

## ĐỀ THI HỌC KÌ I:

## ĐỀ SỐ 3

## MÔN: TOÁN - LỚP 9



BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

## Đề bài

Bài 1: (1,5 điểm) Tính:

a)  $4\sqrt{12} - 15\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{9-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

b)  $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} - \sqrt{\frac{8}{7-3\sqrt{5}}}$

Bài 2: (1,5 điểm)

a) Giải phương trình sau:  $\sqrt{36x^2 - 12x + 1} = 2$ .

b) Rút gọn:  $A = \frac{x}{\sqrt{x}-1} - \frac{2x-\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$  (với  $x > 0, x \neq 1$ ).

Bài 3: (2 điểm)

a) Một khu vườn hình chữ nhật có kích thước là 25m và 40m. Người ta tăng mỗi kích thước của khu vườn thêm  $x$  (m). Gọi S,P theo thứ tự là diện tích và chu vi của khu vườn mới tính theo  $x$ . Hỏi các đại lượng S,P có phải là hàm số bậc nhất của  $x$  không? Vì sao? Tính giá trị của  $x$  khi biết giá trị tương ứng của  $P$  là 144 (tính theo đơn vị m).

b) Cho hàm số  $y = -2x + 3$  có đồ thị  $(d_1)$  và hàm số  $y = x$  có đồ thị là  $(d_2)$ . Vẽ  $(d_1)$  và  $(d_2)$  trên cùng mặt phẳng tọa độ. Tìm tọa độ giao điểm của  $(d_1)$  và  $(d_2)$  bằng phép tính.

Bài 4: (2 điểm)

a) Muốn tính khoảng cách từ điểm A đến điểm B bên kia bờ sông, ông Việt vạch từ A đường vuông góc với AB. Trên đường vuông góc này lấy một đoạn thẳng  $AC = 30m$ , rồi vạch  $CD$  vuông góc với phương BC cắt AB tại D. Do  $AD = 20m$ , từ đó ông Việt tính được khoảng cách từ A đến B. Em hãy tính độ dài AB và số đo góc  $\angle ACB$ .

b) Có 150g dung dịch chứa 40g muối. Ta phải pha thêm bao nhiêu nước nữa để dung dịch có tỉ lệ lên 20% muối

**Bài 5: (3 điểm)** Cho điểm A nằm ngoài đường tròn  $(O; R)$ , vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn  $(O; R)$  (B, C là tiếp điểm), gọi H là giao điểm của OA và BC.

a) Chứng minh rằng:  $OA \perp BC$ .

b) Gọi D, E là giao điểm của OA với đường tròn  $(O; R)$  (D nằm giữa O và A). Chứng minh rằng  $OH.HA = HD.HE$ .

c) Chứng minh rằng  $2HD.AB = DA.BC$ .

**LG bài 1**

**Giải chi tiết:**

$$\begin{aligned} a) & 4\sqrt{12} - 15\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{9-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= 4\sqrt{2^2 \cdot 3} - \frac{15}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}(3\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}} \\ &= 8\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 1 = 1. \end{aligned}$$

Vậy  $4\sqrt{12} - 15\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{9-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1$ .

$$\begin{aligned} b) & \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} - \sqrt{\frac{8}{7-3\sqrt{5}}} = |2-\sqrt{5}| - \sqrt{\frac{16}{14-6\sqrt{5}}} \\ &= \sqrt{5} - 2 - \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{14-6\sqrt{5}}} \quad (\text{do } 2-\sqrt{5} < 0) \\ &= \sqrt{5} - 2 - \frac{4}{\sqrt{3^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2}} = \sqrt{5} - 2 - \frac{4}{\sqrt{(3-\sqrt{5})^2}} \\ &= \sqrt{5} - 2 - \frac{4}{|3-\sqrt{5}|} = \sqrt{5} - 2 - \frac{4}{3-\sqrt{5}} \quad (\text{do } 3-\sqrt{5} > 0) \\ &= \sqrt{5} - 2 - \frac{4(3+\sqrt{5})}{3^2 - (\sqrt{5})^2} = \sqrt{5} - 2 - \frac{4(3+\sqrt{5})}{4} \\ &= \sqrt{5} - 2 - 3 - \sqrt{5} = -5. \end{aligned}$$

Vậy  $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} - \sqrt{\frac{8}{7-3\sqrt{5}}} = -5$

**LG bài 2**

**Giải chi tiết:**

a) Giải phương trình sau:  $\sqrt{36x^2 - 12x + 1} = 2$ .

ĐKXD:  $36x^2 - 12x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (6x-1)^2 \geq 0$  (luôn đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$ )

$$\sqrt{36x^2 - 12x + 1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(6x-1)^2} = 2$$

$$\Leftrightarrow |6x-1| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-1 = 2 \\ 6x-1 = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 3 \\ 6x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{6} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm:  $x = -\frac{1}{6}, x = \frac{1}{2}$

b) Rút gọn:  $A = \frac{x}{\sqrt{x}-1} - \frac{2x-\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$  (với  $x > 0, x \neq 1$ ).

ĐKXD:  $x > 0, x \neq 1$ . Với điều kiện trên ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{x}{\sqrt{x}-1} - \frac{2x-\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} = \frac{x}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{x}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x-(2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{(\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}-1} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-1} = \sqrt{x}-1. \end{aligned}$$

Vậy  $A = \frac{x}{\sqrt{x}-1} - \frac{2x-\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} = \sqrt{x}-1$

### LG bài 3

Giải chi tiết:

a) Một khu vườn hình chữ nhật có kích thước là 25m và 40m. Người ta tăng mỗi kích thước của khu vườn thêm  $x$  (m). Gọi S,P theo thứ tự là diện tích và chu vi của khu vườn mới tính theo  $x$ . Hỏi các đại lượng S,P có phải là hàm số bậc nhất của  $x$  không? Vì sao? Tính giá trị của  $x$  khi biết giá trị tương ứng của P là 144 (tính theo đơn vị m).

Ta có:

+) Chiều dài của khu vườn sau khi tăng thêm  $x$  (m) là:  $40+x$  (m)

+) Chiều rộng của khu vườn sau khi tăng thêm  $x$  (m) là:  $25+x$  (m)

Suy ra diện tích và chu vi của hình chữ nhật mới là:

+) Diện tích  $S = (40+x)(25+x) = x^2 + 65x + 1000$ .

Đây là hàm bậc hai vì có số mũ cao nhất gắn với biến  $x$  là 2.

$$+) \text{ Chu vi } P = 2 \cdot [(x+40) + (x+25)] = 4x + 130.$$

Đây là hàm số bậc nhất bởi số mũ cao nhất gắn với biến  $x$  là 1.

$$\text{Theo đề bài ta có: } P = 144 \Rightarrow 4x + 130 = 144 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}.$$

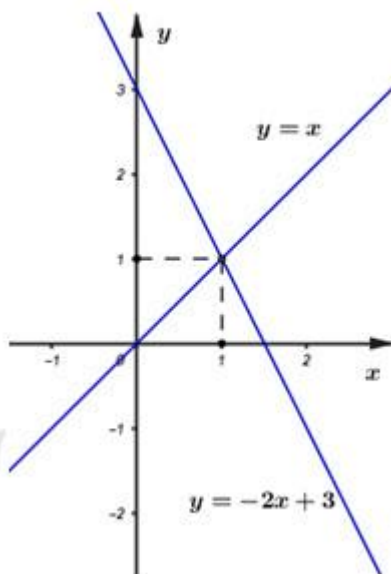
$$\text{Vậy giá trị của } x \text{ là: } x = \frac{7}{2}.$$

**b) Cho hàm số  $y = -2x + 3$  có đồ thị  $(d_1)$  và hàm số  $y = x$  có đồ thị là  $(d_2)$ . Vẽ  $(d_1)$  và  $(d_2)$  trên cùng mặt phẳng tọa độ. Tìm tọa độ giao điểm của  $(d_1)$  và  $(d_2)$  bằng phép tính.**

Ta có bảng giá trị:

Vậy đồ thị hàm số  $d_1: y = -2x + 3$  là đường thẳng đi qua hai điểm  $(0; 3)$ ,  $(1; 1)$  và đồ thị hàm số  $d_2: y = x$  là đường thẳng đi qua hai điểm  $(0; 0)$ ,  $(1; 1)$ .

Từ đó ta có đồ thị của hai hàm số trên:



Hoành độ giao điểm của  $(d_1)$  và  $(d_2)$  là nghiệm của phương trình:

$$-2x + 3 = x \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow x = 1$$

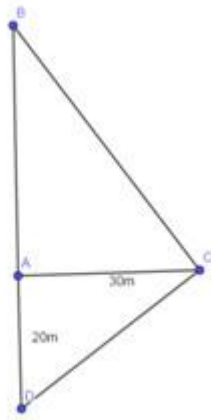
Với  $x = 1 \Rightarrow y = x = 1$ . Vậy giao điểm của  $(d_1)$  và  $(d_2)$  là điểm  $M(1; 1)$ .

#### LG bài 4

**Giải chi tiết:**

a) Muốn tính khoảng cách từ điểm  $A$  đến điểm  $B$  bên kia bờ sông, ông Việt vạch từ  $A$  đường vuông góc với  $AB$ . Trên đường vuông góc này lấy một đoạn thẳng  $AC = 30m$ , rồi vạch  $CD$  vuông góc với phương  $BC$  cắt  $AB$  tại  $D$ . Do  $AD = 20m$ , từ đó ông Việt tính được khoảng cách từ  $A$  đến  $B$ . Em hãy tính độ dài  $AB$  và số đo góc  $\angle ACB$ .

Ta có hình vẽ minh họa:



Xét tam giác vuông  $BCD$  vuông tại  $C$  có  $AC$  là đường cao ta có:

$$\Rightarrow AB \cdot AD = AC^2 \Leftrightarrow AB = \frac{AC^2}{AD} = 45(m) \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

Xét tam giác  $BAC$  vuông tại  $A$  có:

$$\tan(\angle ACB) = \frac{AB}{AC} = \frac{45}{30} = \frac{3}{2} \Rightarrow \angle ACB = \arctan \frac{3}{2} \approx 56^\circ.$$

b) Có 150g dung dịch chứa 40g muối. Ta phải pha thêm bao nhiêu nước nữa để dung dịch có tỉ lệ 20% muối.

Gọi lượng nước cần cho thêm vào dung dịch là  $x$  (g), ( $x > 0$ ).

Suy ra khối lượng dung dịch sau khi thêm nước là:  $150 + x$  (g).

Theo đề bài: sau khi thêm  $x$  (g) nước vào dung dịch thì sẽ được dung dịch mới có tỉ lệ 20% muối. Từ đó ta có phương trình:

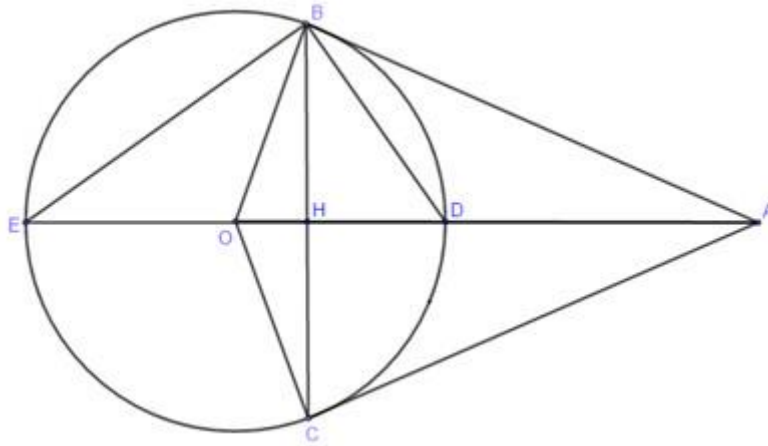
$$\frac{40}{150 + x} = \frac{20}{100} \Leftrightarrow 200 = 150 + x \Leftrightarrow x = 50(g) \text{ (tm)}$$

Vậy cần thêm vào dung dịch 50 (g) nước.

## LG bài 5

**Giải chi tiết:**

Bài 5: Cho điểm A nằm ngoài đường tròn  $(O; R)$ , vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn  $(O; R)$  (B, C là tiếp điểm),



gọi H là giao điểm của OA và BC.

a) Chứng minh rằng:  $OA \perp BC$ .

Xét đường tròn  $(O; R)$  có  $OB = OC$  (do cùng là bán kính)

Suy ra O cách đều hai điểm B, C, suy ra O nằm trên đoạn trung trực của BC. (1)

Xét đường tròn  $(O; R)$  có: AB, AC là tiếp tuyến (A, B là tiếp điểm)

Suy ra  $AB = AC$  (tính chất tiếp tuyến)

Suy ra A cách đều hai điểm B, C, suy ra A nằm trên trung trực của BC. (2)

Từ (1) và (2) suy ra OA là trung trực của BC, suy ra  $OA \perp BC$ .

b) Gọi D, E là giao điểm của OA với đường tròn  $(O; R)$  (D nằm giữa O và A)

Chứng minh rằng  $OH.HA = HD.HE$ .

Xét  $(O; R)$  có AB là tiếp tuyến (B là tiếp điểm)

$\Rightarrow AB \perp OB$  (tính chất tiếp tuyến)

Xét tam giác vuông OBA vuông tại B có BH là đường cao

$\Rightarrow OH.HA = BH^2$  (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (3)

Xét  $(O; R)$  có  $\angle EBD$  là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn  $\Rightarrow \angle EBD = 90^\circ$

Xét tam giác EBD vuông tại B có BH là đường cao

$\Rightarrow EH.HD = BH^2$  (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (4)

Từ (3), (4)  $\Rightarrow OH.HA = HD.HE$  (đpcm).

c) Chứng minh rằng  $2HD.AB = DA.BC$ .

Có D nằm trên đường trung trực của BC (D nằm trên OA)

Suy ra  $BD = BC$  (tính chất đường trung trực), suy ra cung  $BD$  bằng cung  $DC$  (hai cung bằng nhau thì căng hai dây bằng nhau)

Xét đường tròn  $(O; R)$  có:

+ )  $\angle CBD$  là góc nội tiếp chắn cung  $DC$

+ )  $\angle DBA$  là góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung chắn cung  $BD$

+ ) Cung  $BD$  và cung  $DC$  bằng nhau (cmt)

$\Rightarrow \angle CBD = \angle DBA \Rightarrow BD$  là phân giác  $\angle HBA$

Áp dụng tính chất đường phân giác vào tam giác  $HBA$  có:  $\frac{HD}{DA} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow HD \cdot AB = DA \cdot BH$

Mà có:  $BH = \frac{1}{2} BC$  (do  $H$  là trung điểm của  $BC$ )

$\Rightarrow HD \cdot AB = DA \cdot \frac{BC}{2} \Leftrightarrow 2HD \cdot AB = DA \cdot BC$  (đpcm)