

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
-------------------

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

**Câu 1.** Cho hàm số bậc nhất  $y = 2021x + 2022$ . Hàm số đã cho là đồng biến hay nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ? Vì sao?

**Câu 2.** Không dùng máy tính cầm tay, giải phương trình  $3x^2 - 4x + 1 = 0$ .

**Câu 3.** Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{20} - 2 - \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2}$ .

**Câu 4.** Không dùng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{cases}$ .

**Câu 5.** Cho biểu thức  $B = \frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$ , với  $x > 0$ .

a) Rút gọn biểu thức  $B$ .

b) Tìm giá trị của  $x$  để  $B = -2$ .

**Câu 6.** Một nhóm học sinh dự định làm 360 chiếc mũ chắn giọt bắn trong một thời gian nhất định để ủng hộ các địa phương trong công tác phòng, chống dịch bệnh COVID-19. Thực tế, mỗi ngày nhóm học sinh làm vượt mức 12 chiếc mũ so với dự định. Vì vậy, nhóm đã làm xong trước thời gian dự định hai ngày và làm thêm được 4 chiếc mũ. Hỏi theo dự định, mỗi ngày nhóm học sinh làm được bao nhiêu chiếc mũ?

**Câu 7.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Biết  $BC = 10\text{cm}$  và  $\sin ACB = \frac{3}{5}$ . Tính độ dài các đoạn thẳng  $AB, AC$  và  $AH$ .

**Câu 8.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $M(1;2)$ . Xác định vị trí tương đối của đường tròn  $(M;1)$  và các trục tọa độ.

**Câu 9.** Cho đường tròn  $(O)$  và dây cung  $MN$  ( $MN$  không phải là đường kính). Lấy điểm  $K$  thuộc đoạn thẳng  $MN$  sao cho  $KM > KN (K \neq N)$ . Gọi  $I$  là điểm chính giữa của cung nhỏ  $MN$ . Đường thẳng  $IK$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $E (E \neq I)$ . Tiếp tuyến với đường tròn  $(O)$  tại điểm  $E$  cắt đường thẳng  $MN$  tại điểm  $F$ .

a) Chứng minh  $NKE = IME$ ;

b) Gọi  $P$  là điểm đối xứng với điểm  $K$  qua  $F$ . Đường thẳng  $PE$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $Q (Q \neq E)$ . Chứng minh  $IQ$  là đường kính của đường tròn  $(O)$ .

**Câu 10.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$  ( $AB < AC$ ).  $D$  là điểm nằm trên cung nhỏ  $BC (D \neq B, DB < DC)$ . Lấy điểm  $E$  thuộc đoạn thẳng  $AD$  sao cho  $AE > ED (E \neq D)$ . Đường tròn đường kính  $ED$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $F (F \neq D, F \neq B, F \neq C)$ . Đường thẳng  $DO$  và  $AF$  cắt đường tròn

đường kính  $ED$  lần lượt tại các điểm  $M, N (M \neq D, N \neq E)$ . Kẻ đường kính  $DK$  của đường tròn  $(O)$ . Chứng minh:

a) Bốn điểm  $A, E, M, K$  cùng thuộc một đường tròn;

b) Chứng minh:  $\Delta NAD = \Delta MAD$ .

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

## THỰC HIỆN BỞI BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

**Câu 1****Phương pháp:**

Hàm số  $y = ax + b$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $a > 0$

**Cách giải:**

Cho hàm số bậc nhất  $y = 2021x + 2022$ . Hàm số đã cho đồng biến hay nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ? Vì sao?

Hàm số  $y = 2021x + 2022$  có  $a = 2021 > 0$  nên hàm số  $y = 2021x + 2022$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 2****Phương pháp:**

Tính nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai: Nếu  $a + b + c = 0$  thì phương trình  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  có

hai nghiệm phân biệt:  $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a}$

**Cách giải:**

Không dùng máy tính cầm tay, giải phương trình  $3x^2 - 4x + 1 = 0$ .

Phương trình  $3x^2 - 4x + 1 = 0$  có  $a + b + c = 3 - 4 + 1 = 0$

$\Rightarrow$  Phương trình có hai nghiệm phân biệt:  $x_1 = 1$  và  $x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$ .

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm  $S = \left\{ \frac{1}{3}; 1 \right\}$ .

**Câu 3****Phương pháp:**

Sử dụng hằng đẳng thức:  $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$

Thực hiện các phép tính với căn bậc hai.

**Cách giải:**

Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{20} - 2 - \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2}$

Ta có:

$$\begin{aligned}
 A &= \sqrt{20} - 2 - \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} \\
 &= \sqrt{4.5} - 2 - |\sqrt{5} - 2| \\
 &= 2\sqrt{5} - 2 - \sqrt{5} + 2 \text{ (do } \sqrt{5} - 2 > 0) \\
 &= \sqrt{5}
 \end{aligned}$$

Vậy  $A = \sqrt{5}$ .

#### Câu 4

##### Phương pháp:

Sử dụng phương pháp cộng đại số, tìm được nghiệm  $y$

Sử dụng phương pháp thế, tìm được nghiệm  $x$

Kết luận nghiệm  $(x; y)$  của hệ phương trình.

##### Cách giải:

*Không dùng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình* 
$$\begin{cases} x + 2y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = -2y - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \cdot (-1) - 3 \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có tập nghiệm  $S = \{(-1; -1)\}$ .

#### Câu 5

##### Phương pháp:

a) Xác định mẫu thức chung của biểu thức

Quy đồng các phân thức, thực hiện các phép toán từ đó rút gọn được biểu thức.

b) Giải phương trình:  $B = -2$

Đổi chiều điều kiện và kết luận.

##### Cách giải:

Cho biểu thức  $B = \frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$  với  $x > 0$

a) Rút gọn biểu thức  $B$ ;

ĐKXD:  $x > 0$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+3}} \\
 &= \frac{x-6}{\sqrt{x}(\sqrt{x+3})} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x-6-(\sqrt{x}+3)+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \\
 &= \frac{x-6-\sqrt{x}-3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \\
 &= \frac{x-9}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \\
 &= \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \\
 &= \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}
 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}.$$

b) Tìm giá trị của  $x$  để  $B = -2$

Điều kiện:  $x > 0$ .

Ta có:  $B = -2$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = -2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}-3 = -2\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ( TMDK )}$$

Vậy  $x = 1$  thì  $B = -2$ .

### Câu 6

#### Phương pháp:

Gọi số chiếc mũ mỗi ngày nhóm học sinh dự định là được là  $x$  (chiếc), ( $x \in \mathbb{N}^*, x < 360$ ).

Tính được thời gian dự định nhóm học sinh làm xong

Tính được số chiếc mũ, thời gian thực tế học sinh làm xong

Từ giả thiết, lập được phương trình, giải phương trình, đối chiếu điều kiện và kết luận.

#### Cách giải:

*Một nhóm học sinh dự định làm 360 chiếc mũ chắn giọt bán trong một thời gian nhất định để ủng hộ các địa phương trong công tác phòng, chống dịch COVID-19. Thực tế, mỗi ngày nhóm học sinh làm vượt mức 12 chiếc mũ so với dự định. Vì vậy, nhóm đã làm xong trước thời gian dự định hai ngày và làm thêm được 4 chiếc mũ. Hỏi theo dự định, mỗi ngày nhóm học sinh làm được bao nhiêu chiếc mũ?*

Gọi số chiếc mũ mỗi ngày nhóm học sinh dự định là được là  $x$  (chiếc), ( $x \in \mathbb{N}^*, x < 360$ ).

$\Rightarrow$  Thời gian dự định nhóm học sinh làm xong 360 chiếc mũ là:  $\frac{360}{x}$  (ngày)

Thực tế mỗi ngày, nhóm học sinh làm được số chiếc mũ là:  $x + 12$  (chiếc).

$\Rightarrow$  Thời gian thực tế nhóm học sinh hoàn thành  $360 + 4 = 364$  chiếc mũ là:  $\frac{364}{x + 12}$  (ngày)

Nhóm học sinh đã hoàn thành xong trước dự định 2 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{360}{x} - \frac{364}{x + 12} = 2$$

$$\Leftrightarrow 360(x + 12) - 364x = 2x(x + 12)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 24x = 360x + 4320 - 364x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 28x - 4320 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 14x - 2160 = 0$$

Phương trình có:  $\Delta' = (-7)^2 + 1.2160 = 2209 > 0$

$\Rightarrow$  Phương trình có hai nghiệm phân biệt:  $x_1 = -7 + \sqrt{2209} = 40(tm)$  và  $x_2 = -7 - \sqrt{2209} = -54(ktm)$

Vậy theo dự định, mỗi ngày nhóm học sinh làm được 40 chiếc mũ.

### Câu 7

#### Phương pháp:

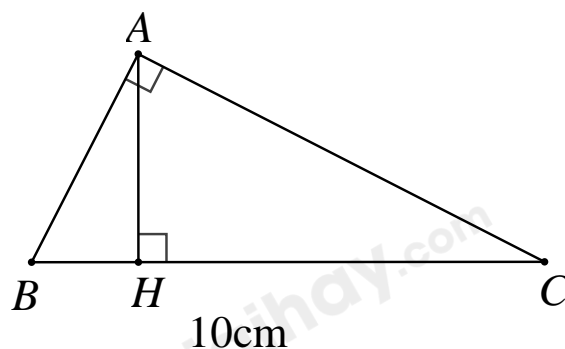
Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông

Áp dụng định lý Py – ta – go

#### Cách giải:

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Biết  $BC = 10\text{cm}$  và  $\sin ACB = \frac{3}{5}$ . Tính độ dài các đoạn thẳng  $AB, AC$  và  $AH$ .



Xét  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  ta có:

$$\sin ACB = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = BC \cdot \sin ACB = 10 \cdot \frac{3}{5} = 6(\text{cm}).$$

Áp dụng định lý Py – ta – go cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  ta có:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm}).$$

Áp dụng hệ thức lượng cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  có đường cao  $AH$  ta có:

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8(\text{cm})$$

Vậy  $AB = 6\text{cm}, AC = 8\text{cm}, AH = 4,8\text{cm}$

### Câu 8

#### Phương pháp:

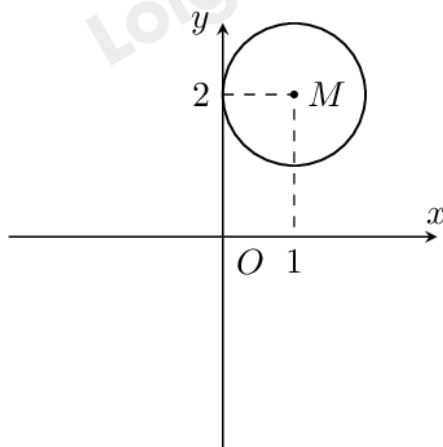
Gọi  $R$  là bán kính đường tròn  $(M;1) \Rightarrow R = 1$ .

Gọi  $A, B$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M$  lên các trục tọa độ  $Ox, Oy$ .

Tính độ dài  $MA, MB$  so sánh với  $R$  và kết luận.

#### Cách giải:

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $M(1;2)$ . Xác định vị trí tương đối của đường tròn  $(M;1)$  và các trục tọa độ.



Gọi  $R$  là bán kính đường tròn  $(M;1) \Rightarrow R = 1$ .

Gọi  $A, B$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M$  lên các trục tọa độ  $Ox, Oy$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BM \perp OB \\ MA \perp OA \Rightarrow OAMB \text{ là hình chữ nhật} \\ OA \perp OB \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} MB = OA = 1 = R \\ MA = BO = 2 > R \end{cases}$$

$\Rightarrow Oy$  tiếp xúc với  $(M;1)$  tại  $B$  và  $Ox$  không cắt đường tròn  $(M;1)$ .

**Câu 9**

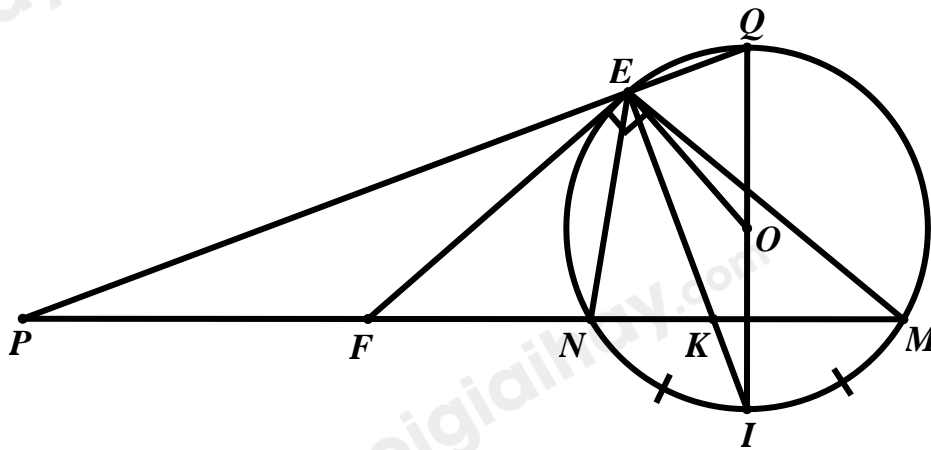
**Phương pháp:**

a) Ta sẽ chứng minh:  $IEM = INM$  và  $IMN = INM$ , từ đó suy ra  $NKE = IME$

b) Ta sẽ chứng minh:  $IEQ = 90^\circ$  nên là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn do đó,  $IQ$  là đường kính của đường tròn  $(O)$

**Cách giải:**

Cho đường tròn  $(O)$  và dây cung  $MN$  ( $MN$  không phải là đường kính). Lấy điểm  $K$  thuộc đoạn thẳng  $MN$  sao cho  $KM > KN (K \neq N)$ . Gọi  $I$  là điểm chính giữa của cung nhỏ  $MN$ . Đường thẳng  $IK$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $E (E \neq I)$ . Tiếp tuyến với đường tròn  $(O)$  tại điểm  $E$  cắt đường thẳng  $MN$  tại  $F$ .



a) Chứng minh  $NKE = IME$ .

Ta có:  $NKE = IEM + EMN$  (tính chất góc ngoài tam giác  $EMK$ ).

$$IME = IMN + EMN$$

Ta có  $IEM = INM$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $MI$ ).

Lại có  $I$  là điểm chính giữa cung  $MN$  suy ra  $IM = IN$  (hai cung bằng nhau căng 2 dây bằng nhau).

$\Rightarrow \triangle IMN$  là tam giác cân tại  $I$

$\Rightarrow IMN = INM$  (tính chất tam giác cân).

Suy ra  $NKE = IME$ .

b) Gọi  $P$  là điểm đối xứng với điểm  $K$  qua  $F$ . Đường thẳng  $PE$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $Q (Q \neq E)$

Chứng minh  $IQ$  là đường kính của đường tròn  $(O)$ .

Ta có:  $FKE = IEM + NME$  (tính chất góc ngoài tam giác)

$$FEK = NEI + FEN$$



Mà:  $FEN = NME$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung  $NE$ ).

Trong  $(O)$  có:  $IEM = IEN$  (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau).

Suy ra  $FEK = FKE$ .

Suy ra tam giác  $FEK$  cân tại  $F$  suy ra  $FE = FK$  (tính chất tam giác cân).

Mặt khác  $FK = FP$  (gt) nên  $FE = FK = FP = \frac{1}{2}PK$ .

Tam giác  $EKP$  có  $FE = FK = FP = \frac{1}{2}PK$  suy ra tam giác  $EKP$  vuông tại  $E$ .

Suy ra  $EK \perp EP$  hay  $EI \perp PQ$ , suy ra  $IEQ = 90^\circ$  nên là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn.

Vậy  $IQ$  là đường kính của đường tròn  $(O)$  (đpcm).

### Câu 10

#### Phương pháp:

a) Vận dụng dấu hiệu nhận biết của tứ giác nội tiếp, chứng minh  $AEMK$  nội tiếp đường tròn (tứ giác có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$ ), do đó điểm  $A, E, M, K$  cùng thuộc một đường tròn

b) +  $E, F, K$  thẳng hàng.

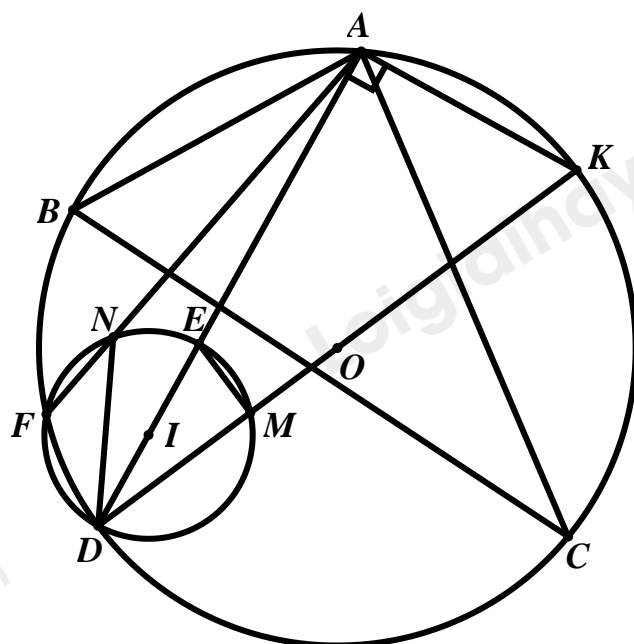
+  $\triangle EDN = \triangle EDM$  (cạnh huyền - góc nhọn)  $\Rightarrow ND = MD$  (2 cạnh tương ứng).

+  $\triangle NDA = \triangle MDA$  (cạnh - góc - cạnh).

#### Cách giải:

Cho tam giác  $ABC$  nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$  ( $AB < AC$ ).  $D$  là điểm nằm trên cung nhỏ  $BC$  ( $D \neq B, DB < DC$ ). Lấy điểm  $E$  thuộc đoạn thẳng  $AD$  sao cho  $AE > ED$  ( $E \neq D$ ). Đường tròn đường kính  $ED$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $F$  ( $F \neq D, F \neq B, F \neq C$ ). Đường thẳng  $DO$  và  $AF$  cắt đường tròn đường kính  $ED$  lần lượt tại các điểm  $M, N$  ( $M \neq D, N \neq F$ ). Kẻ đường kính  $DK$  của đường tròn  $(O)$ .

Chứng minh:



a) Ta có  $DME = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính  $DE$ )

$\Rightarrow EM \perp DK \Rightarrow EMK = 90^\circ$  và  $DAK = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn  $(O)$ ).

$\Rightarrow EAK = 90^\circ$

Xét tứ giác  $AEMK$  có:  $EAK + EMK = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$  tứ giác  $AEMK$  nội tiếp đường tròn (tứ giác có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$ ).

Vậy bốn điểm  $A, E, M, K$  cùng thuộc một đường tròn.

b) Ta có  $EFD = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính  $ED$ )  $\Rightarrow EF \perp FD$  (1)

Tương tự  $DFK = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn  $(O)$ )  $\Rightarrow KF \perp FD$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $E, F, K$  thẳng hàng.

Xét đường tròn đường kính  $ED$ , ta có  $NFE = NDE$  (2 góc nội tiếp cùng chắn  $NE$ ) hay  $AFK = NDE$

Lại có  $AFK = ADK$  (2 góc nội tiếp cùng chắn  $AK$ ) hay  $AFK = EDM$ . Từ (3) và (4) suy ra  $NDE = EDM$  (cùng bằng  $AFK$ ).

Xét  $\triangle EDN$  và  $\triangle EDM$  có:

$$\angle END = \angle EMD = 90^\circ$$

$ED$  : cạnh chung.

$$\angle NDE = \angle EDM \text{ (chứng minh trên).}$$

$\Rightarrow \triangle EDN = \triangle EDM$  (cạnh huyền - góc nhọn)

$\Rightarrow ND = MD$  (2 cạnh tương ứng).

Xét  $\triangle NAD$  và  $\triangle MAD$  có

$$ND = MD.$$

$AD$ : cạnh chung.

$$\widehat{NDA} = \widehat{MDA} \text{ (chứng minh trên).}$$

$$\Rightarrow \triangle NDA = \triangle MDA \text{ (cạnh - góc - cạnh).}$$