghiệm phân biệt*** x_1,x_2 ***thỏa mãn hệ thức***

$$\frac{1}{(x_1-1)^2}+\frac{1}{(x_2-1)^2}=1$$

Để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt $x_1 \neq 1,\ x_2 \neq 1$ thì

$$\begin{cases}\Delta>0\\1+5+m-2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5^2-4(m-2)>0\\m+4\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}25-4m+8>0\\m\neq -4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4m<33\\m\neq -4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<\dfrac{33}{4}\\m\neq -4\end{cases}.$$

Khi đó áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=-5\\x_1x_2=m-2\end{cases}$.

Theo bài ra ta có:

$$\frac{1}{(x_1-1)^2}+\frac{1}{(x_2-1)^2}=1\Leftrightarrow\frac{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2}{(x_1-1)^2.(x_2-1)^2}=1$$

$$\Leftrightarrow x_1^2-2x_1+1+x_2^2-2x_2+1=\left[x_1x_2-(x_1+x_2)+1\right]^2$$

$$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2-2(x_1+x_2)+2=\left[x_1x_2-(x_1+x_2)+1\right]^2$$

$$\Rightarrow 25-2(m-2)-2.(-5)+2=(m-2+5+1)^2$$

$$\Leftrightarrow 25-2m+4+10+2=(m+4)^2$$

$$\Leftrightarrow -2m+41=m^2+8m+16$$

$$\Leftrightarrow m^2+10m-25=0\ (*)$$

Ta có: $\Delta_m=(-5)^2-(-25)=50>0$, do đó phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt

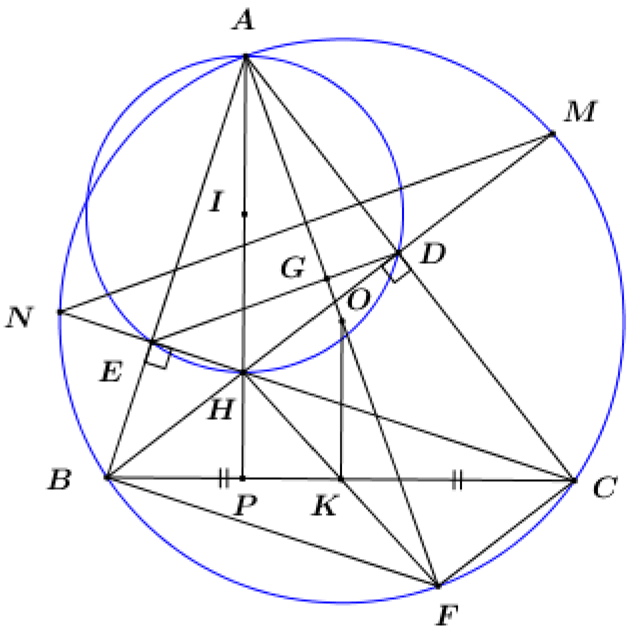
$$\left[\begin{array}{l}m_1=\dfrac{-10+\sqrt{50}}{2}=-5+5\sqrt{2}\\m_1=\dfrac{-10-\sqrt{50}}{2}=-5-5\sqrt{2}\end{array}\right.(tm).$$

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m=-5\pm5\sqrt{2}$.

Câu IV (*3,0 điểm*)

Cách giải:

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao BD, CE (D thuộc AC, E thuộc AB) của tam giác kéo dài lần lượt cắt đường tròn (O) tại các điểm M và N (M khác B, N khác C).



1. Chứng minh tứ giác $BCDE$ nội tiếp được trong một đường tròn.

Vì BD, CE là các đường cao của ΔABC nên $BD \perp AC, CE \perp AB$.

$\Rightarrow \angle BDC = \angle BEC = 90^0$.

Suy ra tứ giác $BCDE$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

2. Chứng minh MN song song với DE.

Vì $BCDE$ là tứ giác nội tiếp (cmt) nên $\angle BDE = \angle BCE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BE).

Mà $\angle BCE = \angle BCN = \angle BMN$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BN của (O)).

$\Rightarrow \angle BDE = \angle BMN$. Mà 2 góc này ở vị trí hai góc đồng vị bằng nhau.

Vậy $MN \parallel DE$ $(dhnb)$ $(dpcm)$.

3. Khi đường tròn (O) và dây BC cố định, điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn, chứng minh bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE không đổi và tìm vị trí của điểm A để diện tích tam giác ADE đạt giá trị lớn nhất.

Gọi $BD \cap CE = \{H\}$.

Xét tứ giác $AEHD$ có $\angle AEH + \angle ADH = 90^0 + 90^0 = 180^0$.

$\Rightarrow AEHD$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0).

Lại có $\angle AEH = 90^0$ nên là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn, do đó tứ giác $AEHD$ nội tiếp đường tròn đường kính AH, tâm I là trung điểm của AH.

Suy ra đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE là đường tròn $\left(I; \dfrac{AH}{2}\right)$.

Kẻ đường kính AF và gọi K là trung điểm của BC.

Vì $\angle ABF, \angle ACF$ là các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên $\angle ABF = \angle ACF = 90^0$.

Ta có: $\begin{cases} CF \perp AC \\ BH \perp AC\,(gt) \end{cases} \Rightarrow CF \,||\, BH$ (từ vuông góc đến song song).

$\begin{cases} BF \perp AB \\ CH \perp AB\,(gt) \end{cases} \Rightarrow CH \,||\, BF$ (từ vuông góc đến song song).

$\Rightarrow$ Tứ giác $BHCF$ là hình bình hành (dhnb).

$\Rightarrow$ Hai đường chéo BC, HF cắt nhau tại trung điểm mỗi đường (tính chất hình bình hành).

Mà K là trung điểm của BC (theo cách vẽ) nên K cũng là trung điểm của HF.

Khi đó OK là đường trung bình của tam giác AHF nên $OK = \frac{1}{2}AH$ (tính chất đường trung bình).

Suy ra đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE là đường tròn $(I;OK)$.

Mà (O) và BC cố định, do đó O, K cố định nên OK không đổi.

Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE bằng OK không đổi.

Ta có: $\angle BAC = \frac{1}{2} sd\ cung\ BC$ (góc nội tiếp bằng nửa số đo cung bị chắn).

Mà BC cố định nên $sd\ cung\ BC$ không đổi. Do đó $\angle BAC$ không đổi.

Xét ΔAED và ΔACB có:

$\angle BAC$ chung;

$\angle AED = \angle ACB$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp $BCDE$).

$\Rightarrow \Delta AED \sim \Delta ACB\,(g.g)$ theo tỉ số $k = \frac{AD}{AB}$.

Do đó ta có: $\frac{S_{\Delta AED}}{S_{\Delta ACB}} = k^2 = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2$.

Xét tam giác vuông ABD có: $\frac{AD}{AB} = \cos\angle BAC$.

$\Rightarrow \frac{S_{\Delta AED}}{S_{\Delta ABC}} = \cos^2\angle BAC \ \Rightarrow S_{\Delta AED} = \cos^2\angle BAC.S_{\Delta ABC}$, mà $\cos\angle BAC$ không đổi nên để $S_{\Delta AED}$ đạt giá trị lớn nhất thì $S_{\Delta ABC}$ phải lớn nhất.

Kéo dài AH cắt BC tại P $\Rightarrow AP \perp BC$ và $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AP.BC$.

Do BC không đổi (theo giả thiết) nên $S_{\Delta ABC}$ đạt giá tị lớn nhất khi và chỉ khi AP lớn nhất.

Khi đó A phải là điểm chính giữa của cung lớn BC.

Vậy S_{AED} đạt giá trị lớn nhất khi A là điểm chính giữa của cung lớn BC.

Câu V (1,0 điểm)

Cách giải:

Cho ba số thực dương x,y,z ***thỏa mãn điều kiện*** $x+y+z=xyz$***. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức*** $Q=\frac{y+2}{x^2}+\frac{z+2}{y^2}+\frac{x+2}{z^2}$

Ta có: $x+y+z=xyz\Rightarrow \frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}=1$

Đặt $\begin{cases} a=\frac{1}{x} \\ b=\frac{1}{y}(a,b,c>0) \\ c=\frac{1}{z} \end{cases} \Rightarrow ab+bc+ca=1.$

Khi đó

$$Q=a^2\left(\frac{1}{b}+2\right)+b^2\left(\frac{1}{c}+2\right)+c^2\left(\frac{1}{a}+2\right)$$
$$=\left(\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\right)+2\left(a^2+b^2+c^2\right)$$

Áp dụng BĐT $\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}\ge\frac{(x+y)^2}{a+b}$ ta có:

$$\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\ge\frac{(a+b)^2}{b+c}+\frac{c^2}{a}\ge\frac{(a+b+c)^2}{a+b+c}=a+b+c$$

Lại có:

$$a^2+b^2\ge 2ab$$
$$b^2+c^2\ge 2bc$$
$$c^2+a^2\ge 2ca$$
$$\Rightarrow 2\left(a^2+b^2+c^2\right)\ge 2(ab+bc+ca)$$
$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2\ge ab+bc+ca$$

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$$
$$\ge ab+bc+ca+2ab+2bc+2ca$$
$$=3(ab+bc+ca)$$
$$\Rightarrow a+b+c\ge\sqrt{3(ab+bc+ca)}=\sqrt{3}$$

Do đó

$$\left(\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\right)+2\left(a^2+b^2+c^2\right)$$
$$\ge a+b+c+2(ab+bc+ca)$$
$$\ge\sqrt{3}+2$$

Vậy $Q_{\min} = \sqrt{3} + 2$.

Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = y = z = \sqrt{3}$.

-----HẾT -----