

CHUYÊN ĐỀ 2: CÁC BÀI TOÁN VỀ DÃY SỐ**Dạng 1: Tìm quy luật của dãy số****Phương pháp giải:**

Để giải được loại toán này, ta cần xác định quy luật của dãy số. Các quy luật thường gặp của dãy số là:

1. Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ hai) bằng số hạng đứng liền trước nó cộng (hoặc trừ) với cùng một số tự nhiên.
2. Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ hai) bằng số hạng đứng liền trước nó nhân (hoặc chia) với cùng một số tự nhiên khác 0.
3. Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ ba) bằng tổng của 2 số hạng đứng liền trước nó.
4. Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ tư) bằng tổng của 3 số hạng đứng liền trước nó.
5. Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ hai) bằng số hạng đứng liền trước nó cộng với số chỉ thứ tự của số hạng đó rồi cộng với cùng một số tự nhiên.
6. Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ ba) bằng tích của 2 số hạng đứng liền trước nó.
7. Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ tư) bằng tích của 3 số hạng đứng liền trước nó.
8. Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ hai) bằng số hạng đứng liền trước nó nhân với số chỉ thứ tự của số hạng đó.
9. Mỗi số hạng bằng số chỉ thứ tự của số hạng đó nhân với số liền sau của số thứ tự.
10. Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ hai) bằng số hạng đứng liền trước nó nhân với một số tự nhiên d rồi nhân với số chỉ thứ tự của số hạng đó.

Ví dụ 1: Viết tiếp ba số hạng của dãy số sau:

- a) 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ;
- b) 0; 2; 4; 6; 12; 22;
- c) 2 ; 7 ; 13 ; 20 ;

Bài giải**Lời giải câu a**

Nhận xét:

- Số hạng thứ ba của dãy số là: $3 = 1 + 2$
- Số hạng thứ tư của dãy số là $5 = 2 + 3$

- Số hạng thứ năm của dãy số là $8 = 3 + 5$

Vậy quy luật của dãy số là: *Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ ba) bằng tổng của hai số hạng đứng liền trước nó.*

Áp dụng quy luật này, ta có các số hạng tiếp theo là:

$$8 + 13 = 21$$

$$13 + 21 = 34$$

$$21 + 34 = 55$$

Vậy ta được dãy số là: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55

Lời giải câu b

- Số hạng thứ tư của dãy số là: $6 = 0 + 2 + 4$
- Số hạng thứ năm của dãy số là $12 = 2 + 4 + 6$
- Số hạng thứ sáu của dãy số là $22 = 4 + 6 + 12$

Vậy quy luật của dãy số là: *Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ tư) bằng tổng của 3 số hạng đứng liền trước nó.*

Áp dụng quy luật này ta có:

- Số hạng thứ bảy là $6 + 12 + 22 = 40$
- Số hạng thứ tám là $12 + 22 + 40 = 74$
- Số hạng thứ chín của dãy số là $22 + 40 + 74 = 136$

Dãy số đã cho còn viết là: 0; 2; 4; 6; 12; 22; 40; 74; 136;

Lời giải câu c

Ta có:

$$7 = 2 + 2 + 3$$

$$13 = 7 + 3 + 3$$

$$20 = 13 + 4 + 3$$

Quy luật: *Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ hai) bằng số hạng đứng liền trước nó cộng với số chỉ thứ tự của số hạng đó rồi cộng với 3.*

- Số hạng thứ năm là: $20 + 5 + 3 = 28$
- Số hạng thứ sáu là: $28 + 6 + 3 = 37$
- Số hạng thứ bảy là $37 + 7 + 3 = 47$

Dãy số đã cho còn viết là 2; 7; 13; 20; 28; 37; 47;

Ví dụ 2: Viết tiếp ba số hạng vào dãy số sau: 1 ; 2 ; 6 ; 24 ;

Bài giải

Nhận xét:

- Số hạng thứ hai của dãy số là: $2 = 1 \times 2$
- Số hạng thứ ba của dãy số là: $6 = 2 \times 3$
- Số hạng thứ tư của dãy số là: $24 = 6 \times 4$

Quy luật: *Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ hai) bằng số đứng liền trước nó nhân với số chỉ thứ tự của số hạng đó.*

Vậy các số tiếp theo là:

$$24 \times 5 = 120$$

$$120 \times 6 = 720$$

$$720 \times 7 = 5040$$

Dãy số đã cho còn viết là: 1 ; 2 ; 6 ; 24 ; 120 ; 720 ; 5040 ; ...

Ví dụ 3: Tìm số hạng thứ 50 của dãy số sau:

- a) 1 ; 4 ; 7 ; 10 ;
- b) ; 390 ; 395 ; 400 (biết dãy số có 80 số hạng)

Bài giải

Lời giải câu a

Nhận xét:

- Số hạng thứ hai của dãy số là: $4 = 1 + 3 \times (2 - 1)$
- Số hạng thứ ba của dãy số là: $7 = 1 + 3 \times (3 - 1)$
- Số hạng thứ tư của dãy số là: $10 = 1 + 3 \times (4 - 1)$
-
- Số hạng thứ n của dãy số là: $1 + 3 \times (n - 1)$

Vậy số hạng thứ 50 của dãy số là:

$$1 + 3 \times (50 - 1) = 148$$

Lời giải câu b

Quy luật:

- Số thứ 80 của dãy số là $400 = 80 \times 5$
- Số thứ 79 của dãy số là $395 = 79 \times 5$

- Số thứ 78 của dãy số là $390 = 78 \times 5$

.....

- Số thứ n của dãy số là $n \times 5$

Vậy số hạng thứ 50 của dãy số là $50 \times 5 = 250$

Bài tập áp dụng

Bài 1. Viết thêm 2 số tiếp theo vào dãy số sau:

1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 11 ; 20 ; 37 ; ;

Bài 2. Viết thêm 2 số hạng tiếp theo của dãy số của dãy số:

2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 12 ; 17 ; 23 ; ;

Bài 3. Viết thêm 2 số hạng tiếp theo của dãy số:

a) 1 ; 3 ; 7 ; 15 ; 31 ; 63 ; ;

b) 3 ; 8 ; 15 ; 24 ; 35 ; 48 ; ;

Lời giải chi tiết

Bài 1. Dãy số 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 11 ; 20 ; 37 ; ;

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$2 + 3 + 6 = 11$$

$$3 + 6 + 11 = 20$$

$$6 + 11 + 20 = 37$$

Quy luật: Mỗi số hạng (từ số hạng thứ ba) bằng tổng của 3 số đứng liền trước nó.

Hai số tiếp theo là:

$$11 + 20 + 37 = 68$$

$$20 + 37 + 68 = 125$$

Vậy hai số tiếp theo trong dãy là 68 và 125.

Bài 2. Dãy số 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 12 ; 17 ; 23 ; ;

Ta có $3 = 2 + 1$

$$5 = 3 + 2$$

$$8 = 5 + 3$$

$$12 = 8 + 4$$

$$17 = 12 + 5$$

$$23 = 17 + 6$$

Vậy hai số hạng tiếp theo trong dãy là:

$$23 + 7 = 30$$

$$30 + 8 = 38$$

Ta có dãy số 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 12 ; 17 ; 23 ; **30 ; 38** ;

Bài 3

a) **1 ; 3 ; 7 ; 15 ; 31 ; 63 ; ;**

Ta có $3 = 1 + 2$

$$7 = 3 + 4$$

$$15 = 7 + 8$$

$$31 = 15 + 16$$

$$63 = 31 + 32$$

Vậy hai số hạng tiếp theo là:

$$63 + 64 = 127$$

$$127 + 128 = 255$$

Ta có dãy số 1 ; 3 ; 7 ; 15 ; 31 ; 63 ; **128 ; 255**

b) **3 ; 8 ; 15 ; 24 ; 35 ; 48 ; ;**

Ta có $8 = 3 + 5$

$$15 = 8 + 7$$

$$24 = 15 + 9$$

$$35 = 24 + 11$$

$$48 = 35 + 13$$

Vậy hai số hạng tiếp theo trong dãy là:

$$48 + 15 = 63$$

$$63 + 17 = 80$$

Ta có dãy số 3 ; 8 ; 15 ; 24 ; 35 ; 48 ; **63 ; 80** ;

Dạng 2: Xác định số a có thuộc dãy số đã cho hay không?**Phương pháp giải:**

- Tìm quy luật của dãy số
- Kiểm tra số a có thỏa mãn quy luật đó hay không?

- a) Viết tiếp 3 số hạng vào dãy số trên.
b) Số 2008 có thuộc dãy số trên không? Tại sao?

Bài giải**Lời giải câu a**

Ta thấy:

$$2 + 3 = 5$$

$$5 + 3 = 8$$

$$8 + 3 = 11$$

....

Quy luật: Kể từ số thứ hai trở đi, mỗi số hạng bằng số hạng đứng liền trước nó cộng với 3 đơn vị.

Vậy 3 số hạng tiếp theo của dãy số là: $17 + 3 = 20$; $20 + 3 = 23$; $23 + 3 = 26$

Dãy số trên được viết là 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26,

Lời giải câu b

Ta thấy $2 : 3 = \text{dư } 2$

$$5 : 3 = 1 \text{ dư } 2$$

$$8 : 3 = 2 \text{ dư } 2$$

....

Quy luật: Dãy số trên gồm các số hạng khi chia cho 3 đều dư 2.

Mà $2008 : 3 = 669 \text{ dư } 1$.

Vậy dãy số 2008 **không** thuộc dãy số trên.

Ví dụ 2: Hãy cho biết:

- a) Các số 50 và 133 có thuộc dãy số 90 ; 95 ; 100 ; ... hay không?
b) Số nào trong các số 666, 1000 và 9999 thuộc dãy số 3 ; 6 ; 12 ; 24 ;? Giải thích tại sao?

Bài giải**Lời giải câu a**

Cả hai số 50 và 133 đều không thuộc dãy số đã cho, vì:

- Các số hạng của dãy số đã cho đều lớn hơn 50.
- Các số hạng của dãy số đã cho đều chia hết cho 5, mà $133 : 5 = 26$ dư 3

Lời giải câu b

- Mỗi số hạng kể từ số thứ hai bằng số hạng đứng liền trước nó nhân với 2. Nên các số trong dãy kể từ số thứ hai đều là số chẵn.

Mà $666 : 2 = 333$ là số lẻ. Vậy số 666 không thuộc dãy số trên.

- Các số hạng của dãy số đều chia hết cho 3. Mà 1000 không chia hết cho 3.

Vậy số 1000 không thuộc dãy số trên.

- Các số hạng của dãy số kể từ số hạng thứ hai đều là số chẵn.

Vậy số 9999 không thuộc dãy số trên.

Dạng 3: Tìm số số hạng của dãy số**Phương pháp giải:**

Đối với bài toán này, ta thường sử dụng công thức về toán trồng cây:

$$\text{Số số hạng của dãy số} = \text{Số khoảng cách} + 1$$

Nếu quy luật của dãy số là: Mỗi số hạng đứng sau bằng số hạng đứng liền trước nó cộng với một số tự nhiên không đổi thì:

$$\text{Số số hạng của dãy số} = (\text{Số hạng cuối} - \text{số hạng đầu}) : \text{khoảng cách} + 1$$

Ví dụ 1: Cho dãy số 11 ; 14 ; 17 ; 20 ; ; 68

- Dãy số trên có bao nhiêu số hạng?
- Nếu ta tiếp tục kéo dài các số hạng của dãy số đó thì số hạng thứ 2007 là số nào?

Bài giải**Lời giải câu a**

Số số hạng của dãy số là

$$(68 - 11) : 3 + 1 = 20 \text{ (số hạng)}$$

Lời giải câu b

- Số hạng thứ 2 của dãy số là: $14 = 11 + 3 \times (2 - 1)$
- Số hạng thứ 3 của dãy số là $17 = 11 + 3 \times (3 - 1)$
- Số hạng thứ 4 của dãy số là $20 = 11 + 3 \times (4 - 1)$

.....

Vậy số hạng thứ 2007 của dãy số là $11 + 3 \times (2007 - 1) = 6029$

Ví dụ 2: Cho dãy số: 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; ; 2018

Hãy xác định dãy số trên có bao nhiêu số hạng?

Bài giải

Số số hạng của dãy số là $(2018 - 2) : 2 + 1 = 1009$ (số)

Ví dụ 3: Trong các số có 3 chữ số:

- Có bao nhiêu số chẵn chia hết cho 9?
- Có bao nhiêu số chia cho 4 dư 1?

Bài giải

Lời giải câu a

Các số chẵn có ba chữ số chia hết cho 9 là 108 ; 126 ; ; 990

Khoảng cách giữa hai số liên nhau là 18 đơn vị.

Số các số chẵn có ba chữ số chia hết cho 9 là

$$(990 - 108) : 18 + 1 = 50 \text{ (số)}$$

Lời giải câu b

Các số có ba chữ số chia cho 4 dư 1 là 101 ; 105 ; 109 ; ; 997

Khoảng cách giữa hai số liên nhau là 4.

Số các số có ba chữ số chia cho 4 dư 1 là:

$$(997 - 101) : 4 + 1 = 225 \text{ (số)}$$

Bài tập áp dụng

Bài 1. Tìm số số hạng của dãy số 7 ; 11 ; 15 ; 19 ; ; 2015

Bài 2. Tìm số số hạng của dãy số 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 10 ; 11 ; ; 2014 ; 2015

Bài 3. Cho dãy số: 2 ; 6 ; 12 ; 20 ; ; 10100

Hỏi dãy trên có bao nhiêu số hạng?

Lời giải chi tiết

Bài 1. Dãy số đã cho là dãy số cách đều 4 đơn vị

Số số hạng của dãy số là $(2015 - 7) : 4 + 1 = 503$ (số hạng)

Bài 2. Tách dãy số đã cho thành 2 dãy số:

2 ; 6 ; 10 ; ; 2014 và 3 ; 7 ; 11 ; ; 2015

Đây là các dãy số cách đều 4 đơn vị.

Số số hạng của dãy số 2 ; 6 ; 10 ; ; 2014 là: $(2014 - 2) : 4 + 1 = 504$ (số hạng)

Số số hạng của dãy số đã cho là $504 \times 2 = 1008$ (số hạng)

Bài 3. Số thứ nhất là $2 = 1 \times 2$

Số thứ hai là $6 = 2 \times 3$

Số thứ ba là $12 = 3 \times 4$

Số thứ tư là $20 = 4 \times 5$

....

Số thứ 100 là $10100 = 100 \times 101$

Vậy dãy trên có 100 số hạng.

Dạng 4: Tính tổng dãy số cách đều

Kiến thức cần nhớ:

Tổng của dãy số cách đều = (số hạng đầu + số hạng cuối) x số số hạng : 2

Ví dụ 1: Tính giá trị của A biết:

$$A = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 1996$$

Bài giải

Dãy số trên có số số hạng là $(1996 - 1) : 1 + 1 = 1996$ (số hạng)

Giá trị của A là $(1 + 1996) \times 1996 : 2 = 1\,993\,006$

Ví dụ 2: Tính giá trị của B biết:

$$B = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 299$$

Bài giải

Dãy số trên có số số hạng là $(299 - 1) : 2 + 1 = 150$ (số hạng)

Giá trị của B là $(1 + 299) \times 150 : 2 = 22500$

Bài tập áp dụng

Bài 1. Tính nhanh: $1 + 9 + 17 + \dots + 73$

Bài 2. Cho tổng sau $A = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 246$

Hỏi phải thêm vào A bao nhiêu đơn vị để A chia hết cho 100.

Bài 3. Tính tổng 50 số lẻ liên tiếp biết số lẻ lớn nhất trong dãy đó là 2019.

Lời giải chi tiết

Bài 1. Số số hạng của dãy là $(73 - 1) : 8 + 1 = 10$ (số hạng)

Tổng của dãy số trên là $(73 + 1) \times 10 : 2 = 370$

Đáp số: 370

Bài 2. Số số hạng của dãy là $(246 - 2) : 2 + 1 = 123$ (số)

Tổng của dãy số là: $(246 + 2) \times 123 : 2 = 12252$

Vậy $A + 48$ chia hết cho 100.

Đáp số: 48

Bài 3. 50 số lẻ liên tiếp thì có số khoảng cách là

$$50 - 1 = 49 \text{ (khoảng cách)}$$

Số đầu tiên của dãy số trên là

$$2019 - 49 \times 2 = 1921$$

Tổng của 50 số lẻ liên tiếp nêu trên là:

$$(2019 + 1921) \times 50 : 2 = 98500$$

Đáp số: 98500

Dạng 5: Bài toán đánh số trang sách, dãy chữ

Ví dụ 1: Một người viết liên tiếp nhóm chữ: TO QUOC VIET NAM thành dãy:

TOQUOCVIETNAMTOQUOCVIETNAM

a) Chữ cái thứ 2007 trong dãy là chữ gì?

b) Nếu người ta đếm được trong dãy có 50 chữ T thì dãy đó có bao nhiêu chữ O, bao nhiêu chữ I?

c) Bạn An đếm được trong dãy có 2007 chữ O. Hỏi bạn ấy đếm đúng hay đếm sai?

d) Người ta tô màu các chữ cái trong dãy theo thứ tự xanh, đỏ, tím, vàng, xanh, đỏ, tím, vàng, Hỏi chữ cái thứ 2007 trong dãy được tô màu gì?

Giải:

a) Nhóm chữ TO QUOC VIET NAM có 13 chữ cái.

$$2007 : 13 = 154 \text{ dư } 5$$

Vậy chữ cái thứ 2007 trong dãy là chữ thứ năm. Chữ đó là O.

b) Mỗi nhóm chữ TO QUOC VIET NAM có 2 chữ T và cũng có 2 chữ O và 1 chữ I.

Vì vậy, nếu người ta đếm được 50 chữ T thì trong dãy đó cũng có 50 chữ O và 25 chữ I.

c) Bạn ấy đếm sai vì chữ O trong dãy phải là số chẵn.

d) Ta có $2007 : 4 = 501 \text{ (dư 3)}$

Vậy chữ cái thứ 2007 trong dãy là chữ cái thứ 3. Chữ đó được tô màu tím.

Ví dụ 2: Một quyển sách có 256 trang. Hỏi để đánh số trang của quyển sách đó người ta phải dùng bao nhiêu chữ số?

Giải:

Từ trang 1 đến trang 9 có 9 trang: có $9 \times 1 = 9$ chữ số

Từ trang 10 đến trang 99 có 90 trang: có $90 \times 2 = 180$ chữ số

Từ trang 100 đến trang 256 có 157 trang: có $157 \times 3 = 471$ chữ số

Vậy để đánh số trang của quyển sách đó người ta phải dùng:

$$9 + 180 + 471 = 660 \text{ (chữ số)}$$

Đáp số: 660 chữ số

Ví dụ 3: Để đánh số trang của một cuốn sách người ta phải dùng tất cả 645 chữ số. Hỏi quyển sách đó có bao nhiêu trang?

Giải

Để đánh số trang của 1 cuốn sách, người ta phải viết liên tiếp các số tự nhiên từ 1, 2, 3, 4,

Từ trang 1 đến trang 9 có 9 trang: cần $9 \times 1 = 9$ chữ số

Từ trang 10 đến trang 99 có 90 trang: cần $90 \times 2 = 180$ chữ số

Số chữ số còn lại là

$$645 - (9 + 180) = 456 \text{ (chữ số)}$$

Số trang được đánh bằng số có 3 chữ số là

$$456 : 3 = 152 \text{ (trang)}$$

Quyển sách có số trang là

$$9 + 90 + 152 = 251 \text{ (trang)}$$

Đáp số: 251 trang

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Tìm quy luật rồi viết thêm 2 số hạng tiếp theo vào dãy số sau:

a) 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ;

b) 2 ; 12 ; 30 ; 56 ; 90 ;

c) 1 ; 5 ; 14 ; 33 ; 72 ;

Giải

a) 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ;

Ta thấy: $1 = 1 \times 1$

$$4 = 2 \times 2$$

$$9 = 3 \times 3$$

$$16 = 4 \times 4$$

$$25 = 5 \times 5$$

$$36 = 6 \times 6$$

Vậy hai số hạng tiếp theo là: $7 \times 7 = 49$; $8 \times 8 = 64$

Ta có dãy số: 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ; 49 ; 64 ; ...

b) 2 ; 12 ; 30 ; 56 ; 90 ;

Ta có: $2 = 1 \times 2$

$$12 = 3 \times 4$$

$$30 = 5 \times 6$$

$$56 = 7 \times 8$$

$$90 = 9 \times 10$$

Vậy hai số tiếp theo là: $11 \times 12 = 132$

$$13 \times 14 = 182$$

Ta có dãy các số: 2 ; 12 ; 30 ; 56 ; 90 ; 132 ; 182 ;

c) 1 ; 5 ; 14 ; 33 ; 72 ;

Ta thấy: $5 = 1 \times 2 + 3$

$$14 = 5 \times 2 + 4$$

$$33 = 14 \times 2 + 5$$

$$72 = 33 \times 2 + 6$$

Vậy hai số hạng tiếp theo là $72 \times 2 + 7 = 151$

$$151 \times 2 + 8 = 310$$

Bài 2. Tìm quy luật rồi viết thêm 3 số hạng tiếp theo vào dãy số sau:

a) 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 11 ; 16 ; 22 ;

b) 2 ; 6 ; 12 ; 20 ; 30 ;

c) 2 ; 3 ; 6 ; 11 ; 18 ; 27 ; ...

Giải

a) 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 11 ; 16 ; 22 ;

Quy luật: $1 + 1 = 2$

$$2 + 2 = 4$$

$$4 + 3 = 7$$

$$7 + 4 = 11$$

$$11 + 5 = 16$$

$$16 + 6 = 22$$

Vậy hai số tiếp theo là $22 + 7 = 29$

$$29 + 8 = 37$$

Ta có dãy số: 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 11 ; 16 ; 22 ; 29 ; 37 ;

b) 2 ; 6 ; 12 ; 20 ; 30 ;

Quy luật: $2 = 1 \times 2$

$$6 = 2 \times 3$$

$$12 = 3 \times 4$$

$$20 = 4 \times 5$$

$$30 = 5 \times 6$$

Vậy hai số hạng tiếp theo là $6 \times 7 = 42$

$$7 \times 8 = 56$$

Ta có dãy số: 2 ; 6 ; 12 ; 20 ; 30 ; 42 ; 56 ;

c) 2 ; 3 ; 6 ; 11 ; 18 ; 27 ; ...

Quy luật: $2 + 1 = 3$

$$3 + 3 = 6$$

$$6 + 5 = 11$$

$$11 + 7 = 18$$

$$18 + 9 = 27$$

Vậy hai số số hạng tiếp theo của dãy số là $27 + 11 = 38$

$$38 + 13 = 51$$

Ta có dãy số: 2 ; 3 ; 6 ; 11 ; 18 ; 27 ; 38 ; 51 ; ...

Bài 3. Tìm số hạng thứ 50 của dãy số sau:

a) 1 ; 4 ; 7 ; 10 ; 13;

b) 3 ; 7 ; 11 ; 15 ; 19 ;

Giải

a) 1 ; 4 ; 7 ; 10 ; 13;

Quy luật: $4 = 1 + 3 \times 1$

$$7 = 1 + 3 \times 2$$

$$10 = 1 + 3 \times 3$$

$$13 = 1 + 3 \times 4$$

.....

Số hạng thứ 50 của dãy số là $1 + 3 \times 49 = 148$

b) 3 ; 7 ; 11 ; 15 ; 19 ;

Quy luật: $7 = 3 + 4 \times 1$

$$11 = 3 + 4 \times 2$$

$$15 = 3 + 4 \times 3$$

$$19 = 3 + 4 \times 4$$

.....

Số hạng thứ 50 của dãy số là $3 + 4 \times 49 = 199$

Bài 4. Tìm số hạng thứ 40 của dãy số sau: 3 ; 8 ; 15 ; 24 ; 35 ;

Giải

Số hạng thứ nhất $3 = 1 \times 3$

Số hạng thứ hai $8 = 2 \times 4$

Số hạng thứ ba $15 = 3 \times 5$

Số hạng thứ tư $24 = 4 \times 6$

Số hạng thứ năm $25 = 5 \times 7$

.....

Số hạng thứ 40 của dãy số là $40 \times 42 = 1680$.

Bài 5. Tìm số hạng thứ 20 của dãy số sau: 1 ; 3 ; 7 ; 13 ; 21 ; 31 ;

Giải

Số thứ nhất $1 = 1 + 0 \times 1$

Số thứ hai $3 = 1 + 1 \times 2$

Số thứ ba $7 = 1 + 2 \times 3$

Số thứ tư $13 = 1 + 3 \times 4$

Số thứ năm $11 = 1 + 4 \times 5$

Số thứ sáu $31 = 1 + 5 \times 6$

.....

Số thứ 20 của dãy số là $1 + 19 \times 20 = 381$

Bài 6. Cho dãy số 6, 7, 9, 12, 16, Tìm số hạng thứ 50 của dãy số trên?

Giải

Quy luật: $7 = 6 + 1$

$$9 = 6 + 1 + 2$$

$$12 = 6 + 1 + 2 + 3$$

$$16 = 6 + 1 + 2 + 3 + 4$$

Số thứ 50 là $6 + 1 + 2 + 3 + \dots + 49$

$$6 + 1 + 2 + 3 + \dots + 49 = 6 + (1 + 49) \times 49 : 2 = 1231$$

Bài 7. Cho dãy số: 1 ; 7 ; 13 ; 19 ; ...

a) Nêu quy luật của dãy số rồi viết 3 số hạng tiếp theo.

b) Trong 2 số 1999 và 2001 thì số nào thuộc dãy số? Vì sao?

Giải

a) Ta có: $7 = 1 + 6$

$$13 = 7 + 6$$

$$19 = 13 + 6$$

.....

Như vậy, dãy số trên là dãy số cách đều 6 đơn vị. Mỗi số hạng kể từ số hạng thứ hai bằng số liền trước nó cộng với 6.

3 số hạng tiếp theo trong dãy số là: $19 + 6 = 25$

$$25 + 6 = 31$$

$$31 + 6 = 37$$

Ta có dãy số 1 ; 7 ; 13 ; 19 ; 25 ; 31 ; 37 ;

b) Các số hạng của dãy số đều chia 3 dư 1.

Số 1999 chia 3 dư 1 nên 1999 thuộc dãy số trên.

Số 2001 chia hết cho 3 nên 2001 không thuộc dãy số trên.

Bài 8. Cho dãy các số chẵn liên tiếp 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; Hỏi số 1996 là số hạng thứ mấy của dãy này ? Giải thích cách tìm.

Giải

Dãy trên là dãy số chẵn cách đều 2 đơn vị nên số 1996 là số hạng thứ $1996 : 2 = 998$

Vậy số 1996 là số hạng thứ 998 của dãy số trên.

Bài 9. Cho dãy các số lẻ liên tiếp : 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; Hỏi số hạng thứ 2007 trong dãy là số nào ? Giải thích cách tìm.

Giải

Số hạng thứ 2007 trong dãy là $(2007 - 1) \times 2 + 1 = 4013$

Bài 10. Cho dãy số: 3, 18, 48, 93, 153, ...

Tìm số hạng thứ 100 của dãy.

Giải

Nhận xét :

Số hạng thứ hai : $18 = 3 + 15 \times 1$

Số hạng thứ ba : $48 = 3 + 15 \times 1 + 15 \times 2$

Số hạng thứ tư: $93 = 3 + 15 \times 1 + 15 \times 2 + 15 \times 3$

Số hạng thứ năm : $153 = 3 + 15 \times 1 + 15 \times 2 + 15 \times 3 + 15 \times 4$

Vậy số hạng thứ 100 là

$$\begin{aligned} & 3 + 15 \times 1 + 15 \times 2 + \dots + 15 \times 99 \\ &= 3 + 15 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 99) \\ &= 3 + 15 \times (1 + 99) \times 99 : 2 = 74253 \end{aligned}$$

Bài 11: Viết các số chẵn bắt đầu từ 2. Số cuối cùng là 938. Dãy số có bao nhiêu số?

Giải

Số các số chẵn từ 2 đến 938 là $(938 - 2) : 2 + 1 = 469$ (số)

Bài 12. Cho dãy số 1, 5, 9, 13, ..., 2005. Hỏi dãy số có bao nhiêu số hạng?

Giải

Dãy số đã cho là dãy số cách đều 4 đơn vị.

Số số hạng của dãy trên là $(2005 - 1) : 4 + 1 = 8017$ (số)

Bài 13: Tính nhanh các tổng sau:

a, $3 + 6 + 9 + \dots + 147 + 150$.

b, $11 + 13 + 15 + \dots + 1999$.

c) $1 + 4 + 9 + 16 + \dots + 169$

Giải

a) Số số hạng của dãy số là $(150 - 3) : 3 + 1 = 50$ (số)

Tổng của dãy số là $(150 + 3) \times 50 : 2 = 3825$

b) Số số hạng của dãy số là $(1999 - 11) : 2 + 1 = 995$

Tổng của dãy số là $(1999 + 11) \times 995 : 2 = 999975$

c) Số số hạng của dãy số là $(169 - 1) : 3 + 1 = 57$ (số)

Tổng của dãy số là $(169 + 1) \times 57 : 2 = 4845$

Bài 14: Người ta viết TOÁNTUỒITHƠ thành một dãy, mỗi chữ cái được viết bằng 1 màu theo thứ tự xanh, đỏ, vàng. Hỏi chữ thứ 2000 là chữ gì, màu gì?

Giải

Ta thấy trong nhóm chữ TOÁNTUỒITHƠ có 11 chữ cái.

Mà $2000 : 11 = 181$ (dư 9)

Khi đó ta được 181 nhóm chữ TOÁNTUỒITHƠ và dư 9 chữ cái là TOÁNTUỒIT

Vậy chữ cái thứ 2000 là chữ T.

Lại có $2000 : 3 = 666$ (dư 2)

Vậy những chữ cái trong dãy có số thứ tự là số chia 3 dư 2 thì được tô màu đỏ.

Vậy chữ cái thứ 2000 là chữ T và được tô màu đỏ.

Bài 15: Một người viết liên tiếp nhóm chữ CHAM HOC CHAM LAM thành dãy CHAMHOCCHAMLAM CHAMHOCCHAMLAM...

a, Chữ cái thứ 1000 trong dãy là chữ gì?

b, Nếu người ta đếm được trong dãy có 1200 chữ H thì đếm được bao nhiêu chữ A?

c, Một người đếm được trong dãy có 1996 chữ C. Hỏi người đó đếm đúng hay sai? Giải thích tại sao?

d) Người ta tô màu các chữ cái trong dãy đó theo thứ tự: xanh, đỏ, tím, vàng, nâu, xanh, đỏ, tím, vàng, nâu, Hỏi chữ cái thứ 2007 trong dãy được tô màu gì?

Giải

a) Ta thấy trong nhóm chữ CHAMHOCCHAMLAM có 14 chữ cái.

Mà $1000 : 14 = 71$ (dư 6)

Khi đó ta được 71 nhóm chữ CHAMHOCCHAMLAM và dư 6 chữ cái là CHAMHO

Vậy chữ cái thứ 1000 là chữ O.

b) Trong mỗi nhóm chữ CHAMHOCCHAMLAM có 3 chữ H và 3 chữ A

Nếu người ta đếm được trong dãy có 1200 chữ H thì đếm được có 1200 chữ A.

c) Ta thấy mỗi nhóm chữ CHAMHOCCHAMLAM có 3 chữ C.

Mà $1996 : 3 = 665$ (dư 1)

Nên người đó đếm sai vì số chữ C trong dãy phải chia hết cho 3.

d) Mỗi nhóm màu gồm 5 màu xanh, đỏ, tím, vàng, nâu

Ta có $2007 : 5$ dư 2 nên chữ cái thứ 2007 được tô màu đỏ.

Bài 16. Trong một kỳ thi có 327 thí sinh dự thi. Hỏi người ta phải dùng bao nhiêu lượt chữ số để đánh số báo danh cho các thí sinh dự thi?

Giải

Từ 1 đến 9 gồm 9 số ứng với $9 \times 1 = 9$ chữ số

Từ 10 đến 99 gồm 90 số ứng với $90 \times 2 = 180$ chữ số

Từ 100 đến 327 có 228 số ứng với $228 \times 3 = 684$ chữ số

Vậy để đánh số báo danh của 327 thí sinh người ta phải dùng:

$$9 + 180 + 684 = 873 \text{ (chữ số)}$$

Đáp số: 873 chữ số

Bài 17. Để đánh số trang một quyển truyện người ta phải dùng tất cả 1242 chữ số. Hỏi quyển truyện dày bao nhiêu trang?

Giải

Để đánh số trang của 1 cuốn sách, người ta phải viết liên tiếp các số tự nhiên từ 1, 2, 3, 4,

Từ trang 1 đến trang 9 có 9 trang: cần $9 \times 1 = 9$ chữ số

Từ trang 10 đến trang 99 có 90 trang: cần $90 \times 2 = 180$ chữ số

Số chữ số còn lại là

$$1242 - (9 + 180) = 1053 \text{ (chữ số)}$$

Số trang được đánh bằng số có 3 chữ số là

$$1053 : 3 = 351 \text{ (trang)}$$

Quyển sách có số trang là

$$9 + 90 + 351 = 450 \text{ (trang)}$$

Đáp số: 450 trang

Bài 18. Trường Tiểu học Thành Công có 987 học sinh. Hỏi để ghi số thứ tự học sinh trường đó người ta phải dùng bao nhiêu chữ số?

Giải

Từ 1 đến 9 gồm 9 số ứng với $9 \times 1 = 9$ chữ số

Từ 10 đến 99 gồm 90 số ứng với $90 \times 2 = 180$ chữ số

Từ 100 đến 987 có 888 số ứng với $888 \times 3 = 2664$ chữ số

Vậy để ghi số thứ tự của 987 học sinh người ta phải dùng:

$$9 + 180 + 2664 = 2853 \text{ (chữ số)}$$

Đáp số: 2853 chữ số

Bài 19. Trong một kỳ thi học sinh giỏi lớp 5, để đánh số báo danh cho các thí sinh dự thi người ta phải dùng 516 lượt chữ số. hỏi kỳ thi đó có bao nhiêu thí sinh tham dự?

Giải

Từ 1 đến 9 có 9 số ứng với $9 \times 1 = 9$ chữ số

Từ 10 đến 99 có 90 số ứng với: $90 \times 2 = 180$ chữ số

Số chữ số còn lại là

$$516 - (9 + 180) = 327 \text{ (chữ số)}$$

Số thí sinh có số báo danh là số có 3 chữ số là

$$327 : 3 = 109 \text{ (thí sinh)}$$

Kì thi có số thí sinh tham dự là

$$9 + 90 + 109 = 208 \text{ (thí sinh)}$$

Đáp số: 208 thí sinh