ĐỀ THI HỌC KÌ I:

ĐỀ SỐ 10

MÔN: TOÁN - LỚP 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Đề bài

Câu 1 (2,0 điểm): Hãy tính giá trị của:

a) $M=\left(2\sqrt{300}+3\sqrt{48}-4\sqrt{75}\right):\sqrt{3}$;

b) $N=\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}$;

c) $P=\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}+\dfrac{12}{\sqrt{3}+3}$;

Câu 2 (2,0 điểm): Cho các biểu thức:

$A=1-\dfrac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}$ với $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 9.$

a) Hãy tính giá trị của *A* khi $x=16$.

b) Rút gọn *B*.

c) Xét biểu thức $T=\dfrac{A}{B}$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của *T*.

Câu 3 (2,0 điểm): Cho hàm số $y=(2-m)x+m+1$ (với *m* là tham số và $m\ne 2$) có đồ thị là đường thẳng (d).

a) Khi $m=0$, hãy vẽ (d) trên hệ trục tọa độ $Oxy.b)Tìm\ m\ d?\left(d \right)$ cắt đường thẳng $y=2x-5$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

c) Tìm *m* để (d) cùng với các trục tọa độ Ox, Oy tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2.

Câu 4 (3,5 điểm): Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm *A* nằm ngoài (O). Từ *A* kẻ hai tiếp tuyến *AB*, *AC* với (O) (*B*, *C* là các tiếp điểm). Gọi *H* là giao điểm của *OA* và *BC*.

a) Chứng minh bốn điểm *A*, *B*, *O*, *C* cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh *OA* là đường trung trực của *BC*.

c) Lấy *D* đối xứng với *B* qua *O*. Gọi *E* là giao điểm của đoạn thẳng *AD* với (O) (*E* không trùng với *D*). Chứng minh $\dfrac{DE}{BE}=\dfrac{BD}{BA}$.

d) Tính số đo góc HEC.

Câu 5 (0,5 điểm): Cho $x > 0, y > 0$ thỏa mãn $xy = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{6}{3x + 2y}.$$

LG bài 1

Giải chi tiết:

a) $M = \left(2\sqrt{300} + 3\sqrt{48} - 4\sqrt{75}\right) : \sqrt{3}$

$$M = \left(2\sqrt{300} + 3\sqrt{48} - 4\sqrt{75}\right) : \sqrt{3} = \left(2.10\sqrt{3} + 3.4\sqrt{3} - 4.5\sqrt{3}\right) : \sqrt{3}$$
$$= \left(20\sqrt{3} + 12\sqrt{3} - 20\sqrt{3}\right) : \sqrt{3} = 12\sqrt{3} : \sqrt{3} = 12$$

b) $N = \sqrt{\left(\sqrt{3} - 2\right)^2} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$;

$$N = \sqrt{\left(\sqrt{3} - 2\right)^2} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$$
$$= \left|\sqrt{3} - 2\right| + \sqrt{\left(\sqrt{3} - 1\right)^2} = 2 - \sqrt{3} + \left|\sqrt{3} - 1\right|$$
$$= 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 = 1$$

c) $P = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} - \frac{1}{\sqrt{3} - 2} + \frac{12}{\sqrt{3} + 3}$ **;**

$$P = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} - \frac{1}{\sqrt{3} - 2} + \frac{12}{\sqrt{3} + 3}$$
$$= \frac{2\left(\sqrt{3} - 1\right)}{\left(\sqrt{3} + 1\right)\left(\sqrt{3} - 1\right)} - \frac{1\left(\sqrt{3} + 2\right)}{\left(\sqrt{3} - 2\right)\left(\sqrt{3} + 2\right)} + \frac{12\left(3 - \sqrt{3}\right)}{\left(3 + \sqrt{3}\right)\left(3 - \sqrt{3}\right)}$$
$$= \frac{2\left(\sqrt{3} - 1\right)}{2} - \frac{\sqrt{3} + 2}{-1} + \frac{12\left(3 - \sqrt{3}\right)}{6}$$
$$= \sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 2 + 2\left(3 - \sqrt{3}\right) = 7$$

LG bài 2

Giải chi tiết:

Câu 2: Cho các biểu thức:

$A=1-\dfrac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ **và** $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}$ **với** $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 9.$

a) Hãy tính giá trị của *A* khi $x=16$**.**

Tại $x=16$ thì $A=1-\dfrac{\sqrt{16}}{1+\sqrt{16}}=1-\dfrac{4}{1+4}=1-\dfrac{4}{5}=\dfrac{1}{5}$

b) Rút gọn *B*.

$$B=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}$$
$$=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$
$$=\frac{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)-\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)+\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$
$$=\frac{x-9-x+4+\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

c) Xét biểu thức T = $\dfrac{A}{B}$ **. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của *T*.**

$$A=1-\frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}=\frac{1+\sqrt{x}-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}=\frac{1}{1+\sqrt{x}}$$

$$T=\frac{A}{B}=\frac{1}{1+\sqrt{x}}:\frac{1}{\sqrt{x}-2}=\frac{\sqrt{x}-2}{1+\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}+1-3}{1+\sqrt{x}}=1-\frac{3}{1+\sqrt{x}}$$

Do $x\ge 0\Rightarrow \sqrt{x}\ge 0\Rightarrow \dfrac{3}{1+\sqrt{x}}\le \dfrac{3}{1}=3\Rightarrow T=1-\dfrac{3}{1+\sqrt{x}}\ge 1-3=-2$

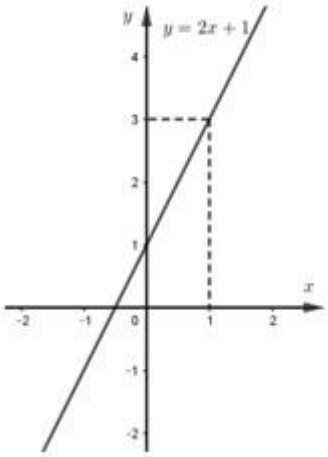
Dấu bằng xảy ra khi $x=0$

Vậy $Min\,T=-2$ khi $x=0.$

LG bài 3

Giải chi tiết:

Câu 3: Cho hàm số $y=\left(2-m\right)x+m+1$ **(với m là tham số và** $m\ne 2$**) có đồ thị là đường thẳng** $\left(d\right)$**.**



a) Khi $m=0$, hãy vẽ (d) trên hệ trục tọa độ Oxy**.**

Khi $m=0$ thì (d): $y=2x+1$

Đồ thị của đường thẳng (d) đi qua 2 điểm $(0;1),(1;3)$.

b) Tìm m để (d) cắt đường thẳng $y=2x-5$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và đường thẳng $y=2x-5$ là

$$(2-m)x+m+1=2x-5 \Leftrightarrow mx=m+6 \quad (1)$$

Để (d) cắt đường thẳng $y=2x-5$ tại điểm có hoành độ bằng 2 thì $x=2$ là nghiệm của phương trình (1) hay $2m=m+6 \Leftrightarrow m=6.$

Vậy với $m=6$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

c) Tìm *m* để (d) cùng với các trục tọa độ Ox,Oy tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2.

Gọi *A* và *B* là giao điểm của (d) lần lượt với hai trục tọa độ *Ox*, *Oy*.

Tọa độ điểm *A* thỏa mãn $\begin{cases} y=(2-m)x+m+1 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{m+1}{m-2}$

$$\Rightarrow A\left(\frac{m+1}{m-2};0\right) \Rightarrow OA=\left|\frac{m+1}{m-2}\right|$$

Tọa độ điểm *B* thỏa mãn $\begin{cases} y=(2-m)x+m+1 \\ x=0 \end{cases} \Leftrightarrow y=m+1$

$$\Rightarrow B(0;m+1) \Rightarrow OB=|m+1|$$

$S_{\Delta OAB} = 2 \Leftrightarrow \dfrac{OA.OB}{2} = 2$

$\Leftrightarrow \left|\dfrac{m+1}{m-2}\right|.|m+1| = 4$

$\Leftrightarrow (m+1)^2 = 4|m-2|$

Trường hợp 1: $m > 2 \Rightarrow pt \Leftrightarrow (m+1)^2 = 4(m-2) \Leftrightarrow m^2 - 2m + 9 = 0$ vô nghiệm.

Trường hợp 2: $m < 2 \Rightarrow pt \Leftrightarrow (m+1)^2 = -4(m-2) \Leftrightarrow m^2 + 6m - 7 = 0$

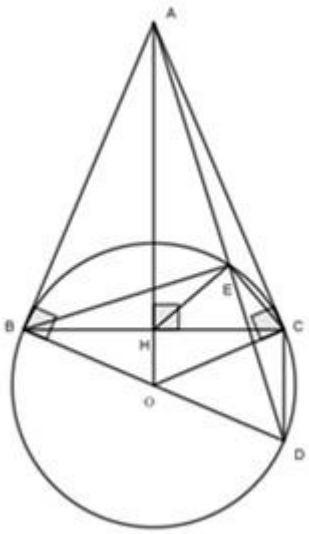
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \ \ (tm) \\ m = -7 \ \ (tm) \end{array}\right.$

Vậy với $m = 1$ hoặc $m = -7$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

LG bài 4

Giải chi tiết:

Câu 4: Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm *A* nằm ngoài (O). Từ *A* kẻ hai tiếp tuyến *AB, AC* với (O) (*B, C* là các tiếp



điểm). Gọi *H* là giao điểm của *OA* và *BC*.

a) Chứng minh bốn điểm *A, B, O, C* cùng thuộc một đường tròn.

Ta có *AB, AC* là hai tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow \angle OBA = \angle OCA = 90^o$

$\Rightarrow$ *B, C* cùng thuộc đường tròn đường kính *OA*

$\Rightarrow$ *A, B, O, C* cùng thuộc một đường tròn đường kính *OA*. (đpcm)

b) Chứng minh *OA* là đường trung trực của *BC*.

Ta có *AB, AC* là hai tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại *A*

$\Rightarrow AB = AC$ và *AO* là phân giác $\angle BAC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác cân tại *A*

$\Rightarrow$ *AO* vừa là phân giác $\angle BAC$ vừa là đường trung trực của *BC* (tính chất tam giác cân)

c) Lấy *D* đối xứng với *B* qua *O*. Gọi *E* là giao điểm của đoạn thẳng *AD* với (O) (*E* không trùng với *D*). Chứng minh $\frac{DE}{BE} = \frac{BD}{BA}$.

Ta có *D* đối xứng với *B* qua *O* $\Rightarrow$ *BD* là đường kính của (O)

$\Rightarrow \angle BED = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét ΔBED và ΔABD có: $\angle BED = \angle ABD = 90^o$, $\angle D$ chung

d) Tính số đo góc *HEC*.

$\angle BCD = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\angle AHB = 90^o$ (*AO* là trung trực của *BC*)

Xét ΔBCD và ΔAHB có: $\angle BCD = \angle AHB = 90^o$, $\angle BDC = \angle ABH$ (*BA* là tiếp tuyến của (O) tại *B*)

kết hợp c) $\Rightarrow \frac{DE}{BE} = \frac{CD}{BH}$

Xét ΔBHE và ΔDCE có (2 góc t.ư)

$\Rightarrow \angle BEH + \angle HED = \angle DEC + \angle HED \Rightarrow \angle BED = \angle HEC$

Mà $\angle BED = 90^o$ (chứng minh trên)

Vậy $\angle HEC = 90^o$

LG bài 5

Giải chi tiết:

Cho $x > 0, y > 0$ thỏa mãn $xy = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{6}{3x+2y}.$$

$$Q = \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{6}{3x+2y} = \frac{2y+3x}{xy} + \frac{6}{3x+2y} = \frac{3x+2y}{6} + \frac{6}{3x+2y}$$

Đặt $t = 3x + 2y \Rightarrow t \ge 2\sqrt{3x.2y} \Leftrightarrow t \ge 2\sqrt{6.6} = 12$

Theo bất đẳng thức AM-GM và vì $t \ge 12$ nên ta có:

$$Q = \frac{t}{6} + \frac{6}{t} = \left(\frac{t}{6} + \frac{24}{t}\right) - \frac{18}{t} \ge 2\sqrt{\frac{t}{6}.\frac{24}{t}} - \frac{18}{12} = \frac{5}{2}$$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} 3x = 2y \\ xy = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2y}{3} \\ \dfrac{2y^2}{3} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2y}{3} \\ y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \ (do \ \ y > 0) \end{cases}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là $\frac{5}{2}$ đạt được khi $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$.