ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 2

Môn: Toán - Lớp 11

Bộ sách Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm (4 điểm)

Câu 1: A	Câu 2: B	Câu 3: C	Câu 4: B	Câu 5: B	Câu 6: A	Câu 7: D	Câu 8: B	Câu 9: C	Câu 10: A
Câu 11: D	Câu 12:A	Câu 13: C	Câu 14:B	Câu 15: C	Câu 16:B	Câu 17: B	Câu 18:B	Câu 19: A	Câu 20: B

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác, cho điểm $M\left(x;y\right)$ và $sđ\left(OA,OM\right)=\alpha$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\sin\alpha=y$

B. $\sin\alpha=x-y$

C. $\cos\alpha=y$

D. $\cos\alpha=x+y$

Phương pháp

Với $M\left(x;y\right)$ là điểm trên đường tròn lượng giác, biểu diễn góc lượng giác có số đo α ta có:

- $\cos\alpha=x$.
- $\sin\alpha=y$.
- Nếu $\cos\alpha\ne 0$, $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.
- Nếu $\sin\alpha\ne 0$, $\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

Lời giải

Ta có: $\sin\alpha=y$.

Đáp án A

Câu 2: Cho $\tan x=3$. Khi đó giá trị của biểu thức $P=\dfrac{2\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}$ là:

A. $P=\frac{3}{2}$

B. $P=\frac{5}{4}$

C. $P=3$

D. $P=\frac{2}{5}$

Phương pháp

B1: Từ giả thiết $\tan x=3\Rightarrow\frac{\sin x}{\cos x}=3\Rightarrow\sin x=3\cos x.$.

B2: Thay $\sin x=3\cos x$ vào biểu thức P sau đó rút gọn.

Lời giải

Ta có: $\tan x=3\Rightarrow\frac{\sin x}{\cos x}=3\Rightarrow\sin x=3\cos x$.

Khi đó $P=\frac{2.3\cos x-\cos x}{3\cos x+\cos x}=\frac{5\cos x}{4\cos x}=\frac{5}{4}$.

Đáp án B

Câu 3: Biểu thức $\sin x\cos y-\cos x\sin y$ bằng:

A. $\cos(x-y)$.

B. $\cos(x+y)$.

C. $\sin(x-y)$.

D. $\sin(y-x)$.

Phương pháp

Sử dụng công thức cộng.

Lời giải

Ta có: $\sin(x-y)=\sin x\cos y-\cos x\sin y.$.

Đáp án C

Câu 4: Công thức nào sau đây là **sai?**

A. $\cos a\cos b=\frac{1}{2}\left[\cos(a-b)+\cos(a+b)\right]$

B. $\sin a\cos b=\frac{1}{2}\left[\sin(a-b)-\cos(a+b)\right]$

C. $\sin a\sin b=\frac{1}{2}\left[\cos(a-b)-\cos(a+b)\right]$

D. $\sin a\cos b=\frac{1}{2}\left[\sin(a-b)+\sin(a+b)\right]$

Phương pháp

Áp dụng công thức biến đổi tích thành tổng.

Lời giải

Ta có: $\sin a\cos b = \frac{1}{2}\left[\sin\left(a+b\right)+\sin\left(a-b\right)\right]$.

Đáp án B

Câu 5: Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số $y=\sin x$ là hàm số lẻ

B. Hàm số $y=\cos x$ là hàm số lẻ

C. Hàm số $y=\tan x$ là hàm số lẻ

D. Hàm số $y=\cot x$ là hàm số lẻ

Phương pháp

Trong 4 hàm lượng giác cơ bản chỉ có hàm số $y=\cos x$ là hàm chẵn

Lời giải

Hàm số $y=\cos x$ là hàm số chẵn.

Đáp án B

Câu 6: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ ?

A. $y=\cot 4x$

B. $y=\dfrac{\sin x+1}{\cos x}$

C. $y=\tan^2 x$

D. $y=\left|\cot x\right|$

Phương pháp

Để xét tính chẵn – lẻ của hàm số, ta làm như sau:

Bước 1: Tìm tập xác định D của hàm số, khi đó:

- Nếu D là tập đối xứng (tức $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$), thì ta thực hiện tiếp bước 2.
- Nếu D không phải tập đối xứng (tức là $\exists x\in D$ mà $-x\notin D$) thì ta kết luận hàm số không chẵn không lẻ.

Bước 2: Xác định $f\left(-x\right)$:

- Nếu $f\left(-x\right)=f\left(x\right),\forall x\in D$ thì kết luận hàm số là hàm số chẵn.
- Nếu $f\left(-x\right)=-f\left(x\right),\forall x\in D$ thì kết luận hàm số là hàm số lẻ.
- Nếu không thỏa mãn một trong hai điều kiện trên thì kết luận hàm số không chẵn không lẻ.

Lời giải

Nhận xét: Hàm số lẻ có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ

- Xét: Hàm số $y=\cot 4x$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{k\pi}{4},k\in\mathbb{Z}\right\}$ là tập đối xứng. Do đó $\forall x\in \mathrm{D}\Rightarrow -x\in \mathrm{D}$.

Ta có $f\left(-x\right)=\cot\left(-4\pi\right)=-\cot 4\pi=-f\left(x\right)\longrightarrow f\left(x\right)$ là hàm số lẻ $\Rightarrow$ **Chọn A**

- Xét: Hàm số $y=\dfrac{\sin x+1}{\cos x}$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập đối xứng. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = \frac{\sin(-x)+1}{\cos(-x)} = \frac{-\sin x + 1}{\cos x} \neq \{f(x), -f(x)\}$ Hàm số không có tính chẵn, lẻ

- Xét: Hàm số $y = \tan^2 x$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập đối xứng. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = \tan^2(-x) = \tan^2 x = f(x) \longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn

- Xét: Hàm số $y = |\cot x|$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ là tập đối xứng. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = |\cot(-x)| = |\cot x| = f(x) \longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn.

Đáp án A

Câu 7: Nghiệm của phương trình $2\cos(x - 15°) - 1 = 0$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = 75° + k360° \\ x = 135° + k360° \end{array} \right.$

B. $\left[\begin{array}{l} x = 60° + k360° \\ x = -60° + k360° \end{array} \right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = 45° + k360° \\ x = -45° + k360° \end{array} \right.$

D. $\left[\begin{array}{l} x = 75° + k360° \\ x = -45° + k360° \end{array} \right.$

Phương pháp

- Trường hợp $|m| > 1$ phương trình vô nghiệm.

- Trường hợp $|m| \le 1$, khi đó: Tồn tại duy nhất một số thực $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$ sao cho $\cos\alpha = m$.

Ta có : $\cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{array} \right., (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Ta có: $2\cos(x - 15°) - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos(x - 15°) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos(x - 15°) = \cos 60°$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 15° = 60° + k360° \\ x - 15° = -60° + k360° \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 75° + k360° \\ x = -45° + k360° \end{array} \right., k \in \mathbb{Z}$.

Đáp án D

Câu 8: Số nghiệm của phương trình $\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ thuộc khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là:

A. 4

B. 2

C. 3

D. 1

Phương pháp

Áp dụng các công thức giải phương trình lượng giác cơ bản rồi kết hợp điều kiện đã cho để chọn nghiệm thỏa mãn.

Lời giải

Ta có $\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x+\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{3}+k2\pi\\3x+\frac{\pi}{3}=\pi+\frac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{2\pi}{9}+k\frac{2\pi}{3}\\x=\frac{\pi}{3}+k\frac{2\pi}{3}\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

+) Trường hợp 1: $x=-\frac{2\pi}{9}+k\frac{2\pi}{3}\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow 0<-\frac{2\pi}{9}+k\frac{2\pi}{3}<\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{3}<k<\frac{13}{12}$.

Do $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k=1$. Suy ra trường hợp này có nghiệm $x=\frac{4\pi}{9}$ thỏa mãn.

+) Trường hợp 2: $x=\frac{\pi}{3}+k\frac{2\pi}{3}\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow 0<\frac{\pi}{3}+k\frac{2\pi}{3}<\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow-\frac{1}{2}<k<\frac{1}{4}$.

Do $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k=0$. Suy ra trường hợp này có nghiệm $x=\frac{\pi}{3}$ thỏa mãn.

Vậy phương trình chỉ có 2 nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Đáp án B

Câu 9: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-1;1;-1;1;-1;\ldots$ .Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng:

A. $u_n=1$

B. $u_n=-1$

C. $u_n=(-1)^n$

D. $u_n=(-1)^{n+1}$

Phương pháp

Tìm tính chất chung của các số trong dãy số rồi dự đoán công thức tổng quát.

Lời giải

Ta có: các số hạng đầu của dãy là $(-1)^1;(-1)^2;(-1)^3;(-1)^4;(-1)^5;\ldots\Rightarrow u_n=(-1)^n$.

Đáp án C

Câu 10: Cho dãy số (u_n), biết $u_n = \frac{1}{n+1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{1}{4}$.

B. $1;\frac{1}{2};\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{6}$.

D. $1;\frac{1}{3};\frac{1}{5}$.

Phương pháp

Thay lần lượt $n = 1,2,3$ vào công thức u_n.

Lời giải

Ta có: $u_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$, $u_2 = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$, $u_3 = \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$.

Đáp án A

Câu 11: Trong các dãy số sau, dãy số nào **không** phải cấp số cộng?

A. $\frac{1}{2};\frac{3}{2};\frac{5}{2};\frac{7}{2};\frac{9}{2}$

B. $1;1;1;1;1$

C. $-8;-6;-4;-2;0$

D. $3;1;-1;-2;-4$

Phương pháp

Để chứng minh dãy số (u_n) là một cấp số cộng, ta xét $A = u_{n+1} - u_n$

- Nếu A là hằng số thì (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = A$.
- Nếu A phụ thuộc vào n thì (u_n) không là cấp số cộng.

Lời giải

Xét đáp án A: Là cấp số cộng với $u_1 = \frac{1}{2}; d = 1$.

Xét đáp áp B: Là cấp số cộng với $u_1 = 1; d = 0$.

Xét đáp án C: Là cấp số cộng với $u_1 = -8; d = 2$.

Xét đáp án D: Không là cấp số cộng vì $u_2 = u_1 + (-2); u_4 = u_3 + (-1)$.

Đáp án D

Câu 12: Cho (u_n) là một cấp số cộng thỏa mãn $u_1 + u_3 = 8$ và $u_4 = 10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng:

A. 3

B. 6

C. 2 D. 4

Phương pháp

Dựa vào giả thuyết, ta lập một hệ phương trình chứa công sai d và số hạng đầu u_1, giải hệ phương trình này tìm được d và u_1.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} u_1 + u_3 = 8 \\ u_4 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + 2d = 8 \\ u_1 + 3d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 2d = 8 \\ u_1 + 3d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$.

Vậy công sai của cấp số cộng là $d = 3$.

Đáp án A

Câu 13: Gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên trong cấp số cộng (a_n). Biết $S_6 = S_9$, tỉ số $\frac{a_3}{a_5}$ bằng:

A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{5}{9}$

C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{3}{5}$

Phương pháp

Cho một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d.

Đặt $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$.

Khi đó : $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$ hoặc $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$.

Lời giải

Ta có: $S_6 = S_9 \Leftrightarrow \frac{6(2a_1 + 5d)}{2} = \frac{9(2a_1 + 8d)}{2} \Leftrightarrow a_1 = -7d$.

Vậy $\frac{a_3}{a_5} = \frac{a_1 + 2d}{a_1 + 4d} = \frac{-7d + 2d}{-7d + 4d} = \frac{5}{3}$.

Đáp án C

Câu 14: Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

A. $1; -1; 1; -1$ B. $1; -3; 9; 10$

C. $1; 0; 0; 0$ D. $32; 16; 8; 4$

Phương pháp

Chứng minh $\forall n \ge 1, u_{n+1} = u_n.q$ trong đó q là một số không đổi.

Nếu $u_n \neq 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì ta lập tỉ số $T = \dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.

* T là hằng số thì (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = T$.
* T phụ thuộc vào n thì (u_n) không là cấp số nhân.

Lời giải

- $1;-1;1;-1$ là cấp số nhân với $q=-1$.
- $-1;3;9;10$ không là cấp số nhân.
- $1;0;0;0$ là cấp số nhân với $q=0$.
- $32;16;8;4$ là cấp số nhân với $q=\dfrac{1}{2}$.

Đáp án B

Câu 15: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có $u_5=2$ và $u_9=6$. Tính u_{21}

A. 18 B. 54

C. 162 D. 486

Phương pháp

Dựa vào giả thuyết, ta lập một hệ phương trình chứa công bội q và số hạng đầu u_1, giải hệ phương trình này tìm được q và u_1.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} u_5 = 2 \\ u_9 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1q^4 = 2 \\ u_1q^8 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \dfrac{2}{3} \\ q^4 = 3 \end{cases}$.

Suy ra $u_{21} = u_1q^{20} = u_1\left(q^4\right)^5 = \dfrac{2}{3}.3^5 = 162$.

Đáp án C

Câu 16: Giá trị của tổng $7+77+777+...+77...7$ bằng

A. $\dfrac{70}{9}\left(10^{2018}-1\right)+2018$ B. $\dfrac{7}{9}\left(\dfrac{10^{2018}-10}{9}-2018\right)$

C. $\dfrac{7}{9}\left(\dfrac{10^{2019}-10}{9}-2018\right)$ D. $\dfrac{7}{9}\left(10^{2018}-1\right)$

Phương pháp

Cho một cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có số hạng đầu u_1 và công bội q.

Đặt $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$.

Khi đó : $S_n = u_1.\dfrac{1-q^n}{1-q}, q \ne 1$.

Lời giải

Ta có $7 + 77 + 777 + ... + 77...7$

$= \dfrac{7}{9}\left(9 + 99 + 999 + ... + 99...9\right) = \dfrac{7}{9}\left(10 - 1 + 10^2 - 1 + 10^3 - 1 + ... + 10^{2018} - 1\right)$

$= \dfrac{7}{9}\left(10 + 10^2 + 10^3 + ... + 10^{2018} - 2018\right)$

Mặt khác,ta có $10 + 10^2 + 10^3 + ... + 10^{2018}$ là tổng của một cấp số nhân với $u_1 = 10$ và công bội $q = 10 \Rightarrow$ $10 + 10^2 + 10^3 + ... + 10^{2018} = 10\dfrac{10^{2018} - 1}{9} = \dfrac{10^{2019} - 10}{9}$.

Do đó $\dfrac{7}{9}\left(10 + 10^2 + 10^3 + ... + 10^{2018} - 2018\right) = \dfrac{7}{9}\left(\dfrac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right)$.

Đáp án B

Câu 17: Thống kê về nhiệt độ tại một địa điểm trong 30 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ $\left({}^0C\right)$	$\left[18; 22\right)$	$\left[22; 25\right)$	$\left[25; 28\right)$	$\left[28; 31\right)$	$\left[31; 34\right)$
Số ngày	3	6	10	5	6

Số ngày có nhiệt độ thấp hơn 25^0C là:

A. 10

B. 9

C. 19

D. 3

Phương pháp

Đọc bảng số liệu.

Lời giải

Số ngày có nhiệt độ thấp hơn 25^0C là: 9 ngày.

Đáp án B

Câu 18: Điều tra về điểm kiểm tra giữa HKI của 36 học sinh lớp 11A ta được kết quả sau:

Điểm	$\left[0; 2\right)$	$\left[2; 4\right)$	$\left[4; 6\right)$	$\left[6; 8\right)$	$\left[8; 10\right)$
Tần số	1	5	9	14	7

Điểm trung bình của 36 học sinh trên gần nhất với số nào dưới đây?

A. $6,4$

B. $6,2$

C. $6,0$

D. $6,6$

Phương pháp

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là $\overline{x}$.

$$\overline{x} = \frac{m_1x_1 + \ldots + m_kx_k}{n}$$

trong đó, $n = m_1 + \ldots + m_k$ là cỡ mẫu và $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ (với $i = 1, \ldots, k$) là giá trị đại diện của nhóm $\left[a_i; a_{i+1}\right)$.

Lời giải

Điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Đại diện	1	3	5	7	9
Tần số	1	5	9	14	7

Số trung bình của mẫu số liệu xấp xỉ bằng: $(1.1 + 3.5 + 5.9 + 7.14 + 9.7) : 36 = 6,2$

Đáp án B

Câu 19: Thời gian luyện tập trong một ngày (tính theo giờ) của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian luyện tập (giờ)	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8;10)
Số vận động viên	3	8	12	12	4

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 3

B. 4

C. 6

D. 5

Phương pháp

Để tính tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_1, giả sử đó là nhóm thứ p : $\left[a_p; a_{p+1}\right)$. Khi đó,

$$Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - \left(m_1 + \ldots + m_{p-1}\right)}{m_p} \cdot \left(a_{p+1} - a_p\right),$$

trong đó, n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p, với $p = 1$ ta quy ước $m_1 + \ldots + m_{p-1} = 0$.

Lời giải

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1; x_2; \ldots; x_{39}$ là $x_{10} \in [2;4)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{1.39}{4} - 3}{8} \cdot (4-2) = \frac{59}{16} = 3,6875$$

Đáp án A

Câu 20: Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả bơ ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số quả bơ	1	7	12	3	2

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[170;190)$

B. $[160;180)$

C. $[130;150)$

D. $[180;200)$

Phương pháp

- Gọi n là cỡ mẫu.
- Giả sử nhóm $[u_m; u_{m+1})$ chứa trung vị;
- n_m là tần số của nhóm chứa trung vị;
- $C = n_1 + n_2 + \ldots + n_{m-1}$.

Khi đó $M_e = u_m + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m)$

Lời giải

Gọi $x_1; x_2, \ldots, x_{25}$ là cân nặng của 25 quả bơ xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1 \in [150;155); x_2, \ldots, x_8 \in [155;160); x_9, \ldots, x_{20} \in [160;165)$ nên trung vị của mẫu số liệu $x_1; x_2; \ldots; x_{25}$ là $x_{13} \in [160;165)$.

Ta xác định được $n = 25, n_m = 12, C = 1 + 7 = 8, u_m = 160, u_{m+1} = 165$.

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_e = 160 + \frac{\frac{25}{2} - 8}{12} \cdot (165 - 160) = 161,875$$

Đáp án B

Phần tự luận.

Bài 1.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất : $y=2\cos x+\cos 2x-8$ với $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{4}\right]$.

Phương pháp

B1: Đặt ẩn phụ và tìm điều kiện của ẩn

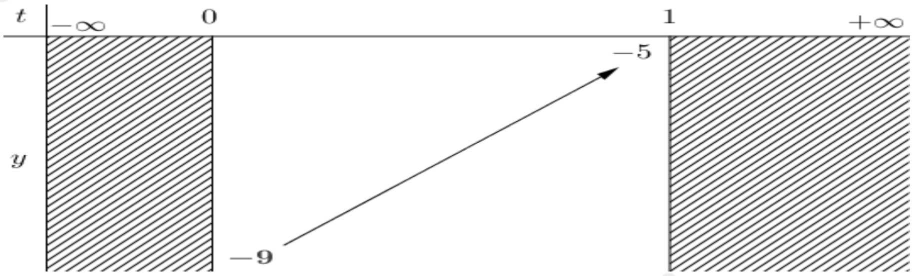
B2: Lập bảng biến thiên, khảo sát hàm số rồi kết luận

Lời giải

Ta có: $y=2\cos x+2\cos^2 x-1-8=2\cos^2 x+2\cos x-9$

Đặt $\cos x=t$, với $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{4}\right]$ thì $t\in[0;1]$, hàm số có dạng: $y=2t^2+2t-9$.

Xét hàm số $y=2t^2+2t-9$ trên $[0;1]$ có BBT như sau:



Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -9 khi và chỉ khi $t=0$ tức $\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Giá trị lớn nhất của hàm số bằng -5 khi và chỉ khi $t=1$ tức là $\cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Bài 2.

a) Giải phương trình $\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$

b) Tìm nghiệm của phương trình $\sin x=-\frac{1}{2}$ trên khoảng $(0;\pi)$.

c) Giải phương trình sau: $\sin 4x+\cos 3x-\cos x=0$.

Phương pháp

a)

- Trường hợp $|m|>1$, phương trình vô nghiệm.

- Trường hợp $|m|\le 1$, tồn tại duy nhất một số $\alpha\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn $\sin\alpha=m$. Ta có

$$\sin x=\sin\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\alpha+k2\pi \\ x=\pi-\alpha+k2\pi \end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z}).$$

b) Áp dụng các công thức giải phương trình lượng giác cơ bản rồi kết hợp điều kiện đã cho để chọn nghiệm thỏa mãn.

c) Sử dụng công thức biến tổng thành tích để làm xuất hiện nhân tử chung: $\cos a-\cos b=-2\sin\frac{a+b}{2}\sin\frac{a-b}{2}$

và công thức nhân đôi $\sin 2x=2\sin x\cos x$.

Lời giải

a) Ta có $\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+\frac{\pi}{2}=x-\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ 2x+\frac{\pi}{2}=\pi-\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-\frac{5\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{18}+\frac{k2\pi}{3} \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right).$$

b) Ta có $\sin x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Theo đề bài:

$0<-\frac{\pi}{6}+k2\pi<\pi\Leftrightarrow\frac{1}{12}<k<\frac{7}{12}\Rightarrow$ không tồn tại k.

$0<\frac{7\pi}{6}+k2\pi<\pi\Leftrightarrow-\frac{7}{12}<k<-\frac{1}{12}\Rightarrow$ không tồn tại k.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

c) Ta có: $\sin 4x+\cos 3x-\cos x=0$

$\Leftrightarrow 2\sin 2x\cos 2x-2\sin 2x\sin x=0$

$\Leftrightarrow \sin 2x(\cos 2x-\sin x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \sin 2x=0 \\ \cos 2x=\sin x \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{k\pi}{2} \\ \cos 2x=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{k\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3} \\ x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3} \\ x=\frac{k\pi}{2} \end{array}\right..$$

Bài 3.

a) Trong một đợt quyên góp để ủng hộ học sinh vùng khó khăn. 40 học sinh lớp 11 của trường THPT X thực hiện kế hoạch quyên góp như sau: Ngày đầu tiên mỗi bạn quyên góp 2000 đồng, từ ngày thứ hai trở đi mỗi bạn quyên góp hơn ngày liền trước là 500 đồng. Hỏi sau bao nhiêu ngày thì số tiền quyên góp được là 9800000 đồng.

b) Đầu mùa thu hoạch sầu riêng, ông A đã bán cho người thứ nhất nửa số sầu riêng thu hoạch được và tặng thêm 1 quả, bán cho người thứ hai nửa số sầu riêng còn lại và tặng thêm 1 quả. Ông cứ tiếp tục cách bán như trên thì đến người thứ bảy số sầu riêng của ông được bán hết. Tính số sầu riêng mà ông A thu hoạch được.

Phương pháp

a) Cho một cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có số hạng đầu u_1 và công sai d.

Đặt $S_n=u_1+u_2+...+u_n$.

Khi đó : $S_n=\frac{n\left(u_1+u_n\right)}{2}$ hoặc $S_n=\frac{n\left[2u_1+(n-1)d\right]}{2}=nu_1+\frac{n\left(n-1\right)}{2}d$.

b) Cho một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q.

Đặt $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$.

Khi đó : $S_n = u_1.\frac{1-q^n}{1-q}, q \ne 1$.

Lời giải

a) Số tiền mỗi học sinh quyên góp theo từng ngày lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 2000$ và công sai $d = 500$

Do đó tổng số tiền mà 40 học sinh quyên góp được sau n ngày là

$$40.\frac{n}{2}\left[2.2000+(n-1)500\right] = 10000n^2 + 70000n$$

Theo giả thiết ta có: $10000n^2 + 70000n = 9800000 \Leftrightarrow n^2 + 7n - 980 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 28 \\ n = -35\ (L) \end{array}\right.$$

Vậy số ngày cần quyên góp là 28 ngày

b) Gọi x là số quả sầu riêng mà ông A thu hoạch được

Khi đó số quả sầu riêng mà người thứ nhất mua và được tặng là: $\frac{1}{2}x + 1 = \frac{x+2}{2}$

Số quả sầu riêng mà người thứ hai mua và được tặng là: $\frac{1}{2}\left(x - \frac{x+2}{2}\right) + 1 = \frac{x+2}{2^2}$

...

Số quả sầu riêng mà người thứ bảy mua và được tặng là: $\frac{x+2}{2^7}$

Khi đó: $\frac{x+2}{2} + \frac{x+2}{2^2} + ... + \frac{x+2}{2^7} = x \Leftrightarrow (x+2)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^7}\right) = x$

$$\Leftrightarrow (x+2)\frac{1}{2}.\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^7}{1-\frac{1}{2}} = x \Leftrightarrow \frac{127}{128}(x+2) = x \Leftrightarrow x = 254$$

Bài 4.

Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

a) Tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm này.

b) Tìm tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Phương pháp

a) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là $\bar{x}$.

$$\overline{x} = \frac{m_1x_1 + \ldots + m_kx_k}{n}$$

trong đó, $n = m_1 + \ldots + m_k$ là cỡ mẫu và $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ (với $i = 1,\ldots,k$) là giá trị đại diện của nhóm $\left[a_i;a_{i+1}\right)$

b) Để tính tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_1, giả sử đó là nhóm thứ p : $\left[a_p;a_{p+1}\right)$. Khi đó,

$$Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - \left(m_1 + \ldots + m_{p-1}\right)}{m_p} \cdot \left(a_{p+1} - a_p\right),$$

trong đó, n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p, với $p = 1$ ta quy ước $m_1 + \ldots + m_{p-1} = 0$.

Để tịnh tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_3. Giả sử đó là nhóm thứ p : $\left[a_p;a_{p+1}\right)$. Khi đó,

$$Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - \left(m_1 + \ldots + m_{p-1}\right)}{m_p} \cdot \left(a_{p+1} - a_p\right),$$

trong đó, n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p, với $p = 1$ ta quy ước $m_1 + \ldots + m_{p-1} = 0$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 chính là trung vị M_e.

Nhận xét. Ta cũng có thể xác định nhóm chứa tứ phân vi thứ r nhờ tính chất: có khoảng $\left(\frac{r \cdot n}{4}\right)$ giá trị nhỏ hơn tứ phân vị này.

Lời giải

Khoảng điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
Giá trị đại diện	6,75	7,25	7,75	8,25	8,75	9,25	9,75
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

a) Số trung bình của mẫu số liệu xấp xỉ bằng:

$\left(6,75.8 + 7,25.10 + 7,75.16 + 8,25.24 + 8,75.13 + 9,25.7 + 9,75.4\right) : 82 = 8,12$.

b) Gọi $x_1;x_2;x_3;\ldots;x_{85}$ lần lượt là tần số theo thứ tự không gian.

Do $x_1,\ldots,x_8 \in \left[6,5;7\right); x_9,\ldots,x_{18} \in \left[7;7,5\right); x_{19},\ldots,x_{34} \in \left[7,5;8\right)$;

$x_{35},\ldots,x_{58} \in \left[8;8,5\right); x_{59},\ldots,x_{71} \in \left[8,5;9\right);\ldots$.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}\left(x_{20}+x_{21}\right)$ thuộc nhóm $\left[7,5;8\right)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1=7,5+\frac{\frac{82}{4}-18}{16}\left(8-7,5\right)=7,58$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $\frac{1}{2}\left(x_{61}+x_{62}\right)$ thuộc nhóm $\left[8,5;9\right)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3=8,5+\frac{\frac{3.82}{4}-58}{13}\left(9-8,5\right)=8,63$