ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 5

Môn: Toán - Lớp 11

Bộ sách Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm (5 điểm)

Câu 1: C	Câu 2: B	Câu 3: C	Câu 4: D	Câu 5: C	Câu 6: B	Câu 7: D	Câu 8: C	Câu 9: B	Câu 10: A
Câu 11: B	Câu 12: A	Câu 13: B	Câu 14: A	Câu 15: D	Câu 16: B	Câu 17: D	Câu 18: A	Câu 19: A	Câu 20: B

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo $\frac{\pi}{2}$ thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{2}+k\frac{\pi}{2},\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

C. $\frac{\pi}{2}+k2\pi,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

D. $\frac{\pi}{2}+k\pi,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Phương pháp

Nếu một góc lượng giác có số đo α^o (hay α radian) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác đó có dạng α^o+k360^o (hoặc $\alpha+k2\pi$) với k là số nguyên.

Lời giải

Trên đường tròn lượng giác, mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác $\frac{\pi}{2}$ đều có số đo dạng $\frac{\pi}{2}+k2\pi,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Đáp án C

Câu 2: Biểu thức $P=\cot 1^0.\cot 2^0.\cot 3^0...\cot 89^0$ có giá trị là:

A. 0

B. 1

C. -1

D. 2

Phương pháp

Sử dụng các công thức liên quan đến hai góc phụ nhau.

Lời giải

Ta có:

$\cot 89^\circ=\tan 1^\circ \Rightarrow \cot 1^\circ\cot 89^\circ=\cot 1^\circ\tan 1^\circ=1.$

$\cot 88^\circ=\tan 2^\circ \Rightarrow \cot 2^\circ\cot 82^\circ=\cot 2^\circ\tan 2^\circ=1.$

.....

$\cot 46^\circ=\tan 44^\circ \Rightarrow \cot 44^\circ\cot 46^\circ=\cot 44^\circ\tan 44^\circ=1.$

Vậy

$P=\cot 1^\circ\cot 2^\circ\cot 3^\circ...\cot 89^\circ=\left(\cot 1^\circ.\cot 89^\circ\right).\left(\cot 2^\circ\cot 3^\circ\right)...\left(\cot 44^\circ\cot 46^\circ\right).\cot 45^\circ=\cot 45^\circ=1$.

Đáp án B

Câu 3: Rút gọn biểu thức: $\sin\left(a-17^\circ\right).\cos\left(a+13^\circ\right)-\sin\left(a+13^\circ\right).\cos\left(a-17^\circ\right)$, ta được:

A. $\sin 2a$

B. $\cos 2a$

C. $-\dfrac{1}{2}$

D. $\dfrac{1}{2}$

Phương pháp

Sử dụng công thức cộng.

Lời giải

Ta có: $\sin\left(a-17^\circ\right).\cos\left(a+13^\circ\right)-\sin\left(a+13^\circ\right).\cos\left(a-17^\circ\right)=\sin\left[\left(a-17^\circ\right)-\left(a+13^\circ\right)\right]=\sin\left(-30^\circ\right)=-\dfrac{1}{2}$.

Đáp án C

Câu 4: Đẳng thức nào sau đây **sai**:

A. $\cos^2 3x=\dfrac{1+\cos 6x}{2}$

B. $\cos 2x=1-2\sin^2 x$

C. $\sin 2x=2\sin x\cos x$

D. $\sin^2 2x=\dfrac{1+\cos 4x}{2}$

Phương pháp

Áp dụng công thức nhân đôi và hạ bậc.

Lời giải

Áp dụng công thức hạ bậc ta có: $\sin^2 2x=\dfrac{1-\cos 4x}{2}$. Vậy D sai

Đáp án D

Câu 5: Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y=\cot x$ là

A. $k2\pi$

B. $\dfrac{\pi}{2}$

C. π

D. 2π

Phương pháp

Tính tuần hoàn của hàm số lượng giác cơ bản:

- Hàm số $y=\sin x$ tuần hoàn với chu kì $T=2\pi$.
- Hàm số $y=\cos x$ tuần hoàn với chu kì $T=2\pi$.
- Hàm số $y=\tan x$ tuần hoàn với chu kì $T=\pi$.
- Hàm số $y=\cot x$ tuần hoàn với chu kì $T=\pi$.

Lời giải

Hàm số $y=\cot x$ tuần hoàn với chu kì $T=\pi$.

Đáp án C

Câu 6: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung ?

A. $y=\sin x\cos 2x$

B. $y=\sin^3 x.\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$

C. $y=\dfrac{\tan x}{\tan^2 x+1}$

D. $y=\cos x\sin^3 x$

Phương pháp

Bước 1: Tìm tập xác định D của hàm số, khi đó:

- Nếu D là tập đối xứng (tức $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$), thì ta thực hiện tiếp bước 2.
- Nếu D không phải tập đối xứng (tức là $\exists x\in D$ mà $-x\notin D$) thì ta kết luận hàm số không chẵn không lẻ.

Bước 2: Xác định $f\left(-x\right)$:

- Nếu $f\left(-x\right)=f\left(x\right),\forall x\in D$ thì kết luận hàm số là hàm số chẵn.
- Nếu $f\left(-x\right)=-f\left(x\right),\forall x\in D$ thì kết luận hàm số là hàm số lẻ.
- Nếu không thỏa mãn một trong hai điều kiện trên thì kết luận hàm số không chẵn không lẻ.

Lời giải
Nhận xét: Hàm số chẵn có đồ thị đối xứng qua trục tung.

Xét hàm số $y=f\left(x\right)=\sin^3 x.\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)=\sin^3 x.\sin x=\sin^4 x$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Do đó $\forall x\in \text{D}\Rightarrow -x\in \text{D}$.

Ta có : $f\left(-x\right)=\left(\sin\left(-x\right)\right)^4=\sin^4 x=f\left(x\right)\longrightarrow f\left(x\right)$ là hàm số chẵn $\Rightarrow$ **Chọn B.**

Đáp án B
Câu 7: Phương trình $\cos x=0$ có nghiệm là:

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

B. $x=k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

C. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

D. $x=k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Phương pháp
- Trường hợp $\left|m\right|>1$ phương trình vô nghiệm.

- Trường hợp $\left|m\right|\le 1$, khi đó: Tồn tại duy nhất một số thực $\alpha\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ sao cho $\cos\alpha=m$.

Ta có : $\cos x=\cos\alpha\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k2\pi\\x=-\alpha+k2\pi\end{array}\right.,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Lời giải

Ta có $\cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Đáp án D
Câu 8: Tổng các nghiệm của phương trình $\tan 5x-\tan x=0$ trên nửa khoảng $\left[0;\pi\right)$ bằng:

A. $\dfrac{5\pi}{2}$

B. π

C. $\dfrac{3\pi}{2}$

D. 2π

Phương pháp
Áp dụng các công thức giải phương trình lượng giác cơ bản rồi kết hợp điều kiện đã cho để chọn nghiệm thỏa mãn.
Lời giải

Ta có : $\tan 5x-\tan x=0\Leftrightarrow\tan 5x=\tan x\Leftrightarrow 5x=x+k\pi\Leftrightarrow x=\dfrac{k\pi}{4}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Vì $x\in\left[0;\pi\right)$, suy ra $0\le\dfrac{k\pi}{4}<\pi\Leftrightarrow 0\le k<4\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}k=\left\{0;1;2;3\right\}$.

Suy ra các nghiệm của phương trình trên $\left[0;\pi\right)$ là $\left\{0;\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{4}\right\}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là : $0+\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{3\pi}{4}=\dfrac{3\pi}{2}$.

Đáp án C
Câu 9: Cho các dãy số sau, dãy số nào là dãy số vô hạn?

A. $0,2,4,6,8,10$.

B. $1,\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{8},...,\dfrac{1}{2^n},...$

C. $1,4,9,16,25$.

D. $1,1,1,1,1$.

Phương pháp
Dãy số vô hạn là dãy số có vô hạn phần tử.
Lời giải

Ta thấy dãy số $1,\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},...,\frac{1}{2^n},...$ là dãy vô hạn phần tử.

Đáp án B

Câu 10: Cho dãy số (u_n) có $u_n=\frac{2n-1}{n+1}$. Khi đó, u_2 bằng

A. 1.
B. 2
C. 3.
D. 4

Phương pháp

Thay $n=2$ vào công thức tổng quát của dãy số.

Lời giải

Ta có: $u_2=\frac{2.2-1}{2+1}=1$

Đáp án A

Câu 11: Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $(u_n):u_n=\frac{1}{n}$
B. $(u_n):u_n=u_{n-1}-2,\forall n\ge 2$
C. $(u_n):u_n=2^n-1$
D. $(u_n):u_n=2u_{n-1},\forall n\ge 2$

Phương pháp

Để chứng minh dãy số (u_n) là một cấp số cộng, ta xét $A=u_{n+1}-u_n$

- Nếu A là hằng số thì (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d=A$.
- Nếu A phụ thuộc vào n thì (u_n) không là cấp số cộng.

Lời giải

Xét dãy số $(u_n):u_n=u_{n-1}-2,\forall n\ge 2$.

Ta có: $u_n-u_{n-1}=-2,\forall n\ge 2$.

Vậy dãy số đã cho là cấp số cộng với công sai $d=-2$.

Đáp án B

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases}u_1+u_4=8\\u_3-u_2=2\end{cases}$. Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng trên.

A. 100
B. 110
C. 10
D. 90

Phương pháp

B1: Dựa vào giả thuyết, ta lập một hệ phương trình chứa công sai d và số hạng đầu u_1, giải hệ phương trình này tìm được d và u_1.

B2: Khi đó: $S_n=\frac{n(u_1+u_n)}{2}$ hoặc $S_n=\frac{n[2u_1+(n-1)d]}{2}=nu_1+\frac{n(n-1)}{2}d$.

Lời giải

Gọi cấp cố cộng có công sai là d, ta có: $u_2=u_1+d;\ u_3=u_1+2d;\ u_4=u_1+3d$.

Khi đó: $\begin{cases}u_1+u_4=8\\u_3-u_2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2u_1+3d=8\\d=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1=1\\d=2\end{cases}$.

Áp dụng công thức $S=nu_1+\frac{n(n-1)}{2}d$, khi đó tổng của 10 số hạng đầu của cấp số cộng là:

$$S_{10}=10.1+\frac{10.9}{2}.2=100.$$

Đáp án A

Câu 13: Cho dãy số $\left(u_n\right)$ là một cấp số cộng có $u_1=3$ và công sai $d=4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số $\left(u_n\right)$ là $S_n=253$. Tìm n.

A. 9
B. 11
C. 12
D. 10

Phương pháp

Cho một cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có số hạng đầu u_1 và công sai d.

Đặt $S_n=u_1+u_2+...+u_n$.

Khi đó : $S_n=\dfrac{n\left(u_1+u_n\right)}{2}$ hoặc $S_n=\dfrac{n\left[2u_1+(n-1)d\right]}{2}=nu_1+\dfrac{n\left(n-1\right)}{2}d$.

Lời giải

Ta có: $S_n=\dfrac{n\left(2u_1+\left(n-1\right)d\right)}{2}$.

Xét $S_n=\dfrac{n\left(2u_1+\left(n-1\right)d\right)}{2}=253 \Leftrightarrow \dfrac{n\left(2.3+\left(n-1\right).4\right)}{2}=253$.

$\Leftrightarrow 4n^2+2n-506=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=11 \\ n=-\dfrac{23}{2}\left(L\right) \end{array}\right.$.

Đáp án B

Câu 14: Trong các dãy số $\left(u_n\right)$ cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. $u_n=\dfrac{1}{3^{n-2}}$.
B. $u_n=\dfrac{1}{3^n}-1$.
C. $u_n=n+\dfrac{1}{3}$.
D. $u_n=n^2-\dfrac{1}{3}$.

Phương pháp

Chứng minh $\forall n\ge 1, u_{n+1}=u_n.q$ trong đó q là một số không đổi.

Nếu $u_n\ne 0$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*$ thì ta lập tỉ số $T=\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.

$*$ T là hằng số thì (u_n) là cấp số nhân có công bội $q=T$.

$*$ T phụ thuộc vào n thì (u_n) không là cấp số nhân.

Lời giải

Dãy $u_n=\dfrac{1}{3^{n-2}}=9.\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ là cấp số nhân có $\begin{cases} u_1=3 \\ q=\dfrac{1}{3} \end{cases}$.

Đáp án A

Câu 15: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ thỏa mãn $\begin{cases} u_1+u_2+u_3=13 \\ u_4-u_1=26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân $\left(u_n\right)$ là

A. $S_8=1093$
B. $S_8=3820$
C. $S_8=9841$
D. $S_8=3280$

Phương pháp

Cho một cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có số hạng đầu u_1 và công bội q.

Đặt $S_n=u_1+u_2+...+u_n$.

Khi đó : $S_n=u_1.\dfrac{1-q^n}{1-q}, q\ne 1$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} u_1+u_2+u_3=13 \\ u_4-u_1=26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1+u_1.q+u_1.q^2=13 \\ u_1.q^3-u_1=26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1\left(1+q+q^2\right)=13 \\ u_1.\left(q-1\right)\left(1+q+q^2\right)=26 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1\left(1+q+q^2\right)=13 \\ q=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1=1 \\ q=3 \end{cases}$.

Vậy tổng $S_8=\dfrac{u_1\left(1-q^8\right)}{1-q}=\dfrac{1\left(1-3^8\right)}{1-3}=3280$.

Đáp án D

Câu 16: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có $u_1=8$ và biểu thức $4u_3+2u_2-15u_1$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính S_{10}.

A. $S_{10}=\dfrac{2\left(4^{11}+1\right)}{5.4^9}$ B. $S_{10}=\dfrac{2\left(4^{10}+1\right)}{5.4^8}$

C. $S_{10}=\dfrac{2^{10}-1}{3.2^6}$ D. $S_{10}=\dfrac{2^{11}-1}{3.2^7}$

Phương pháp

Cho một cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có số hạng đầu u_1 và công bội q.

Đặt $S_n=u_1+u_2+...+u_n$.

Khi đó : $S_n=u_1.\dfrac{1-q^n}{1-q},q\neq 1$.

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số nhân. Khi đó $4u_3+2u_2-15u_1=2\left(4q+1\right)^2-122\geq -122,\forall q$.

Dấu bằng xảy ra khi $4q+1=0\Leftrightarrow q=-\dfrac{1}{4}$.

Suy ra: $S_{10}=u_1.\dfrac{1-q^{10}}{1-q}=8.\dfrac{1-\left(-\dfrac{1}{4}\right)^{10}}{1-\left(-\dfrac{1}{4}\right)}=\dfrac{2\left(4^{10}-1\right)}{5.4^8}$

Đáp án B

Câu 17: Đo chiều cao (tính bằng cm) của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao (cm)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Số học sinh	25	50	200	165	50	10

Các em có chiều cao 170 cm được xếp vào nhóm:

A. $[155;160)$ B. $[160;165)$

C. $[165;170)$ D. $[170;175)$

Phương pháp

Đọc bảng số liệu.

Lời giải

Các em có chiều cao 170 cm được xếp vào nhóm $[170;175)$.

Đáp án D

Câu 18: Trong mẫu số liệu ghép nhóm, giá trị đại diện x_i của nhóm $[a_i;a_{i+1})$ được tính bằng công thức

A. $x_i = \dfrac{a_i + a_{i+1}}{2}$

B. $x_i = \dfrac{a_{i+1} - a_i}{2}$

C. $x_i = a_i + a_{i+1}$

D. $x_i = a_{i+1} - a_i$

Phương pháp

Giá trị đại diện x_i của nhóm $[a_i; a_{i+1})$ được tính bằng công thức $x_i = \dfrac{a_i + a_{i+1}}{2}$.

Lời giải

Giá trị đại diện x_i của nhóm $[a_i; a_{i+1})$ được tính bằng công thức $x_i = \dfrac{a_i + a_{i+1}}{2}$.

Đáp án A

Câu 19: Trong mẫu số liệu ghép nhóm, số đặc trưng nào sau đây chia mẫu số liệu thành hai phần, mỗi phần chứa 50% giá trị?

A. số trung vị.

B. số trung bình

C. mốt

D. tứ phân vị

Phương pháp

Lí thuyết

Lời giải

Trong mẫu số liệu ghép nhóm, số đặc trưng nào chia mẫu số liệu thành hai phần, mỗi phần chứa 50% giá trị là số trung vị

Đáp án A

Câu 20: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho mốt của mẫu số liệu gốc.

B. Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm bằng mốt của mẫu số liệu gốc.

C. Mốt là một trong các số đặc trưng để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.

D. Mốt của mẫu số liệu là các giá trị xuất hiện với tần số lớn nhất.

Phương pháp

Lí thuyết

Lời giải

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm bằng mốt của mẫu số liệu gốc là khẳng định **sai**.

Đáp án B

Phần tự luận.

Bài 1. (1 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất **:** $y = 2\sin^2 x - \sin x + 2$ với $x \in [0;\pi]$.

Phương pháp

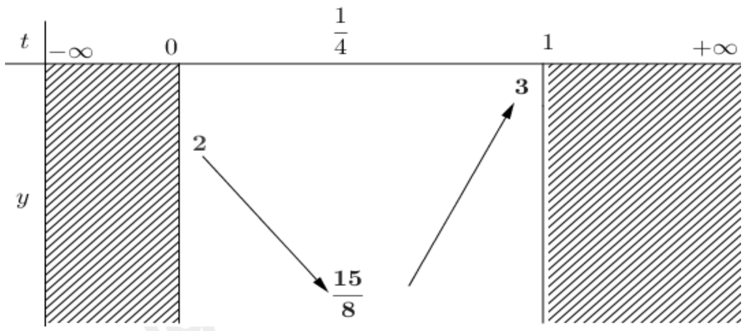
B1: Đặt ẩn phụ và tìm điều kiện của ẩn

B2: Lập bảng biến thiên, khảo sát hàm số rồi kết luận

Lời giải

Đặt $\sin x = t$ với $x \in [0;\pi]$ thì $t \in [0;1]$, hàm số có dạng: $y = 2t^2 - t + 2$.

Xét hàm số $y = 2t^2 - t + 2$ trên $[0;1]$, hàm số có BBT như sau:



Nhìn vào BBT ta thấy:

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $\dfrac{15}{8}$ khi và chỉ khi $t = \dfrac{1}{4}$ tức là $\sin x = \dfrac{1}{4}$

$\Leftrightarrow x=\arcsin\left(\frac{1}{4}\right)+k2\pi$ hoặc $x=\pi-\arcsin\left(\frac{1}{4}\right)+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3 khi và chỉ khi $t=1$ tức là $\sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Bài 2. (1,5 điểm)

a) Giải phương trình $\cot\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$

b) Giải phương trình $\sin 3x-\cos 2x=0$

c) Giải phương trình $\frac{\sin 2x+2\cos x-\sin x-1}{\tan x+\sqrt{3}}=0$.

Phương pháp

a) Ta có: $\cot x=m \Leftrightarrow \cot x=\cot\alpha \Leftrightarrow x=\alpha+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

b) Áp dụng các công thức lượng giác của các góc liên quan đặc biệt để đưa về phương trình lượng giác cơ bản.

c) Sử dụng công thức nhân đôi để làm xuất hiện nhân tử chung: $\sin 2x=2\sin x\cos x$.

Lời giải

a) Ta có : $\cot\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}\Leftrightarrow\cot\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)=\cot\frac{\pi}{6}\Leftrightarrow 4x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}+k\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}$.

b) Ta có: $\sin 3x-\cos 2x=0\Leftrightarrow\sin 3x=\sin\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x=\frac{\pi}{2}-2x+k2\pi\\3x=\frac{\pi}{2}+2x+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{10}+\frac{k2\pi}{5}\\x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z}).$$

c) Điều kiện: $\begin{cases}\tan x\neq-\sqrt{3}\\\cos x\neq 0\end{cases}$

Với điều kiện trên, phương trình $\Leftrightarrow\sin 2x+2\cos x-\sin x-1=0$

$\Leftrightarrow 2\sin x\cos x+2\cos x-(\sin x+1)=0$

$\Leftrightarrow 2\cos x(\sin x+1)-(\sin x+1)=0$

$\Leftrightarrow(\sin x+1)(2\cos x-1)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=\frac{1}{2}\\\sin x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\\x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$$

So với điều kiện, nghiệm của phương trình là $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\quad(k\in\mathbb{Z})$.

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây….Số hàng cây trong khu vườn là bao nhiêu ?

b) Cho cấp số nhân (u_n) thỏa: $\begin{cases}u_4=\frac{2}{27}\\u_3=243u_8\end{cases}$ .Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân.

Phương pháp

a) Cho một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d.

Đặt $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$.

Khi đó : $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$ hoặc $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$.

b) Cho một cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q.

Đặt $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$.

Khi đó : $S_n = u_1.\frac{1-q^n}{1-q}, q \neq 1$.

Lời giải

a) Cách trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như trên lập thành một cấp số cộng (u_n) với số u_n là số cây ở hàng thứ n và $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Tổng số cây trồng được là: $S_n = 465 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 465 \Leftrightarrow n^2 + n - 930 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 30 \\ n = -31(l) \end{array}\right.$.

Như vậy số hàng cây trong khu vườn là 30.

b) Gọi q là công bội của cấp số. Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} u_1q^3 = \frac{2}{27} \\ u_1q^2 = 243.u_1q^7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1q^3 = \frac{2}{27} \\ q^5 = \frac{1}{243} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ u_1 = 2 \end{cases}$$

Tổng 10 số hạng đầu của cấp số $S_{10} = u_1\frac{q^{10}-1}{q-1} = 2.\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{10} - 1}{\frac{1}{3} - 1} = 3\left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10}\right] = \frac{59048}{19683}$.

Bài 4. (1 điểm)

Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 4)	[4; 4,5)	[4,5; 5)
Tần số	4	9	14	11	7	5

a) Xác định mốt .

b) Tính tuổi thọ trung bình của 50 bình ắc quy ô tô này.

Phương pháp

a) Để tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa mốt), giả sử là nhóm j: $[a_j; a_{j+1})$

Bước 2. Mốt được xác định là: $M_o = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})} \cdot h$

trong đó m_j là tần số của nhóm j (quy ước $m_0 = m_{k+1} = 0$) và h là độ dài của nhóm.

b) ***Số trung bình*** của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là $\overline{x}$.

$$\overline{x} = \frac{m_1x_1 + \ldots + m_kx_k}{n}$$

trong đó, $n = m_1 + \ldots + m_k$ là cỡ mẫu và $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ (với $i = 1, \ldots, k$) là giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$.

Lời giải

a) 14 là tần số lớn nhất nên mốt thuộc nhóm [3;3.5), ta có $j = 3, a_3 = 3, m_3 = 14, m_2 = 9, m_4 = 11, h = 0.5$

Do đó: $M_o = 3 + \frac{14-9}{(14-9)+(14-11)} \times 0.5 = 3.31$

b) Ta có bảng giá trị đại diện như sau:

Tuổi thọ (năm)	[2;2.5)	[2.5;3)	[3;3.5)	[3.5;4)	[4;4.5)	[4.5;5)
Tần số	4	9	14	11	7	5
Giá trị đại diện	2.25	2.75	3.25	3.75	4.25	4.75

Tuổi thọ trung bình: $\overline{x} = \frac{4 \times 2.25 + 9 \times 2.75 + 14 \times 3.25 + 11 \times 3.75 + 7 \times 4.25 + 5 \times 4.75}{50} = 3.48$