

Lời giải

$$x^3 - 3x^2 + 3x + a = x^3 - 3x^2 \cdot 1 + 3x \cdot (-1)^2 + a.$$

Để biểu thức trở thành lập phương của một hiệu thì $a = (-1)^3 = -1$. Vậy $a = -1$.

Đáp án D.

Câu 4: Giá trị của biểu thức $12x^2y^2 : (-9xy^2)$ tại là

A. 4.

B. -4.

C. 12.

D. -12.

Phương pháp

Dựa vào quy tắc chia đơn thức cho đơn thức.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} 12x^2y^2 : (-9xy^2) &= [12 : -9] \cdot (x^2 : x) \cdot (y^2 : y^2) \\ &= \frac{-4}{3}x \end{aligned}$$

Thay $x = -3$ và $y = 1,005$ vào biểu thức ta được: $\frac{-4}{3} \cdot (-3) = 4$.

Đáp án A.

Câu 5: Kết quả của phép tính $15.91,5 + 150.0,85$ là

A. 120.

B. 150.

C. 1200.

D. 1500.

Phương pháp

Tìm nhân tử chung để thực hiện phép tính nhanh.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} 15.91,5 + 150.0,85 &= 15.91,5 + 15.8,5 \\ &= 15(91,5 + 8,5) \\ &= 15.100 \\ &= 1500 \end{aligned}$$

Đáp án D.

Câu 6: Thu gọn biểu thức $(a - b)^3 + (a + b)^3 - 6ab^2$ ta được kết quả là

A. $2a^3$.B. $2a^3 + 2b^3$.C. $2a^2 - 6a^2b$.D. $2a^3 + 6ab^2$.**Phương pháp**

Sử dụng các hằng thức đáng nhớ để rút gọn.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} & (a-b)^3 + (a+b)^3 - 6ab^2 \\ &= (a-b+a+b) \left[(a-b)^2 - (a-b)(a+b) + (a+b)^2 \right] - 6ab^2 \\ &= 2a(a^2 - 2ab + b^2 - a^2 + b^2 + a^2 + 2ab + b^2) - 6ab^2 \\ &= 2a(a^2 + 3b^2) - 6ab^2 \\ &= 2a^3 + 6ab^2 - 6ab^2 \\ &= 2a^3 \end{aligned}$$

Đáp án A.

Câu 7: Hình thang là hình thang cân nếu ?

- A. Hai cạnh bên bằng nhau
 B. Hai đường chéo bằng nhau
 C. Hai góc đối bằng nhau
 D. Hai cạnh đối bằng nhau

Phương pháp

Dựa vào dấu hiệu nhận biết một hình thang cân.

Lời giải

Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

Đáp án B.

Câu 8: Khẳng định nào sau đây đúng

- A. Hình bình hành có một góc vuông là hình thoi.
 B. Tứ giác có hai cặp cạnh đối song song là hình bình hành.
 C. Hình thang có một góc vuông là hình chữ nhật.
 D. Hình thoi có một góc 60° thì trở thành hình chữ nhật.

Phương pháp

Dựa vào dấu hiệu nhận biết của các hình đã học.

Lời giải

Trong các khẳng định trên, chỉ có khẳng định B là đúng.

Đáp án B.

Câu 9: Hình bình hành ABCD có số đo góc A bằng 2 lần số đo góc B. Khi đó số đo góc D là:

- A. 60° .
 B. 120° .
 C. 30° .
 D. 45° .

Phương pháp

Trong hình bình hành, hai góc kề nhau thì bù nhau, hai góc đối nhau thì bằng nhau.

Lời giải

Ta có góc A và góc B là hai góc kề một cạnh nên $A + B = 180^\circ$. Mà góc A bằng 2 lần góc B nên ta có:

$$2B + B = 180^{\circ}$$

$$3B = 180^{\circ}$$

$$B = 180^{\circ} : 3 = 60^{\circ}$$

Đáp án A.

Câu 10: Hình bình hành MNPQ là hình chữ nhật nếu có

A. $MN = PQ$.

B. $MP = NQ$.

C. $NP = MQ$.

D. $MN = MQ$.

Phương pháp

Dựa vào dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật.

Lời giải

Hình bình hành MNPQ là hình chữ nhật nếu hai đường chéo của hình bình hành MNPQ bằng nhau, hay $MP = NQ$.

Đáp án B.

Phần tự luận. (8 điểm)

Bài 1. (3 điểm)

1. Thực hiện phép tính : $(x^3y^3 - \frac{1}{2}x^2y^3 - 4x^3y^2) : 2x^2y^2$.

2. Cho biểu thức : $A = (x - 2)^3 - x^2(x - 4) + 8$

$$B = (x^2 - 6x + 9) : (x - 3) - x(x + 7) - 9$$

a) Thu gọn biểu thức A và B.

b) Tính giá trị của biểu thức A tại giá trị $x = -1$.

c) Biết $C = A + B$. Chứng minh C luôn âm với mọi giá trị của x.

Phương pháp

1. Áp dụng quy tắc chia đa thức cho đơn thức.

2.

a) Thu gọn biểu thức A và B bằng cách sử dụng các quy tắc tính toán với đa thức.

b) Thay $x = -1$ vào biểu thức A để tính giá trị của A.

c) Sử dụng quy tắc cộng để tìm C. Biến đổi C thành tích của một số âm và số dương nên luôn âm với mọi x.

Lời giải

1. Ta có

$$(x^3y^3 - x^2y^3 - 4x^3y^2) : 2x^2y^2$$

$$= x^3y^3 : 2x^2y^2 - x^2y^3 : 2x^2y^2 - 4x^3y^2 : 2x^2y^2$$

$$= \frac{1}{2}xy - \frac{1}{2}y - 2x$$

2.

a) Ta có:

$$A = (x - 2)^3 - x^2(x - 4) + 8$$

$$= x^3 - 6x^2 + 12x - 8 - x^3 + 4x^2 + 8$$

$$= -2x^2$$

$$B = (x^2 - 6x + 9) : (x - 3) - x(x + 7) - 9$$

$$= (x-3)^2 : (x-3) - x^2 - 7x - 9$$

$$= x - 3 - x^2 - 7x - 9$$

$$= -x^2 - 6x - 12$$

b) Thay $x = -1$ vào A, ta được: $A = -2 \cdot (-1)^2 = -2$.

c) Ta có:

$$C = A + B = -2x^2 + (-x^2 - 6x - 12)$$

$$= -2x^2 - x^2 - 6x - 12$$

$$= -3x^2 - 6x - 12$$

$$= -3(x^2 + 2x + 4)$$

$$= -3 \cdot [(x^2 + 2x + 1) + 3]$$

$$= -3 \cdot [(x+1)^2 + 3]$$

$$\forall (x+1)^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 + 3 \geq 3 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow -3 \cdot [(x+1)^2 + 3] \leq -3 \cdot 3 = -9 \forall x \in \mathbb{R}$$

Vậy C luôn âm với mọi giá trị x.

Bài 2. (2 điểm)

1) Tìm x, biết $(2x+2)^2 - (2x-1)^2 = 0$

2) Biết số tự nhiên a chia cho 5 dư 4. Chứng minh rằng a^2 chia cho 5 dư 1.

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = 5x^2 + 5y^2 + 8xy - 2x + 2y + 2.$$

Phương pháp

1) Sử dụng các phương pháp phân tích đa thức để tìm x.

2) Đặt $a = 5k + 4$. Sử dụng hằng đẳng thức để tách a^2 thành tổng của các hạng tử, chứng minh a^2 chia 5 dư 1.

3) Biến đổi biểu thức thành tổng của các đa thức bậc 2 + hằng số.

Lời giải

$$\begin{aligned}
 1) \text{ Ta có: } & (2x+2)^2 - (2x-1)^2 = 0 \\
 & (2x+2-2x+1)(2x+2+2x-1) = 0 \\
 & 3(4x+1) = 0 \\
 & 4x+1 = 0 \\
 & 4x = -1 \\
 & x = -\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

Vậy $x = -\frac{1}{4}$.

2) Vì a chia cho 5 dư 4 nên gọi $a = 5k + 4$ ($k \in \mathbb{Z}$). Khi đó ta có:

$$\begin{aligned}
 a^2 &= (5k+4)^2 \\
 a^2 &= 25k^2 + 40k + 16
 \end{aligned}$$

Vì $25:5 \Rightarrow 25k^2:5; 40:5 \Rightarrow 40k:5$ nên $(25k^2 + 40k):5$

Vì 16 chia cho 5 dư 1 nên $25k^2 + 40k + 16$ chia cho 5 dư 1 hay a^2 chia cho 5 dư 1.

3) Ta có:

$$\begin{aligned}
 Q &= 5x^2 + 5y^2 + 8xy - 2x + 2y + 2 \\
 &= 4x^2 + x^2 + 4y^2 + y^2 + 8xy - 2x + 2y + 1 + 1 \\
 &= (4x^2 + 8xy + 4y^2) + (x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 2y + 1) \\
 &= (2x+2y)^2 + (x-1)^2 + (y+1)^2
 \end{aligned}$$

Vì

$$(2x+2y)^2 \geq 0, \forall x, y \in \mathbb{R};$$

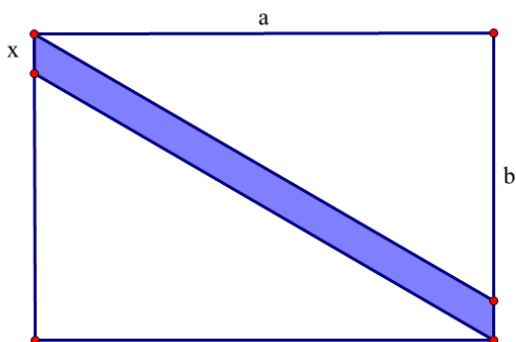
$$(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R};$$

$$(y+1)^2 \geq 0, \forall y \in \mathbb{R}.$$

nên $(2x+2y)^2 + (x-1)^2 + (y+1)^2 \geq 0, \forall x, y \in \mathbb{R}$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi
$$\begin{cases} 2x+2y=0 \\ x-1=0 \\ y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức Q là 0 khi và chỉ khi $x = 1$ và $y = -1$.

Bài 3. (0,5 điểm) Viết đa thức biểu thị phần màu xanh trong hình sau:



Phương pháp

- Viết đa thức biểu thị diện tích hình chữ nhật, hai hình tam giác vuông.
- Diện tích phần màu xanh bằng diện tích hình chữ nhật trừ đi diện tích hai hình tam giác vuông.

Lời giải

Hình chữ nhật lớn có chiều dài là a, chiều rộng là (b + x).

\Rightarrow Diện tích hình chữ nhật là: $S_{hcn} = a(b+x) = ab + ax$.

Ta thấy hai hình tam giác trên bằng nhau có độ dài hai cạnh là a và $b \Rightarrow$ Diện tích hình tam giác là: $S_{\text{tam giác}} = \frac{ab}{2}$.

Đa thức biểu thị diện tích phần màu xanh trong hình là:

$$S_{\text{phần màu xanh}} = S_{\text{hcn}} - 2.S_{\text{tam giác}} = ab + ax - 2 \cdot \frac{ab}{2} = ab + ax - ab = ax.$$

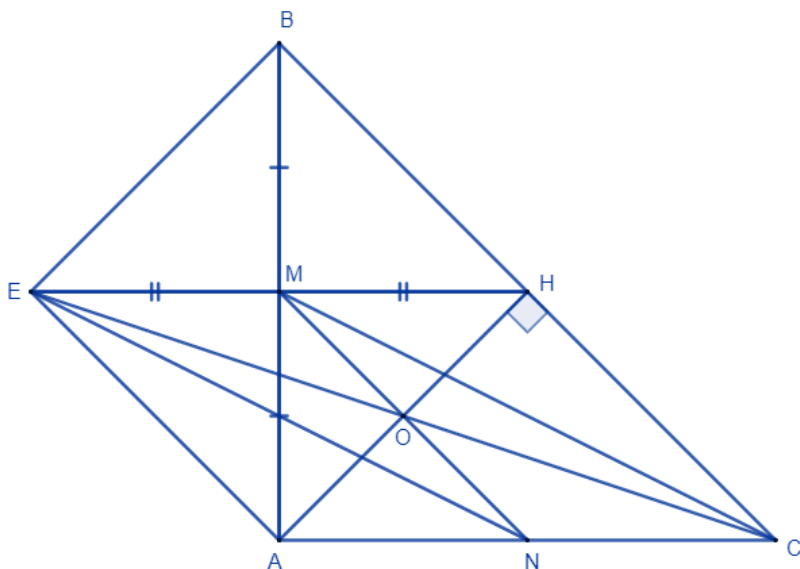
Bài 4. (2,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông cân tại A , đường cao AH . Gọi M là trung điểm của AB , E đối xứng với H qua M .

1. Tứ giác $AHBE$ là hình gì? Vì sao?
2. Chứng minh $AEHC$ là hình bình hành.
3. Gọi O là giao điểm của AH và EC , N là trung điểm của AC . Chứng minh M, O, N thẳng hàng.

Phương pháp

1. Sử dụng tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông ABC , dấu hiệu nhận biết các hình đã học để chứng minh $AHBE$ là hình vuông.
2. Chứng minh tứ giác $AEHC$ có cặp cạnh đối song song và bằng nhau nên là hình bình hành.
3. Chứng minh O là giao điểm của hai đường chéo trong hình bình hành $EMCN$ nên O nằm giữa M và N hay M, O, N thẳng hàng.

Lời giải



1. Xét tam giác ABC vuông cân tại A , ta có AH là đường cao nên AH cũng là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác $ABC \Rightarrow AH = \frac{1}{2} BC = BH = HC$.

Xét tứ giác $AHBE$ có:

$AM = MB$ (M là trung điểm của AB).

$EM = MH$ (E đối xứng với H qua M).

$\Rightarrow AHBE$ là hình bình hành (hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm).

Xét hình bình hành $AHBE$ có $AHB = 90^\circ \Rightarrow AHBE$ là hình chữ nhật (hình bình hành có một góc vuông).

Xét hình chữ nhật $AHBE$ có $AH = BH$ (cmt) $\Rightarrow AHBE$ là hình vuông (hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau).

$\Rightarrow AE \parallel BH, AE = BH$.

2. Xét tứ giác $AEHC$ có:

$AE \parallel HC$ (vì $AE \parallel BH$)

$AE = HC (= HB)$

$\Rightarrow AEHC$ là hình bình hành (cặp cạnh đối song song và bằng nhau). (đpcm)

3. Vì O là giao điểm của AH và EC nên O là trung điểm của $EC \Rightarrow EO = OC$.

Vì $AEHC$ là hình bình hành nên $EH \parallel AC$ và $EH = AC$.

Ta có M là trung điểm của EH, N là trung điểm của AC nên $EM = MH = \frac{1}{2} EB = \frac{1}{2} AC = AN = NC$.

Xét tứ giác EMCN có:

$EM \parallel CN$ (vì $EH \parallel AC$)

$EM = CN$ (cmt)

\Rightarrow EMCN là hình bình hành (cặp cạnh đối song song và bằng nhau)

\Rightarrow EC cắt MN tại trung điểm của mỗi đường. Mà O là trung điểm của EC nên O cũng là trung điểm của MN, hay M, O, N thẳng hàng (đpcm).