ĐỀ THI HỌC KÌ I QUẬN LONG BIÊN

MÔN: TOÁN - LỚP 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1 (1,5 điểm). Thực hiện phép tính.

$a) -3\sqrt{80}+7\sqrt{45}-\sqrt{500}$ $b)\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}+\sqrt{19+8\sqrt{3}}$ $c)\dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}}-\dfrac{5}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{28}-2\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

Bài 2 (2 điểm). Cho biểu thức $P=\left(\sqrt{x}-\dfrac{x+2}{\sqrt{x}+1}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{\sqrt{x}-4}{x-1}\right)$

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của P với $x=4-2\sqrt{3}$.

c) Tìm số nguyên x để biểu thức P có giá trị nguyên.

Bài 3 (1,5 điểm). Cho hàm số $y=-0,5x$ có đồ thị là (d_1) và hàm số $y=x+2$ có đồ thị là (d_2)

a) Vẽ đồ thị (d_1) và (d_2) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Xác định hệ số a, b của đường thẳng $(d): y=ax+b$ biết rằng (d) song song với (d_1) và (d) cắt (d_2) tại một điểm có tung độ là -3.

Bài 4 (4,0 điểm).

1) (1 điểm) Cho tam giác ABC đường cao AH biết $BC=5cm$, $AH=2cm$, độ lớn góc $\widehat{ACB}=30^o$. Tìm độ dài AB.

2) (3,0 điểm) Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B và C là 2 tiếp điểm)

a) Chứng minh : Bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc 1 đường tròn và $AO\perp BC$.

b) Trên cung nhỏ BC của (O) lấy điểm M bất kì (). Tiếp tuyến tại M cắt AB, AC lần lượt tại D, E. Chứng minh : Chu vi ΔADE bằng $2AB$.

c) Đường thẳng vuông góc với AO tại O cắt AB và AC lần lượt tại P và Q. Chứng minh : $4PD.QE=PQ^2$.

Bài 5 (1,0 điểm). Cầu Đông Trù bắc qua sông Đuống, nằm trên quốc lộ 5 kéo dài, nối xã Đông Hội, huyện Đông Anh ở phía Bắc Hà Nội và phường Ngọc Thụy, quận Long Biên ở phía Nam Hà Nội. Nhịp giữa dài $120m$ được thiết kế bằng vòm thép nhồi bê tông có hình 1 cung tròn. Khoảng cách điểm cao nhất của mái vòm xuống mặt sàn của cầu là $47m$ *(được mô phỏng hình vẽ dưới)*. Hãy tính độ dài bán kính R của đường tròn chứa cung tròn là nhịp giữa của cầu Đông Trù ? *(kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân).*

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Thực hiện: Ban chuyên môn Loigiaihay.com

Bài 1 (VD):

Phương pháp:

a) Đưa thừa số ra ngoài dấu căn, sử dụng $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B}$.

b) Đưa thừa số ra ngoài dấu căn, sử dụng $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B}$.

c) Thực hiện rút gọn bằng cách đưa tử và mẫu về dạng tích kết hợp trục căn thức ở mẫu:

$$\frac{C}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} = \frac{C\left(\sqrt{A}-\sqrt{B}\right)}{A-B}$$

Cách giải:

a) $-3\sqrt{80}+7\sqrt{45}-\sqrt{500}$

$= -3\sqrt{16.5}+7.\sqrt{9.5}-\sqrt{100.5}$

$= -12\sqrt{5}+21\sqrt{5}-10\sqrt{5}$

$= -\sqrt{5}$

b) $\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}+\sqrt{19+8\sqrt{3}}$

$=\left|\sqrt{3}-2\right|+\sqrt{\left(4+\sqrt{3}\right)^2}$

$=2-\sqrt{3}+4+\sqrt{3}$

$=6$

c) $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}}-\frac{5}{1+\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{28}-2\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

$=\sqrt{2}-\frac{5\left(1-\sqrt{2}\right)}{1-2}+\frac{2\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

$=\sqrt{2}+5\left(1-\sqrt{2}\right)+2$

$=\sqrt{2}+5-5\sqrt{2}+2$

$=7-4\sqrt{2}$

Bài 2 (VD):

Phương pháp:

a) Qui đồng, khử mẫu và rút gọn.

b) Rút gọn x rồi thay vào biểu thức đã rút gọn được ở câu a.

c) Biến đổi P và sử dụng tính chất của ước bội để suy ra điều kiện $P \in \mathbb{Z}$.

Cách giải:

a) Rút gọn P.

$$P = \left(\sqrt{x} - \frac{x+2}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}-4}{x-1} \right)$$

$$= \left(\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)-(x+2)}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)} + \frac{\sqrt{x}-4}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)} \right)$$

$$= \frac{x+\sqrt{x}-x-2}{\sqrt{x}+1} : \frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}-4}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} : \frac{x-4}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$$

ĐKXĐ: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x-1 \neq 0 \\ x-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq 4 \end{cases}$

b) Tính giá trị của P ***với*** $x = 4-2\sqrt{3}$.

Ta có: $x = 4-2\sqrt{3} = \left(\sqrt{3}-1\right)^2 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{3}-1$ (TMĐKXĐ)

Thay vào P ta có: $P = \frac{\sqrt{3}-1-1}{\sqrt{3}-1+2} = \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+1} = \frac{\left(\sqrt{3}-2\right)\left(\sqrt{3}-1\right)}{3-1} = \frac{5-3\sqrt{3}}{2}$

Vậy với $x = 4-2\sqrt{3}$ thì $P = \frac{5-3\sqrt{3}}{2}$

c) Tìm số nguyên x ***để biểu thức*** P ***có giá trị nguyên.***

Ta có: $P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}+2-3}{\sqrt{x}+2} = 1 - \frac{3}{\sqrt{x}+2}$

Vì $x \in \mathbb{Z}, 1 \in \mathbb{Z}$ nên để $P \in \mathbb{Z}$ thì $\sqrt{x}+2 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$

Bảng giá trị:

$\sqrt{x}+2$	1	-1	3	-3
x	Không có x	Không có x	1 (KTM)	Không có x

Vậy không có giá trị x nguyên thỏa mãn điều kiện xác định để biểu thức P có giá trị nguyên.

Bài 3 (VD):

Phương pháp:

a) Lập bảng giá trị các điểm đi qua của mỗi đồ thị hàm số và vẽ đồ thị.

b) Sử dụng $d//d'$ thì $a=a', b\neq b'$.

Cách giải:

a) Vẽ đồ thị (d_1) ***và*** (d_2) ***trên cùng một mặt phẳng tọa độ*** $Oxy.$

Vẽ (d_1) và (d_2) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy

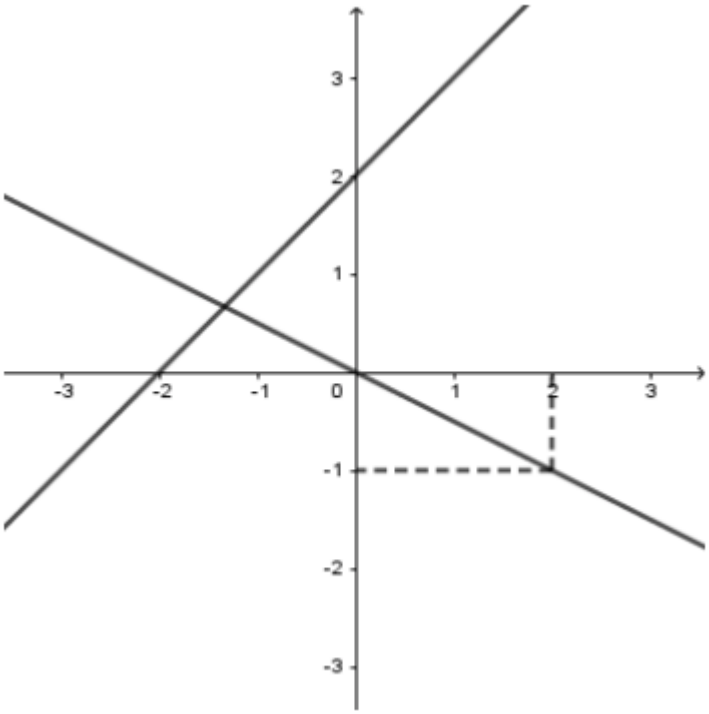
Bảng giá trị $y=-0,5x$

x	0	2
y	0	-1

Bảng giá trị $y=x+2$

x	0	-2
y	2	0

Đồ thị:



b) Xác định hệ số a,b ***của đường thẳng*** $(d): y = ax + b$ ***biết rằng*** (d) ***song song với*** (d_1) ***và*** (d) ***cắt*** (d_2) ***tại một điểm có tung độ là*** -3.

Vì $(d)//(d_1)$ nên $a = -0,5$ và $b \neq 0$. Khi đó $(d): y = -0,5x + b$

Gọi $A(x_0; -3)$ là tọa độ giao điểm của (d) và (d_2)

+ $A(x_0; -3) \in (d_2) \Rightarrow -3 = x_0 + 2 \Rightarrow x_0 = -5$

+ $A(-5; -3) \in (d) \Rightarrow -3 = -0,5.(-5) + b \Rightarrow b = -5,5$ (TMĐK)

Vậy $(d): y = -0,5x - 5,5$

Bài 4 (VD):

Phương pháp:

1) Sử dụng giá trị lượng giác của một góc nhọn trong tam giác vuông tính HC.

Từ đó tính HB và suy ra AB theo định lí Pi-ta-go.

2) a) +) Gọi N là trung điểm AO và chứng minh $NO = NA = NB = NC$

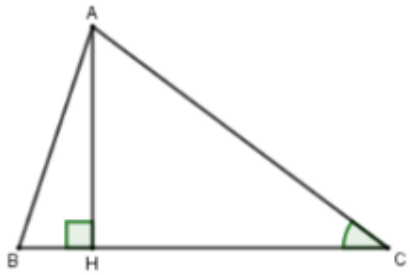
+) Chứng minh AO là trung trực của đoạn BC.

b) Sử dụng tính chất tiếp tuyến cắt nhau.

c) Chứng minh các tam giác $\Delta ODE \sim \Delta QOE$ và $\Rightarrow \Delta ODE \sim \Delta PDO$ suy ra các tỉ số đồng dạng.

Cách giải:

1) (1 điểm) Cho tam giác ABC đường cao AH biết $BC = 5cm, AH = 2cm$, độ lớn góc $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tìm độ dài AB.



Tam giác AHC vuông tại H có:

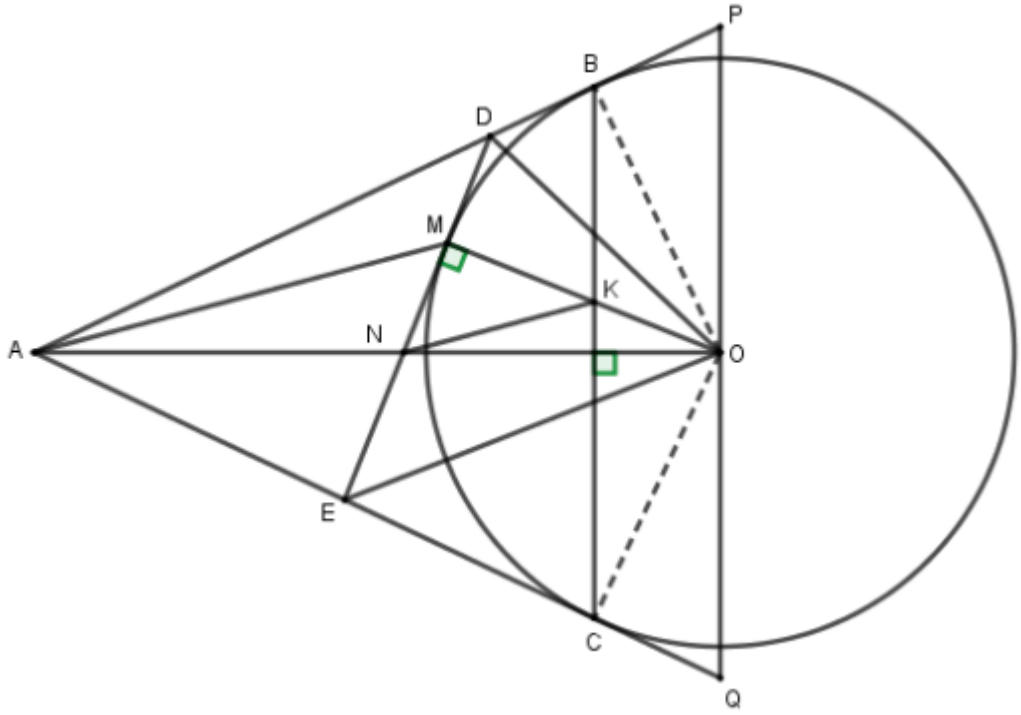
$$HC = \frac{AH}{\tan C} = \frac{2}{\tan 30^0} = 2\sqrt{3}cm;\ \ BH = BC - CH = 5 - 2\sqrt{3}cm$$

Tam giác \$AHB\$ vuông tại H có $AB^2 = AH^2 + HB^2$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{2^2 + \left(5 - 2\sqrt{3}\right)^2} = 41 - 20\sqrt{3} \approx 2,52cm$$

Vậy $AB = 2,52(cm)$.

2) (3,0 điểm) Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B và C là 2 tiếp điểm)



a) Chứng minh : Bốn điểm A,B,O,C ***cùng thuộc*** 1 ***đường tròn và*** $AO \perp BC$.

Gọi N là trung điểm của AO.

Tam giác AOB vuông tại B nên $BN = \frac{1}{2}AO = NA = NO$ (1)

Tương tự ta có $CN = \frac{1}{2}AO = NA = NO$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $NB = NA = NO = NC$.

Vậy A,B,O,C cùng thuộc đường tròn tâm $N,$ đường kính AO.

Vì AB,AC là các tiếp tuyến nên $AB = AC\left(t/c\right)$.

Mà $OA = OB$ (bán kính) nên AO là trung trực của đoạn $BC.$

Suy ra AO vuông góc BC $b)Trêncungnh?$ BC$ ***của*** $\left(O\right)$ ***lấy điểm*** M ***bất kì (). Tiếp tuyến tại*** M ***cắt*** AB,AC ***lần lượt tại*** D,E. ***Chứng minh : Chu vi*** ΔADE ***bằng*** $2AB.$

Chu vi $\Delta ADE = AD + DE + AE$

Mà : $DM = DB$ (tiếp tuyến MD và DB cắt nhau tại D)

$ME = CE$ (tiếp tuyến ME và CE cắt nhau tại E)

Suy ra chu vi ΔADE là:

$AD + DB + AE + EC = AB + AC = 2AB$

c) Đường thẳng vuông góc với AO ***tại*** O ***cắt*** AB ***và*** AC ***lần lượt tại*** P ***và*** $Q.$ ***Chứng minh :*** $4PD.QE = PQ^2$.

Theo tính chất của hai tiếp tuyến của đường tròn, ta có :

$$DOM = \frac{1}{2}BOM, MOE = \frac{1}{2}MOC$$

Cộng vế theo vế, ta được :

$$DOE = \frac{1}{2}BOC$$

Mà $\frac{1}{2}BOC = AOC = OQE$ (vì AOC và OQE cùng phụ với QAO)

Nên $DOE = OQE$

Xét tam giác ODE và tam giác $QOE,$ ta có :

$DOE = QOE\left(cmt\right)$

$OED = OEQ$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \Delta ODE \sim \Delta QOE\left(g.g\right)$

Chứng minh tương tự $\Rightarrow \Delta ODE \sim \Delta PDO$

$\Rightarrow \Delta QOE \sim \Delta PDO$ (tính chất bắc cầu)

$$\Rightarrow \frac{QO}{PD} = \frac{QE}{PO} \Rightarrow PD.QE = PO.QO = \frac{PQ}{2}\cdot\frac{PQ}{2} = \frac{PQ^2}{4}$$

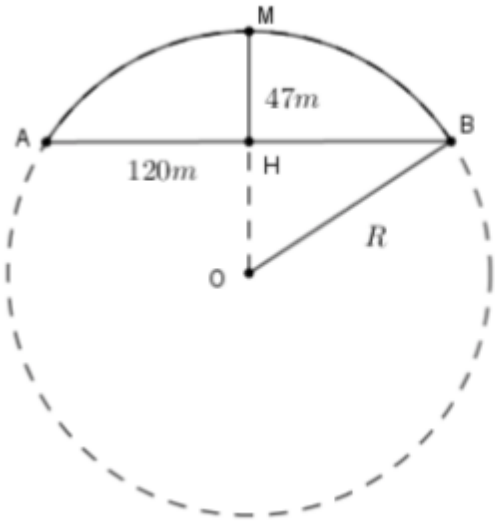
$\Rightarrow 4PD.QE = PQ^2$. (đpcm)

Bài 5 (VD):

Phương pháp:

Đặt bán kính bằng R, áp dụng định lí Pi-ta-go trong tam giác vuông tìm R.

Cách giải:



$MH = 47m$
$AB = 120m$
$R = ?$

Vì $OH \perp AB$ tại H nên H là trung điểm của \$AB,\$ do đó $HA = HB = 60(m)$

Kéo dài \$OH\$ cắt đường tròn tại M, khi đó $OM = R$ và là khoảng cách lớn nhất nên M là điểm cao nhất của mái vòm hay $HM = 47m$.

$\Rightarrow HO = OM - HM = R - 47(m)$

Áp dụng định lý Pitago vào tam giác vuông \$OHB\$ ta có:

$OB^2 = OH^2 + HB^2 \Rightarrow 60^2 + (R-47)^2 = R^2$

$\Leftrightarrow 3600 + R^2 - 94R + 2209 = R^2 \Leftrightarrow -94R = -5809 \Leftrightarrow R = \dfrac{5809}{94} \approx 62,00(m)$

Vậy độ dài bán kính R của đường tròn chứa cung tròn là nhịp giữa của cầu Đông Trù là 62 mét.