ĐỀ THI HỌC KÌ I:

ĐỀ SỐ 8

MÔN: TOÁN - LỚP 8

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Đề bài

Bài 1 (1,5 điểm)

1.Tính: $\frac{1}{5}x^2y\left(15xy^2-5y+3xy\right)$.

2.Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $5x^3-5x$

b) $3x^2+5y-3xy-5x$

Bài 2 (2,0 điểm) Cho $P=\left(\frac{x+2}{2x-4}+\frac{x-2}{2x+4}+\frac{-8}{x^2-4}\right):\frac{4}{x-2}$

a)Tìm điều kiện của x để P xác định.

b)Rút gọn biểu thức P.

c)Tính giá trị của biểu thức P khi $x=-1\frac{1}{3}$

Bài 3 (2,0 điểm) Cho hai đa thức $A=2x^3+5x^2-2x+a$ và $B=2x^2-x+1$.

a)Tính giá trị đa thức B tại $x=-1$

b)Tìm a để đa thức A chia hết cho đa thức B.

c)Tìm x để giá trị đa thức $B=1$.

Bài 4 (3,5 điểm) Cho ΔABC có $\angle A=90^0$ và AH là đường cao. Gọi D là điểm đối xứng với H qua AB, E là điểm đối xứng với H qua AC. Gọi I là giao điểm của AB và DH, K là giao điểm của AC và HE.

a)Tứ giác $AIHK$ là hình gì? Vì sao?

b)Chứng minh ba điểm D, A, E thẳng hàng.

c)Chứng minh: $CB=BD+CE$

d)Biết diện tích tứ giác $AIHK$ là a(đvdt). Tính diện tích ΔDHE theo a.

Bài 5 (1,0 điểm)

a)Tìm các số x,y thỏa mãn đẳng thức: $3x^2+3y^2+4xy+2x-2y+2=0$

b)Với a,b,c,d dương, chứng minh: $F=\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{c+d}+\dfrac{c}{d+a}+\dfrac{d}{a+b}\ge 2$

LG bài 1

Giải chi tiết:

1. $\dfrac{1}{5}x^2y\left(15xy^2-5y+3xy\right)$

$=\dfrac{1}{5}x^2y.15xy^2-\dfrac{1}{5}x^2y.5y+\dfrac{1}{5}x^2y.3xy$

$=x^3y^3-x^2y^2+\dfrac{3}{5}x^3y^2.$

2. a) $5x^3-5x=5x\left(x^2-1\right)=5x\left(x-1\right)\left(x+1\right)$

b) $3x^2+5y-3xy-5x=\left(3x^2-3xy\right)-\left(5x-5y\right)$

$=3x\left(x-y\right)-5\left(x-y\right)=\left(3x-5\right)\left(x-y\right).$

LG bài 2

Giải chi tiết:

$$a)\ P=\left(\frac{x+2}{2x-4}+\frac{x-2}{2x+4}+\frac{-8}{x^2-4}\right):\frac{4}{x-2}$$

$$=\left[\frac{x+2}{2\left(x-2\right)}+\frac{x-2}{2\left(x+2\right)}-\frac{8}{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}\right]:\frac{4}{x-2}.$$

P xác định khi và chỉ khi $\begin{cases}2x-4\ne 0\\2x+4\ne 0\\x^2-4\ne 0\\x-2\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne 2\\x\ne -2\\\left(x-2\right)\left(x+2\right)\ne 0\\x\ne 2\end{cases}\Leftrightarrow x\ne \pm 2$

$$b)\ P=\left(\frac{x+2}{2x-4}+\frac{x-2}{2x+4}+\frac{-8}{x^2-4}\right):\frac{4}{x-2}$$

$$=\frac{\left(x+2\right)^2+\left(x-2\right)^2-16}{2\left(x+2\right)\left(x-2\right)}.\frac{x-2}{4}$$

$$=\frac{x^2+4x+4+x^2-4x+4-16}{8\left(x+2\right)}=\frac{2x^2-8}{8\left(x+2\right)}$$

$$=\frac{2\left(x^2-4\right)}{8\left(x+2\right)}$$

$$=\frac{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}{4\left(x+2\right)}=\frac{x-2}{4}.$$

c) *Thay* $x = -1\frac{1}{3} = -\frac{4}{3}$ vào biểu thức P ta được: $\dfrac{\frac{-4}{3}-2}{4} = \dfrac{-4-6}{3.4} = \dfrac{-10}{12} = -\dfrac{5}{6}$.

LG bài 3

Giải chi tiết:

Thay $x = -1$ vào $B = 2x^2 - x + 1$ ta được: $B = 2x^2 - x + 1 = 2.(-1)^2 - (-1) + 1 = 4$

a) Ta có:

Để $A \vdots (2x^2 - x + 1) \Leftrightarrow a - 3 = 0 \Leftrightarrow a = 3.$

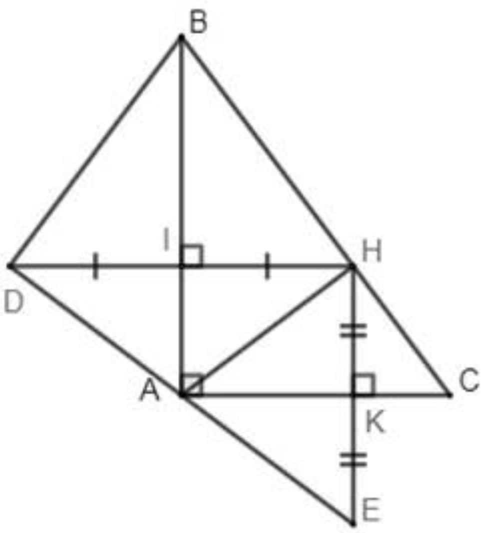
b) Để $B = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x + 1 = 1$

$\Leftrightarrow 2x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(2x-1) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$

LG bài 4

Giải chi tiết:



a)Vì D và H đối xứng với nhau qua $AB(gt) \Rightarrow \begin{cases} DI = IH \\ DH \perp AB = \{I\} \end{cases}$ (tính chất đối xứng trục)

$\Rightarrow \angle HIA = 90^0$

Vì H và E đối xứng với nhau qua $AC\left(gt\right) \Rightarrow \begin{cases} HK = KE \\ HE \perp AC = \{K\} \end{cases}$ (tính chất đối xứng trục)

$\Rightarrow \angle HKA = 90^0$

Xét tứ giác AIHK có: $\angle AIH = \angle IAK = \angle AKH = 90^0 \Rightarrow AIHK$ là hình chữ nhật (dhnb)

b)Vì D và H đối xứng với nhau qua $AB\left(gt\right) \Rightarrow AB$ là đường trung trực của DH (tính chất) $\Rightarrow DA = AH$ (tính chất) $\Rightarrow \Delta ADH$ cân tại A.

Mà AI là đường cao nên cũng là tia phân giác của $\angle DAH$ (tính chất tam giác cân)

$\Rightarrow \angle DAI = \angle IAH$ (tính chất tia phân giác) (1)

Vì E và H đối xứng với nhau qua $AC\left(gt\right) \Rightarrow AC$ là đường trung trực của EH (tính chất) $\Rightarrow HA = AE$ $\Rightarrow \Delta AEH$ cân tại A (dấu hiệu nhận biết tam giác cân)

Mà AK là đường cao nên cũng là tia phân giác của $\angle EAH$ (tính chất tam giác cân)

$\Rightarrow \angle HAK = \angle KAE$ (tính chất tia phân giác) (2)

Lại có: $\angle IAH + \angle HAK = 90^0\left(gt\right) \Rightarrow \angle DAI + \angle KAE = 90^0$

$\Rightarrow \angle DAI + \angle IAH + \angle HAK + \angle KAE = 180^0 \Rightarrow D, A, E$ thẳng hàng.

c)Vì AB là đường trung trực của $DH\left(cmt\right) \Rightarrow DB = BH$ (tính chất)

Vì AC là đường trung trực của $EH\left(cmt\right) \Rightarrow HC = CE$ (tính chất)

Mà $BC = BH + HC \Rightarrow BC = BD + CE$. (đpcm)

d)Do ΔADH là tam giác cân tại $A\left(cmt\right)$ mà AI là đường cao nên $\Rightarrow S_{\Delta DAI} = S_{\Delta HAI}$

Lại có, ΔAHE cân tại $A\left(cmt\right)$ mà AK là đường cao nên $\Rightarrow S_{\Delta AHK} = S_{\Delta AKE}$

Do đó ta có: $\begin{cases} S_{AIHK} = S_{AIH} + S_{AHK} \\ S_{DEH} = S_{AIH} + S_{AHK} + S_{DAI} + S_{AKE} = 2\left(S_{AIH} + S_{AHK}\right) = 2S_{AIHK} = 2a \end{cases}$

LG bài 5

Giải chi tiết:

$$a)\, 3x^2 + 3y^2 + 4xy + 2x - 2y + 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow \left(x^2 + 2x + 1\right) + \left(y^2 - 2y + 1\right) + 2\left(x^2 + 2xy + y^2\right) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left(x+1\right)^2 + \left(y-1\right)^2 + 2\left(x+y\right)^2 = 0$$

Ta có: $\begin{cases}(x+1)^2 \ge 0 \forall x \\ (y-1)^2 \ge 0 \forall y \\ (x+y)^2 \ge 0 \forall x,y\end{cases} \Rightarrow (x+1)^2+(y-1)^2+(x+y)^2 \ge 0 \forall x,y$

Do đó đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}x+1=0 \\ y-1=0 \\ x+y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-1 \\ y=1 \\ x=-y\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-1 \\ y=1\end{cases}$

Vậy $(x;y)=(1;1)$.

b) Ta có:

$$\begin{aligned}F &= \frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+d}+\frac{c}{d+a}+\frac{d}{a+b} \\ &= \left(\frac{a}{b+c}+\frac{c}{d+a}\right)+\left(\frac{b}{c+d}+\frac{d}{a+b}\right) \\ &= \frac{a(d+a)+c(b+c)}{(b+c)(d+a)}+\frac{b(a+b)+d(c+d)}{(c+d)(a+b)} \\ &= \frac{a^2+c^2+ad+bc}{(b+c)(d+a)}+\frac{b^2+d^2+ab+cd}{(c+d)(a+b)}.\end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy với 2 số x và y dương ta có: $(x+y)^2 \ge 4xy$.

Áp dụng bất đẳng thức trên cho hai số $(b+c)$ và $(d+a)$ ta có:

$$\begin{aligned}&[(b+c)+(a+d)]^2 \ge 4(b+c)(a+d) \\ &\Leftrightarrow (b+a)(a+d) \le \frac{(a+b+c+d)^2}{4}.\end{aligned}$$

Tương tự ta có: $(c+d)(a+b) \le \frac{(a+b+c+d)^2}{4}$.

$$\Rightarrow F \ge \frac{a^2+c^2+ad+bc}{\frac{1}{4}(b+c+d+a)} + \frac{b^2+d^2+ab+cd}{\frac{1}{4}(c+d+a+b)^2}$$

$$= \frac{4\left(a^2+b^2+c^2+d^2+ab+bc+cd+ad\right)}{(a+b+c+d)^2}$$

$$= \frac{2\left(a^2+b^2+c^2+d^2+2ab+2bc+2cd+2da+2bd+2ac\right)+2\left(a^2+b^2+c^2+d^2-2bd-2ca\right)}{(a+b+c+d)^2}$$

$$= \frac{2(a+b+c+d)^2+2\left[(a-c)^2+(b-d)^2\right]}{(a+b+c+d)^2}$$

$$= 2 + \frac{2\left[(a-c)^2+(b-d)^2\right]}{(a+b+c+d)^2}.$$

Ta có: $(a-c)^2+(b-d)^2 \ge 0$

$\Rightarrow F \ge 2.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a-c=0 \\ b-d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=c \\ b=d \end{cases}.$

Vậy $F \ge 2 \ (dpcm).$