

ĐỀ THI HỌC KÌ I QUẬN HOÀN KIẾM

MÔN: TOÁN - LỚP 9



BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài I. (2,0 điểm)

1. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $M = (\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{8}) : \sqrt{2}$

b) $N = \frac{1}{\sqrt{3}-2} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$

2. Giải phương trình $\sqrt{4x-12} = \sqrt{x-3} + 2$ **Bài II.** (2,0 điểm)Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{2x+1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{6+\sqrt{x}}{x-4}$ (với $x \geq 0; x \neq 4$)1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \frac{1}{4}$.2. Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = AB$.**Bài III.** (2,5 điểm)Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $(d): y = 2x + 3$ và $(d'): y = (m^2 - 2)x + m - 1$.1. Vẽ đường thẳng (d) trong mặt phẳng tọa độ Oxy.2. Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d') .3. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để hai đường thẳng (d) và (d') cắt nhau tại điểm có hoành độ nguyên.**Bài IV.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên tia tiếp tuyến (O) tại A, lấy điểm M. Đường thẳng MB cắt đường tròn (O) tại C.

1. Chứng minh tam giác ABC vuông và $MA^2 = MC.MB$

2. Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với OM tại I, đường thẳng này cắt đường tròn (O) tại D.

Chứng minh bốn điểm M, C, I, A cùng thuộc một đường tròn.

3. Chứng minh MD là tiếp tuyến của (O) và $MCD = MDB$

Bài V.(0,5 điểm). Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a + b + c = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{ab+c} + \sqrt{bc+a} + \sqrt{ca+b}$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Bài I.

1. a)

$$\begin{aligned} M &= (\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{8}) : \sqrt{2} \\ &= (\sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{4 \cdot 2}) : \sqrt{2} \\ &= (3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2}) : \sqrt{2} \\ &= \sqrt{2}(3+5-2) : \sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2} : \sqrt{2} = 6 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} N &= \frac{1}{\sqrt{3}-2} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} \\ &= \frac{\sqrt{3}+2}{3-4} + \sqrt{3}-1 \\ &= -\sqrt{3}-2 + \sqrt{3}-1 \\ &= -3 \end{aligned}$$

2. $\sqrt{4x-12} = \sqrt{x-3} + 2$, ĐK: $x \geq 3$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-3} = \sqrt{x-3} + 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-3} = 2$$

$$\Leftrightarrow x-3 = 4$$

$$\Leftrightarrow x = 7 \text{ (t/m)}$$

Vậy $x = 7$.

Bài II.

Thay $x = \frac{1}{4}$ vào A ta được: $A = \frac{\sqrt{\frac{1}{4}} + 2}{2 \cdot \frac{1}{4} + 1} = \frac{5}{3}$

Vậy với $x = \frac{1}{4}$ thì $A = \frac{5}{3}$

2.

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{6+\sqrt{x}}{x-4} \\
 &= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} - \frac{2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{6+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\
 &= \frac{x-\sqrt{x}-2-2\sqrt{x}-4+6+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\
 &= \frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\
 &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\
 &= \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)}
 \end{aligned}$$

3. Ta có:

$$\begin{aligned}
 P = A \cdot B &= \frac{\sqrt{x}+2}{2x+1} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \\
 &= \frac{\sqrt{x}}{2x+1}
 \end{aligned}$$

$$TH1: x = 0 \Rightarrow P = 0$$

$$TH2: x > 0 \Rightarrow P > 0$$

P max khi $\frac{1}{P}$ min. Ta có:

$$\frac{1}{P} = \frac{2x+1}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

Áp dụng bất Cauchy cjo 2 số dương ta được:

$$\frac{1}{P} = 2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{2\sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } P_{\max} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

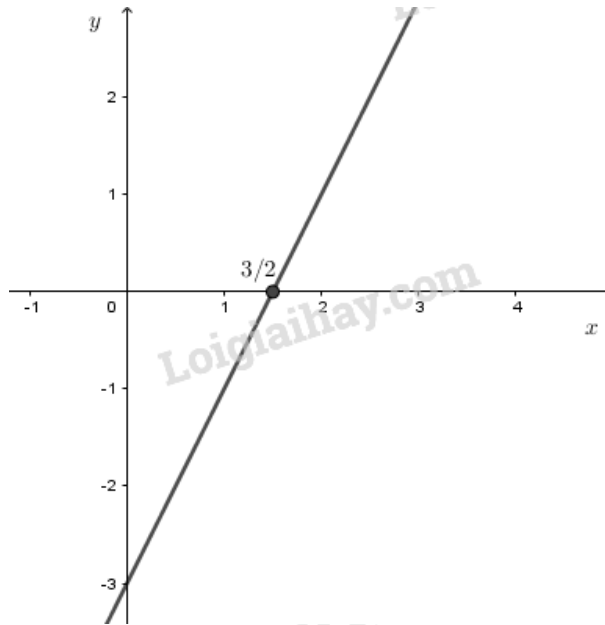
Dấu “=” xảy ra khi $x = \frac{1}{2}$.

Bài III

1)

+) Với $x = 0$ thì $y = -3 \Rightarrow (d)$ đi qua điểm $(0; -3)$

+) Với $x = \frac{3}{2}$ thì $y = 0 \Rightarrow (d)$ đi qua điểm $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$



2)

Xét pthđ giao điểm của (d) và (d') :

$$2x - 3 = (m^2 - 2)x + m - 1$$

$$\Leftrightarrow (m^2 - 4)x = -m - 2$$

$$(d) \text{ cắt } (d') \Leftrightarrow m \neq \pm 2$$

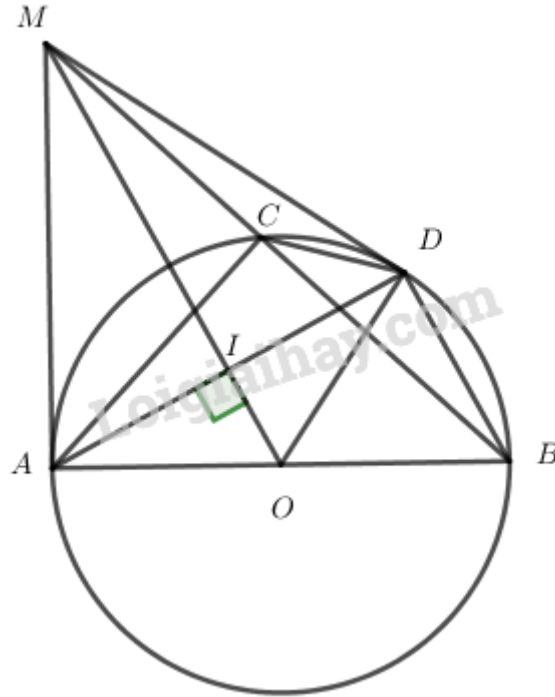
$$\text{Với } m \neq \pm 2 \Rightarrow x = \frac{-m-2}{m^2-4} = \frac{1}{2-m}$$

Với m nguyên, để x nguyên thì:

$$(2-m) \in U(1) \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$$

Vậy $m = 3$ hoặc $m = 1$ thì thỏa mãn đề bài.

Bài IV:



1. Xét tam giác ACB có $AO = CO = BO = R$

\Rightarrow Tam giác ACB vuông tại C

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ACB suy ra $MA^2 = MC.MB$

2. Tam giác MCA vuông tại C nên C thuộc đường tròn đường kính MA

Tam giác MAI vuông tại I nên I thuộc đường tròn đường kính MA. Vậy 4 điểm M, C, I, A thuộc đường tròn đường kính MA (đpcm).

3. Xét tam giác vuông AIO và tam giác vuông DIO có:

OI chung

$$AO = DO = R$$

$$\Rightarrow \Delta AIO = \Delta DIO (ch - cgv)$$

$$\Rightarrow \angle AOM = \angle DOM$$

Xét tam giác AOM và tam giác DOM có:

MO chung

$$\angle AOM = \angle DOM$$

$$AO = DO = R$$

$$\Rightarrow \Delta AOM = \Delta DOM (c.g.c)$$

$$\Rightarrow \angle MAO = \angle MDO = 90^\circ \Rightarrow MD \perp OD \text{ tại D}$$

Vậy MD là tiếp tuyến của (O)

Xét tam giác MCD và tam giác MDB có:

CMD chung

$MDB = DBM$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn 1 cung)

(g.g)

$\Rightarrow MCD = MDB$ (đpcm)

Bài V

Ta có:

$$P = \sqrt{ab+c} + \sqrt{bc+a} + \sqrt{ca+b} \geq \sqrt{c} + \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

Với a, b, c không âm và $a + b + c = 1$ nên $0 \leq a, b, c \leq 1$

Với $0 \leq x \leq 1$ thì:

$$\sqrt{x} \geq x \Rightarrow P \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \geq a + b + c = 1$$

Vậy $P_{\min} = 1$.

Dấu bằng xảy ra khi:

$$\begin{cases} ab = bc = ca = 0 \\ a + b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow (a, b, c) = (0, 0, 1) \text{ và các hoán vị của chúng.}$$

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{ab+c} + \sqrt{bc+a} + \sqrt{ca+b} \\ &\leq \frac{3}{4} \left(ab+c + \frac{4}{9} + bc+a + \frac{4}{9} + ca+b + \frac{4}{9} \right) \\ &= \frac{3}{4} \left(ab+bc+ca + \frac{7}{3} \right) \\ &= \frac{3}{4} (ab+bc+ca) + \frac{7}{4} \\ &\leq \frac{3}{4} \cdot \frac{(a+b+c)^2}{3} + \frac{7}{4} = 2 \end{aligned}$$

Vậy $P_{\max} = 2$. Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = \frac{1}{3}$.