

**Câu 1 (1,5 điểm):**

a) Tìm số  $x$  không âm, biết  $\sqrt{x} = 2$ .

b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức  $A = \sqrt{4.5} - \sqrt{9.5} + \sqrt{5}$ .

c) Rút gọn biểu thức  $P = \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$  với  $x > 0, y > 0$ .

**Câu 2 (1,5 điểm):**

a) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$

b) Viết phương trình đường thẳng  $(d): y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ), biết rằng đường thẳng  $(d)$  song song với đường thẳng  $(d'): y = 2x - 1$  và đi qua điểm  $M(2; -3)$ .

**Câu 3 (1,0 điểm):**

Để phục vụ công tác phòng chống dịch COVID-19, một công ty A lên kế hoạch trong một thời gian quy định làm 20000 tấm chắn bảo hộ để tặng các chốt chống dịch. Do ý thức khẩn trương trong công tác hỗ trợ chống dịch và nhờ cải tiến quy trình làm việc nên mỗi ngày Công ty A làm được nhiều hơn 300 tấm so với kế hoạch ban đầu. Vì thế, Công ty A đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn đúng một ngày so với thời gian quy định và làm được nhiều hơn 700 tấm so với kế hoạch ban đầu. Biết rằng số tấm chắn làm ra trong một ngày là bằng nhau và nguyên cái. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày công ty A cần làm bao nhiêu tấm chắn bảo hộ?

**Câu 4 (2,0 điểm):**

Cho phương trình  $x^2 - 3x + m = 0$  (1) ( $x$  là ẩn số)

a) Giải phương trình (1) khi  $m = 2$ .

b) Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có nghiệm.

c) Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn đẳng thức:

$$x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3 - 2x_1^2 x_2^2 = 5$$

**Câu 5 (3,0 điểm):**

Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt, cố định và thẳng hàng sao cho  $B$  nằm giữa  $A$  và  $C$ . Vẽ nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $BC$ . Từ  $A$  kẻ tiếp tuyến  $AM$  đến nửa đường tròn ( $O$ ) ( $M$  là tiếp điểm). Trên cung  $MC$  lấy điểm  $E$  ( $E$  không trùng  $M$  và  $C$ ), đường thẳng  $AE$  cắt nửa đường tròn ( $O$ ) tại điểm thứ hai là  $F$  ( $F$

không trùng  $E$ ). Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $EF$  và  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  lên đường thẳng  $BC$ . Chứng minh:

- Tứ giác  $AMIO$  nội tiếp;
- Hai tam giác  $OFH$  và  $OAF$  đồng dạng với nhau;
- Trọng tâm  $G$  của tam giác  $OEF$  luôn nằm trên một đường tròn cố định khi điểm  $E$  thay đổi trên cung  $MC$ .

**Câu 6 (1,0 điểm):**

Một khúc gỗ đặc có dạng hình trụ, bán kính hình tròn đáy là 10 cm, chiều cao bằng 20 cm, người ta tiện bỏ bên trong khúc gỗ một vật dạng hình nón có bán kính hình tròn đáy là 10 cm, chiều cao bằng một nửa chiều cao của khúc gỗ (như hình vẽ bên). Tính thể tích phần khúc gỗ còn lại.



## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

**Câu 1:****Phương pháp:**

$$a) \sqrt{f(x)} = a (a \geq 0) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ f(x) = a^2 \end{cases}$$

$$b) \text{Áp dụng hằng đẳng thức } \sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A \text{ khi } A \geq 0 \\ -A \text{ khi } A < 0 \end{cases}$$

c) Xác định các hạng tử giống nhau, đơn giản từng phân thức sau đó thực hiện phép toán để rút gọn biểu thức.

**Cách giải:**

$$a) \text{Với } x \geq 0 \text{ ta có } \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow (\sqrt{x})^2 = 2^2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (tm).}$$

Vậy  $x = 4$ .

b) Ta có:

$$A = \sqrt{4.5} - \sqrt{9.5} + \sqrt{5}$$

$$A = \sqrt{2^2.5} - \sqrt{3^2.5} + \sqrt{5}$$

$$A = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + \sqrt{5}$$

$$A = 0$$

Vậy  $A = 0$ .

c) Với  $x > 0, y > 0$  ta có:

$$P = \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$$

$$P = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y)}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (x - 2\sqrt{xy} + y)$$

$$P = x - \sqrt{xy} + y - x + 2\sqrt{xy} - y$$

$$P = \sqrt{xy}$$

Vậy với  $x > 0, y > 0$  thì  $P = \sqrt{xy}$ .

**Câu 2:****Phương pháp:**

a) Vận dụng phương pháp cộng đại số để giải hệ phương trình.

b) Áp dụng điều kiện của hai đường thẳng song song xác định được điều kiện của hệ số  $a$  và  $b$

( $d$ ) đi qua điểm  $M(2; -3)$  xác định được hệ số  $b$ , đối chiếu điều kiện và kết luận.

**Cách giải:**

$$a) \text{Ta có: } \begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = 2 \\ x - 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ y = 1 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 3 = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (1; -2)$ .

b)  $(d)$  song song với đường thẳng  $(d')$  nên  $\begin{cases} a = 2 \\ b \neq -1 \end{cases}$ . Thay vào  $(d)$  ta được  $(d): y = 2x + b$  ( $b \neq -1$ ).

$(d)$  đi qua điểm  $M(2; -3)$  nên ta có:  $-3 = 2.2 + b \Leftrightarrow -3 = 4 + b \Leftrightarrow b = -3 - 4 = -7$  (tm).

Vậy phương trình đường thẳng của  $(d)$  cần tìm là:  $y = 2x - 7$ .

### Câu 3:

#### Phương pháp:

Giải bài toán bằng cách lập phương trình, cụ thể:

Gọi số tấm chắn mà công ty A cần làm trong một ngày theo kế hoạch là  $x$  ( $x \in \mathbb{N}^*$ ) (tấm), từ đó tính được số ngày để hoàn thành 20000 tấm theo kế hoạch

Tính được thực tế số tấm chắn mà công ty A làm và thời gian thực tế hoàn thành số tấm chắn làm được.

Lập phương trình, giải phương trình và kết luận.

#### Cách giải:

Gọi số tấm chắn mà công ty A cần làm trong một ngày theo kế hoạch là  $x$  ( $x \in \mathbb{N}^*$ ) (tấm)

Số ngày để hoàn thành 20000 tấm theo kế hoạch là  $\frac{20000}{x}$  (ngày)

Thực tế: Số tấm chắn mà công ty A làm trong một ngày là  $x + 300$  (tấm chắn)

Tổng số tấm chắn mà công ty A làm theo thực tế là 20700 (tấm chắn)

Thời gian thực tế hoàn thành làm 20700 tấm chắn là  $\frac{20700}{x + 300}$  (ngày)

Thực tế công ty A hoàn thành công việc sớm hơn dự định là 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{20000}{x} - \frac{20700}{x + 300} = 1$$

$$\Leftrightarrow 20000(x + 300) - 20700x = x(x + 300)$$

$$\Leftrightarrow 20000x + 6000000 - 20700x = x^2 + 300x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1000x - 6000000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2000x + 3000x - 6000000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 2000) + 3000(x - 2000) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2000)(x + 3000) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2000 = 0 \\ x + 3000 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2000 \text{ (tm)} \\ x = -3000 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy số tấm chắn mà công ty A thực tế làm một ngày là 2000 tấm chắn.

### Câu 4:

#### Phương pháp:

a) Thay  $m = 2$  vào phương trình của đề bài, nhận thấy đây là phương trình bậc hai ẩn  $x$

Áp dụng nhận xét  $a+b+c=0$  thì phương trình bậc hai có hai nghiệm phân biệt  $x_1=1$  và  $x_2=\frac{c}{a}$

b) Phương trình ban đầu có nghiệm  $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$  (hoặc  $\Delta' \geq 0$ )

c) Áp dụng hệ thức Vi-ét, tính được  $x_1+x_2; x_1x_2$  theo tham số  $m$

Biến đổi hệ thức của đề bài để xuất hiện  $x_1+x_2; x_1x_2$ , giải phương trình chứa tham số  $m$ , đối chiếu điều kiện và kết luận.

### Cách giải:

a) Khi  $m=2$  phương trình (1) trở thành:  $x^2-3x+2=0$ .

Ta có  $a+b+c=1-3+2=0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $\begin{cases} x=1 \\ x=\frac{c}{a}=2 \end{cases}$ .

Vậy khi  $m=2$  thì tập nghiệm của phương trình là  $S=\{1;2\}$ .

b) Để phương trình (1) có nghiệm thì  $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 3^2-4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{9}{4}$

Vậy để phương trình (1) có nghiệm thì  $m \leq \frac{9}{4}$ .

c) Với  $m \leq \frac{9}{4}$  phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$ .

Khi đó áp dụng hệ thức Vi-et ta có:  $\begin{cases} x_1+x_2=3 \\ x_1x_2=m \end{cases}$

Ta có:

$$\begin{aligned} & x_1^3x_2 + x_1x_2^3 - 2x_1^2x_2^2 = 5 \\ \Leftrightarrow & x_1x_2(x_1^2 + x_2^2) - 2(x_1x_2)^2 = 5 \\ \Leftrightarrow & x_1x_2[(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2] - 2(x_1x_2)^2 = 5 \\ \Leftrightarrow & x_1x_2(x_1+x_2)^2 - 2(x_1x_2)^2 - 2(x_1x_2)^2 = 5 \\ \Leftrightarrow & (x_1+x_2)^2 - 4(x_1x_2)^2 = 5 \\ \Leftrightarrow & 3^2 - 4m^2 = 5 \Leftrightarrow 4m^2 = 4 \\ \Leftrightarrow & m^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-1 \end{cases} \quad (tm) \end{aligned}$$

Vậy  $m \in \{1; -1\}$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

### Câu 5:

#### Phương pháp:

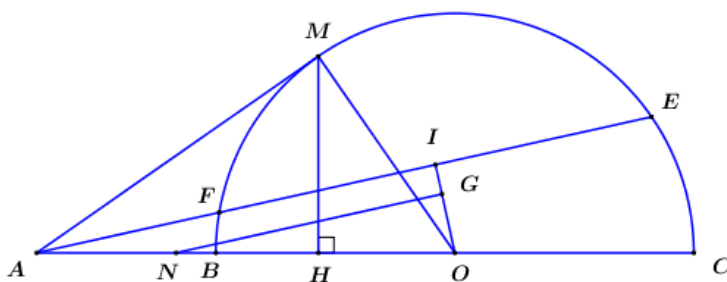
a) Vận dụng dấu hiệu nhận biết của tứ giác nội tiếp, chứng minh  $\angle AMO = \angle AIO = 90^\circ$  suy ra  $AMIO$  nội tiếp đường tròn đường kính  $OA$  (tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn  $OA$  dưới các góc bằng  $90^\circ$ ).

b) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông và trường hợp đồng dạng cạnh – góc – cạnh của hai tam giác.

c) Gọi  $N \in OA$  sao cho  $\frac{ON}{OA} = \frac{2}{3}$ , từ đó chứng minh được  $NG // IA$  (định lí Ta – lét đảo)

Chứng minh  $ON$  cố định.

**Cách giải:**



a) Ta có:  $I$  là trung điểm của  $EF$  nên  $OI \perp EF$  (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung)

$$\Rightarrow \angle AIO = 90^\circ.$$

Mà  $AM$  là tiếp tuyến của nửa đường tròn  $(O)$  nên  $AM \perp OM$  (định nghĩa)  $\Rightarrow \angle AMO = 90^\circ$ .

$\Rightarrow \angle AMO = \angle AIO = 90^\circ \Rightarrow AMIO$  nội tiếp đường tròn đường kính  $OA$  (tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn  $OA$  dưới các góc bằng  $90^\circ$ ).

b) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác  $AMO$  vuông tại  $M$  có  $MH$  là đường cao ta có:  $OM^2 = OH.OA$

$$\text{Mà } OM = OF \Rightarrow OF^2 = OH.OA \Rightarrow \frac{OH}{OF} = \frac{OF}{OA}.$$

Xét  $\triangle OFH$  và  $\triangle OAF$  ta có:

$\angle FOA$  chung;

$$\frac{OH}{OF} = \frac{OF}{OA} \text{ (cmt);}$$

$$\Rightarrow \triangle OFH \sim \triangle OAF \text{ (c.g.c) (dpcm)}$$

c) Gọi  $N \in OA$  sao cho  $\frac{ON}{OA} = \frac{2}{3}$ , khi đó ta có  $\frac{ON}{OA} = \frac{OG}{OI} = \frac{2}{3} \Rightarrow NG // IA$  (định lí Ta-lét đảo).

Mà  $AI \perp OI$  (do  $OI \perp EF$ )  $\Rightarrow NG \perp OI$  tại  $G \Rightarrow \angle OGN = 90^\circ$ .

$\Rightarrow G$  thuộc đường tròn đường kính  $ON$ .

Vì  $A, B, C$  cố định  $\Rightarrow O$  cố định  $\Rightarrow OA$  không đổi  $\Rightarrow ON$  không đổi  $\Rightarrow N$  cố định.

$\Rightarrow$  Đường tròn đường kính  $ON$  cố định.

Vậy khi điểm  $E$  thay đổi trên cung  $MC$  thì trọng tâm  $G$  của tam giác  $OEF$  luôn nằm trên một đường tròn cố

định là đường tròn đường kính  $ON$  với  $ON = \frac{2}{3}OA$  (đpcm).

**Câu 6:**

**Phương pháp:**

Tính thể tích ban đầu của khúc gỗ:  $V_1 = \pi r^2 h$  (áp dụng công thức tính thể tích của khối trụ)

Tính thể tích khối gỗ hình nón:  $V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$  (áp dụng công thức tính thể tích của khối nón)

Vậy thể tích khúc gỗ còn lại là  $V = V_1 - V_2$

**Cách giải:**



Thể tích ban đầu của khúc gỗ là:  $V_1 = \pi \cdot 10^2 \cdot 20 = 2000\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .

Thể tích khối gỗ hình nón bị tiện bỏ là:  $V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot 10^2 \cdot 10 = \frac{1000}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .

Vậy thể tích phần khúc gỗ còn lại là  $V = V_1 - V_2 = 2000\pi - \frac{1000}{3}\pi = \frac{5000}{3}\pi \approx 5236 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

-----HẾT-----