SỞ GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO
NAM ĐỊNH
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019 – 2020
Môn thi: TOÁN
Thời gian: 120 phút.

I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2 điểm)

Câu 1: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=(1-m)x+m+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m>1$ **B.** $m<1$ **C.** $m<-1$ **D.** $m>-1$

Câu 2: Phương trình $x^2-2x-1=0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Tính x_1+x_2.

A. $x_1+x_2=2$ **B.** $x_1+x_2=1$ **C.** $x_1+x_2=-2$ **D.** $x_1+x_2=-1$

Câu 3: Cho điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc đồ thị hàm số $y=-3x^2$. Biết $x_M=-2$. Tính y_M.

A. $y_M=6$ **B.** $y_M=-6$ **C.** $y_M=-12$ **D.** $y_M=12$

Câu 4: Hệ phương trình $\begin{cases} x-y=2 \\ 3x+y=1 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** vô số.

Câu 5: Với các số a, b thỏa mãn $a<0, b<0$ thì biểu thức $a\sqrt{ab}$ bằng:

A. $-\sqrt{a^2b}$ **B.** $\sqrt{a^3b}$ **C.** $\sqrt{a^2b}$ **D.** $-\sqrt{a^3b}$

Câu 6: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=3cm, AC=4cm$. Tính độ dài đường cao AH của tam giác ABC.

A. $AH=\frac{12}{7}cm$ **B.** $AH=\frac{5}{2}cm$ **C.** $AH=\frac{12}{5}cm$ **D.** $AH=\frac{7}{2}cm$

Câu 7: Cho đường tròn tâm O bán kính $R=2cm$ và đường tròn tâm O' bán kính $R'=3cm$. Biết $OO'=6cm$. Số tiếp tuyến chung của hai đường tròn đã cho là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 8: Một quả bóng hình cầu có đường kính bằng $4cm$. Thể tích quả bóng là:

A. $\frac{32\pi}{3}cm^3$ **B.** $\frac{32}{3}cm^3$ **C.** $\frac{256\pi}{3}cm^3$ **D.** $\frac{256}{3}cm^3$

II. TỰ LUẬN (8 điểm)

Câu 1 (1,5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{3+2\sqrt{2}}$.

b) Chứng minh rằng $\left(\frac{2}{\sqrt{a}+3}-\frac{1}{\sqrt{a}-3}+\frac{6}{a-9}\right)\left(\sqrt{a}+3\right)=1$ với $a\ge 0$ và $a\ne 9$.

Câu 2 (1,5 điểm):

Cho phương trình $x^2-(m-2)x-6=0$ (1) (với m là tham số).

a) Giải phương trình (1) với $m=0$.

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm tất cả các giá trị của m để $x_2^2 - x_1x_2 + (m-2)x_1 = 16$.

Câu 3 (1 điểm): Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - xy + y - 7 = 0 \\ x^2 + xy - 2y = 4(x-1) \end{cases}$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Qua điểm *A* nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến *AB*, *AC* của đường tròn (*B*, *C* là hai tiếp điểm). Gọi *E* là trung điểm của *AC*, *F* là giao điểm thứ hai của *EB* với đường tròn (O).

a) Chứng minh: tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp, tam giác CEF đồng dạng với tam giác BEC.

b) Gọi *K* là giao điểm thứ hai của đường thẳng *AF* với đường tròn (O). Chứng minh $BF.CK = BK.CF$.

c) Chứng minh *AE* là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABF.

Câu 5 (1 điểm):

Xét các số x, y, z thay đổi thỏa mãn $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{2}(x+y+z)^2 + 4(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx).$$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM:

1. B	**2. A**	**3. C**	**4. B**
5. D	**6. C**	**7. D**	**8. A**

Câu 1 - *Hàm số bậc nhất*

Phương pháp:

Hàm số $y = ax + b\ (a \neq 0)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 0$ và nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $a < 0$.

Cách giải:

Hàm số $y=(1-m)x+m+1$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 1-m>0 \Leftrightarrow m<1.$

Chọn B.

Câu 2 - *Hệ thức Vi-ét và ứng dụng*

Phương pháp:

Phương trình $ax^2+bx+c=0 \ (a\neq 0)$ có hai nghiệm x_1, x_2 thì theo hệ thức Vi-et ta có: $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}.$

Cách giải:

Phương trình $x^2-2x-1=0$ có hai nghiệm $x_1+x_2.$

Khi đó theo hệ thức Vi-et ta có: $x_1+x_2=2.$

Chọn A.

Câu 3 - *Đồ thị hàm số y = ax^2 (a ≠ 0)*

Phương pháp:

Điểm $M(x_0;\, y_0)$ thuộc đồ thị hàm số $y=ax^2 \ (a\neq 0) \Rightarrow y_0=ax_0^2.$

Cách giải:

Điểm $M(x_M;\, y_M)$ có hoành độ $x_M=-2$ và thuộc đồ thị hàm số $y=-3x^2$

$\Rightarrow y_M=-3.(-2)^2=-1.$

Chọn C.

Câu 4 - *Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số*

Phương pháp:

Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số.

Cách giải:

Ta có: $\begin{cases} x-y=2 \\ 3x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x=3 \\ y=x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3}{4} \\ y=-\dfrac{5}{4} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

Chọn B.

Câu 5 - *Liên hệ giữa phép nhân và phép khai phương*

Phương pháp:

Sử dụng công thức $A\sqrt{B} = \begin{cases} \sqrt{A^2B} \;\; khi \;\; A \ge 0 \\ -\sqrt{A^2B} \;\; khi \;\; A < 0 \end{cases}.$

Cách giải:

Ta có: $a\sqrt{ab} = -\sqrt{a^2.ab} = -\sqrt{a^3b}$ vì $a < 0$.

Chọn D.

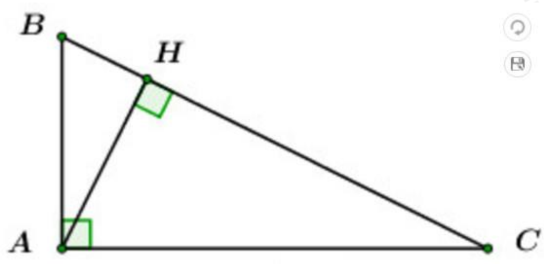
Câu 6 - *Một số hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông*

Phương pháp:

Sử dụng công thức hệ thức lượng trong tam giác vuông: $\dfrac{1}{h^2} = \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}$.

Cách giải:

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔABC vuông tại A có đường cao AH ta có:



$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} = \frac{25}{144}$$

$$\Rightarrow AH^2 = \frac{144}{25} \Rightarrow AH = \frac{12}{5} \; cm.$$

Chọn C.

Câu 7 - *Vị trí tương đối của hai đường tròn*

Phương pháp:

Cho hai đường tròn $(O;\, R)$ và $(O';\, R')$ khi đó ta có:

+) $OO' > R + R'$ thì hai đường tròn nằm ngoài nhau hay hai đường tròn không có điểm chung.

$\Rightarrow$ Hai đường tròn có 4 tiếp tuyến chung.

+) $OO' < |R - R'|$ thì hai đường tròn đựng nhau hay hai đường tròn không có điểm chung.

$\Rightarrow$ Hai đường tròn không có tiếp tuyến chung.

+) $|R - R'| < OO' < R + R'$ thì hai đường tròn cắt nhau hay hai đường tròn có hai điểm chung.

$\Rightarrow$ Hai đường tròn có 2 tiếp tuyến chung.

+) $OO' = R + R'$ thì hai đường tròn tiếp xúc ngoài hay hai đường tròn có một điểm chung.

$\Rightarrow$ Hai đường tròn có 1 tiếp tuyến chung.

+) $OO' < |R - R'|$ thì hai đường tròn tiếp xúc trong hay hai đường tròn có một điểm chung.

$\Rightarrow$ Hai đường tròn có 1 tiếp tuyến chung.

Cách giải:

Ta có: $OO' = 6cm$

Lại có: $\begin{cases} R' = 3cm \\ R = 2cm \end{cases} \Rightarrow R' + R = 3 + 2 = 5cm < OO'$

$\Rightarrow$ Hai đường tròn nằm ngoài nhau

$\Rightarrow$ Hai đường tròn có 4 tiếp tuyến chung.

Chọn D.

Câu 8 - *Hình cầu - Diện tích mặt cầu và thể tích mặt cầu*

Phương pháp:

Thể tích mặt cầu bán kính R là: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Cách giải:

Bán kính của quả bóng là: $4:2 = 2cm$.

Thể tích của quả bóng đã cho là: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi.2^3 = \dfrac{32\pi}{3}\ cm^3$.

Chọn A.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 1 - *Ôn tập chương 1: Căn bậc hai. Căn bậc ba*

Phương pháp:

a) Sử dụng hằng đẳng thức.

b) Quy đồng, rút gọn.

Cách giải:

a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ **.**

Ta có:

$$3 - 2\sqrt{2} = \left(\sqrt{2}\right)^2 - 2.\sqrt{2}.1 + 1^2 = \left(\sqrt{2} - 1\right)^2$$
$$3 + 2\sqrt{2} = \left(\sqrt{2}\right)^2 + 2.\sqrt{2}.1 + 1^2 = \left(\sqrt{2} + 1\right)^2$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$$
$$A = \sqrt{\left(\sqrt{2} - 1\right)^2} - \sqrt{\left(\sqrt{2} + 1\right)^2}$$
$$A = \left|\sqrt{2} - 1\right| - \left|\sqrt{2} + 1\right|$$
$$A = \left(\sqrt{2} - 1\right) - \left(\sqrt{2} + 1\right) \left(Do\ \sqrt{2} - 1 > 0;\ \sqrt{2} + 1 > 0\right)$$
$$A = \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} - 1 = -2$$

Vậy $A = -2$.

b) Chứng minh rằng $\left(\frac{2}{\sqrt{a}+3}-\frac{1}{\sqrt{a}-3}+\frac{6}{a-9}\right)\left(\sqrt{a}+3\right)=1$ ***với*** $a\ge 0$ ***và*** $a\ne 9$**.**

Với $a\ge 0$ và $a\ne 9$ ta có:

$$VT=\left(\frac{2}{\sqrt{a}+3}-\frac{1}{\sqrt{a}-3}+\frac{6}{a-9}\right)\left(\sqrt{a}+3\right)$$
$$=\frac{2\left(\sqrt{a}-3\right)-\left(\sqrt{a}+3\right)+6}{\left(\sqrt{a}-3\right)\left(\sqrt{a}+3\right)}\left(\sqrt{a}+3\right)$$
$$=\frac{2\sqrt{a}-6-\sqrt{a}-3+6}{\sqrt{a}-3}$$
$$=\frac{\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}-3}=1=VP$$

Vậy $\left(\frac{2}{\sqrt{a}+3}-\frac{1}{\sqrt{a}-3}+\frac{6}{a-9}\right)\left(\sqrt{a}+3\right)=1$ với $a\ge 0$ và $a\ne 9$.

Câu 2 - Ôn tập chương 4: Hàm số y = ax^2 (a ≠ 0) - Phương trình bậc hai một ẩn

Phương pháp:

a) Thay $m=0$ vào phương trình và giải phương trình bậc hai.

b) Chứng minh phương trình có $\Delta>0$ với mọi m.

c) Áp dụng định lý Vi-et và biểu thức bài cho để làm bài toán.

Cách giải:

Cho phương trình $x^2-(m-2)x-6=0$ (1) ***(với*** m ***là tham số).***

a) Giải phương trình (1) ***với*** $m=0$.

Thay $m=0$ vào phương trình (1) ta có: $(1)\Leftrightarrow x^2+2x-6=0$

Phương trình có: $\Delta'=1+6=7>0$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $\left[\begin{array}{l}x_1=-1+\sqrt{7}\\ x_2=-1-\sqrt{7}\end{array}\right.$.

Vậy với $m=0$ thì phương trình (1) có tập nghiệm: $S=\left\{-1-\sqrt{7};-1+\sqrt{7}\right\}$.

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m ***phương trình*** (1) ***luôn có hai nghiệm phân biệt.***

Phương trình (1) có: $\Delta=(m-2)^2+4.6=(m-2)^2+24$

Vì $(m-2)^2\ge 0\ \forall m\Rightarrow (m-2)^2+24>0\ \forall m\Leftrightarrow \Delta>0\ \forall m$

Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

c) Gọi x_1, x_2 ***là hai nghiệm của phương trình*** (1). ***Tìm tất cả các giá trị của*** m ***để*** $x_2^2-x_1x_2+(m-2)x_1=16$.

Với mọi m thì phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$.

Áp dụng định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 2 \\ x_1x_2 = -6 \end{cases}$.

Ta có x_1 là nghiệm của phương trình $(1) \Rightarrow x_1^2 - (m-2)x_1 - 6 = 0 \Leftrightarrow (m-2)x_1 = x_1^2 - 6\ (*)$

Theo đề bài ta có: $x_2^2 - x_1x_2 + (m-2)x_1 = 16\ \ (**)$

Thay $(*)$ vào $(**)$ ta được:

$$(**) \Leftrightarrow x_2^2 - x_1x_2 + x_1^2 - 6 = 16$$
$$\Leftrightarrow x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 22$$
$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 22$$
$$\Leftrightarrow (m-2)^2 - 3.(-6) = 22$$
$$\Leftrightarrow (m-2)^2 = 4$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m - 2 = 2 \\ m - 2 = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = 0 \end{array}\right..$$

Vậy $m = 0,\ m = 4$ là các giá trị thỏa mãn bài toán.

Câu 3 - *Hệ phương trình không mẫu mực*

Phương pháp:

+) Cộng vế với vế của hệ phương trình.

+) Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế.

Cách giải:

Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - xy + y - 7 = 0 \\ x^2 + xy - 2y = 4(x-1) \end{cases}$.

$$\begin{cases} x^2 - xy + y - 7 = 0 \\ x^2 + xy - 2y = 4(x-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - y - 7 = 4x - 4 \\ x^2 - xy + y - 7 = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x^2 - 4x - 3\ \ (1) \\ x^2 - x(2x^2 - 4x - 3) + 2x^2 - 4x - 3 - 7 = 0\ \ (2) \end{cases}$$

Giải phương trình (2) ta được:

$(2) \Leftrightarrow x^2 - 2x^3 + 4x^2 + 3x + 2x^2 - 4x - 10 = 0$

$\Leftrightarrow -2x^3 + 7x^2 - x - 10 = 0$

$\Leftrightarrow 2x^3 - 7x^2 + x + 10 = 0$

$\Leftrightarrow 2x^3 + 2x^2 - 9x^2 - 9x + 10x + 10 = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2(x+1) - 9x(x+1) + 10(x+1) = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)(2x^2 - 9x + 10) = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)(2x^2 - 4x - 5x + 10) = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)[2x(x-2) - 5(x-2)] = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)(2x-5)(x-2) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ 2x-5=0 \\ x-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{5}{2} \\ x=2 \end{array}\right..$$

+) Với $x = -1 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow y = 2.(-1)^2 - 4.(-1) - 3 = 3.$

+) Với $x = \dfrac{5}{2} \Rightarrow (1) \Leftrightarrow y = 2.\left(\dfrac{5}{2}\right)^2 - 4.\dfrac{5}{2} - 3 = -\dfrac{1}{2}.$

+) Với $x = 2 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow y = 2.2^2 - 4.2 - 3 = -3.$

Vậy hệ phương trình có tập nghiệm: $S = \left\{(-1; 3); (2; -3); \left(\dfrac{5}{2}; -\dfrac{1}{2}\right)\right\}.$

Câu 4 - *Ôn tập tổng hợp chương 1, 2, 3 - Hình học*

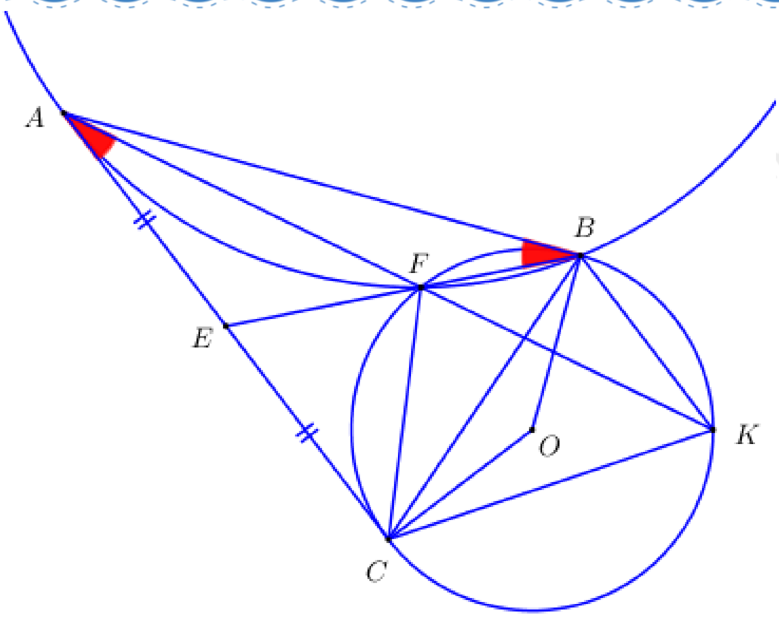
Phương pháp:

a) Chứng minh tứ giác nội tiếp bằng các dấu hiệu nhận biết.

+) Chứng minh tam giác đồng dạng theo trường hợp góc – góc.

b) Chứng minh các tam giác đồng dạng và dựa vào tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau để chứng minh đẳng thức bài yêu cầu.

Cách giải:



a) Chứng minh: tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp, tam giác CEF đồng dạng với tam giác BEC.

+) Chứng minh: tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp:

Do AB, AC là tiếp tuyến của (O) $(gt) \Rightarrow AB \perp OB;\ AC \perp OC \Rightarrow \angle OBA = \angle OCA = 90^0$.

Xét tứ giác $ABOC$ có: $\angle OBA + \angle OCA = 90^0 + 90^0 = 180^0 \Rightarrow$ Tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0).

+) Chứng minh $\Delta CEF \backsim \Delta BEC$

Xét đường tròn (O) ta có:

$\angle EOF$ là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn cung CF.

$\angle FBC$ là góc nội tiếp chắn cung CF.

$\Rightarrow \angle ECF = \angle CBF$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung CF)

Xét ΔCEF và ΔBEC ta có:

$$\begin{array}{l} \angle E\ chung \\ \angle ECF = \angle EBC\ (cmt) \end{array}$$

$\Rightarrow \Delta CEF \backsim \Delta BEC\ (g-g).\ (dpcm)$

b) Gọi K là giao điểm thứ hai của đường thẳng AF với đường tròn (O). Chứng minh $BF.CK = BK.CF$.

Xét tam giác ABF và tam giác AKB có:

$\angle BAK\ chung$

$\angle ABF = \angle AKB$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BF);

$\Rightarrow \Delta ABF \backsim \Delta AKB\ (g.g) \Rightarrow \dfrac{BF}{BK} = \dfrac{AF}{AB}\ (1)$ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ).

Xét tam giác ACF và tam giác AKC có:

$\angle CAK$ chung;

$\angle ACF = \angle AKC$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung CF);

$\Rightarrow \Delta ACF \backsim \Delta AKC\left(g.g\right) \Rightarrow \dfrac{CF}{CK} = \dfrac{AF}{AC}\left(2\right)$ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ).

Mà $AB = AC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) nên $\dfrac{AF}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$ (3).

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\dfrac{BF}{BK} = \dfrac{CF}{CK} \Rightarrow BF.CK = BK.CF$.

c) Chứng minh AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABF .

Xét tam giác ECF và ta giác EBC có:

$\angle BEC$ chung;

$\angle ECF = \angle EBC$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung CF)

$\Rightarrow \Delta ECF \backsim \Delta EBC\left(g.g\right) \Rightarrow \dfrac{EC}{EB} = \dfrac{EF}{EC} \Rightarrow EC^2 = EB.EF$.

Mà $EC = EA\left(gt\right) \Rightarrow EA^2 = EB.EF \Rightarrow \dfrac{EA}{EB} = \dfrac{EF}{EA}$.

Xét tam giác BEA và tam giác AEF có:

$$\begin{array}{l} \dfrac{EA}{EB} = \dfrac{EF}{EA}\left(cmt\right) \\ \angle AEB\ \ chung \end{array}$$

$\Rightarrow \Delta BEA \backsim \Delta AEF\left(c-g-c\right) \Rightarrow \angle ABE = \angle FAE$ (hai góc tương ứng)

Mà góc $\angle ABE$ là góc nội tiếp chắn cung AF của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABF ; $\angle FAE$ ở vị trí góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung chắn cung AF).

Vậy AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABF .

Câu 5 - *Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất*

Phương pháp:

Biến đổi biểu thức bài cho, đặt $x + y + z = t\left(t > 0\right)$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 3 số.

Cách giải:

Theo đề bài ta có: $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 2$

$$\begin{array}{l} \Leftrightarrow \left(x+y+z\right)\left(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx\right) = 2 \\ \Leftrightarrow \left(x+y+z\right)\left(2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2zx\right) = 4 \\ \Leftrightarrow \left(x+y+z\right)\left[\left(x^2-2xy+y^2\right)+\left(y^2-2yz+z^2\right)+\left(z^2-2zx+x^2\right)\right] = 4 \\ \Leftrightarrow \left(x+y+z\right)\left[\left(x-y\right)^2+\left(y-z\right)^2+\left(z-x\right)^2\right] = 4\ \ (*) \end{array}$$

Ta có: $(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2 \geq 0\ \forall x, y, z$

$\Rightarrow x+y+z>0.$

Đặt $x+y+z=t\ (t>0) \Rightarrow x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx=\dfrac{2}{t}.$

$\Rightarrow P=\dfrac{1}{2}t^2+\dfrac{8}{t}=\dfrac{t^2}{2}+\dfrac{4}{t}+\dfrac{4}{t}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số dương $\dfrac{t^2}{2}; \dfrac{4}{t}; \dfrac{4}{t}$ ta có:

$P=\dfrac{t^2}{2}+\dfrac{4}{t}+\dfrac{4}{t} \geq 3\sqrt[3]{\dfrac{t^2}{2}.\dfrac{4}{t}.\dfrac{4}{t}}=3.\sqrt[3]{8}=6.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \dfrac{t^2}{2}=\dfrac{4}{t} \Leftrightarrow t^3=8 \Leftrightarrow t=2\ \Rightarrow x+y+z=2.$

Vậy $Min\ P=6$ khi $\begin{cases} x+y+z=2 \\ x^3+y^3+z^3-3xyz=2 \end{cases}.$