

## ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 6

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



## Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

## Phần trắc nghiệm (1 điểm)

Câu 1. Căn bậc hai của 9 là:

- A. 3  
B.  $\pm 3$   
C. -3  
D.  $\pm 81$

Câu 2.  $\sqrt{3-5x}$  xác định khi và chỉ khi

- A.  $x > \frac{3}{5}$ .  
B.  $x < \frac{3}{5}$ .  
C.  $x \leq \frac{3}{5}$ .  
D.  $x \geq \frac{3}{5}$ .

Câu 3. Một cái thang dài 3,5m đặt dựa vào tường, góc “an toàn” giữa thang và mặt đất để thang không đổ khi người trèo lên là  $65^\circ$ . Khoảng cách “an toàn” từ chân tường đến chân thang (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) là:

- A. 1,4 m.  
B. 1,48 m.  
C. 1 m.  
D. 1,5 m.

Câu 4. Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có đường cao  $AH$  chia cạnh huyền thành hai đoạn thẳng có độ dài 3,6cm và 6,4cm. Độ dài một trong các cạnh góc vuông là

- A. 8 cm.  
B. 4,8 cm.  
C. 64 cm.  
D. 10 cm.

## Phần tự luận (9 điểm)

Bài 1 (1,5 điểm) Thực hiện phép tính.

a)  $\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 15\sqrt{\frac{1}{5}}$ .

b)  $\frac{\sqrt{35} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} - 1} + \frac{12}{\sqrt{7} - 1}$ .

c)  $\sqrt{8+2\sqrt{7}} - \sqrt{28}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 2 (2 điểm)** Giải các phương trình sau:

a)  $\sqrt{7x-3} = 5$ .

b)  $5\sqrt{4x-16} - \frac{7}{3}\sqrt{9x-36} = 36 - 3\sqrt{x-4}$ .

c)  $\sqrt{x^2-36} - \sqrt{x-6} = 0$ .

d)  $x^2 + 2 = \sqrt{3-4x+2x^2+4x^3}$ .

**Bài 3 (2 điểm)** Cho biểu thức  $M = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$  và  $P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} + \frac{2+8\sqrt{x}}{x-1} - \frac{2}{1-\sqrt{x}}$  với  $x > 0; x \neq 1; x \neq 5$

a) Tính giá trị của  $M$  khi  $x = 9$ .

b) Chứng minh  $P = \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$ .

c) Đặt  $Q = M.P + \frac{x-5}{\sqrt{x}}$ . Hãy so sánh  $Q$  với 3.

**Bài 4 (3,5 điểm):** Cho tam giác  $ABC$  nhọn, đường cao  $AK$ .

a) Giải tam giác  $ACK$  biết  $C = 30^\circ, AK = 3\text{cm}$ .

b) Chứng minh  $AK = \frac{BC}{\cot B + \cot C}$ .

c) Biết  $BC = 5\text{cm}, B = 68^\circ, C = 30^\circ$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$  (kết quả làm tròn chữ số thập phân thứ nhất).

d) Vẽ hình chữ nhật  $CKAD$ ,  $DB$  cắt  $AK$  tại  $N$ . Chứng minh rằng  $\frac{1}{AK^2} = \frac{\cot^2 ACB}{DN^2} + \frac{1}{DB^2}$ .

----- Hết -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT  
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

Câu 1: B	Câu 2: C	Câu 3: D	Câu 4: A
----------	----------	----------	----------

Câu 1. Căn bậc hai của 9 là:

- A. 3  
B.  $\pm 3$   
C. -3  
D.  $\pm 81$

**Phương pháp**

Dựa vào kiến thức về căn bậc 2.

**Lời giải**

Căn bậc hai của số 9 là  $\pm 3$ .

**Đáp án B.**

Câu 2.  $\sqrt{3-5x}$  xác định khi và chỉ khi

- A.  $x > \frac{3}{5}$ .  
B.  $x < \frac{3}{5}$ .  
C.  $x \leq \frac{3}{5}$ .  
D.  $x \geq \frac{3}{5}$ .

**Phương pháp**

Biểu thức chứa căn bậc hai xác định khi biểu thức trong căn lớn hơn hoặc bằng 0.

**Lời giải**

Biểu thức xác định khi  $3-5x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{3}{5}$ .

**Đáp án C.**

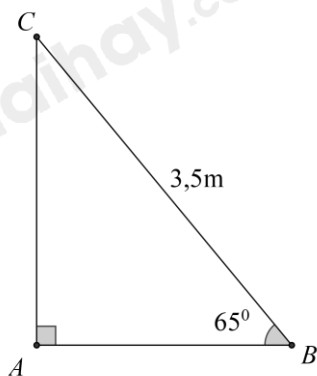
Câu 3. Một cái thang dài 3,5m đặt dựa vào tường, góc “an toàn” giữa thang và mặt đất để thang không đổ khi người trèo lên là  $65^\circ$ . Khoảng cách “an toàn” từ chân tường đến chân thang (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) là:

- A. 1,4 m.  
B. 1,48 m.  
C. 1 m.  
D. 1,5 m.

**Phương pháp**

Sử dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn.

**Lời giải**



Chiều dài thang là  $BC = 3,5\text{ m}$ .

Góc “an toàn” là  $ABC = 65^\circ$ .

Khoảng cách an toàn là  $AB$ .

Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn cho tam giác vuông  $ABC$  ta có:



$$= \sqrt{7} + \frac{12(\sqrt{7}+1)}{6}$$

$$= \sqrt{7} + 2(\sqrt{7}+1)$$

$$= 3\sqrt{7} + 2.$$

$$c). \sqrt{8+2\sqrt{7}} - \sqrt{28}$$

$$= \sqrt{(1+\sqrt{7})^2} - \sqrt{4 \cdot 7}$$

$$= |1+\sqrt{7}| - 2\sqrt{7}$$

$$= 1 + \sqrt{7} - 2\sqrt{7}$$

$$= 1 - \sqrt{7}.$$

**Bài 2 (2 điểm)** Giải các phương trình sau:

$$a) \sqrt{7x-3} = 5.$$

$$b) 5\sqrt{4x-16} - \frac{7}{3}\sqrt{9x-36} = 36 - 3\sqrt{x-4}.$$

$$c) \sqrt{x^2-36} - \sqrt{x-6} = 0.$$

$$d) x^2 + 2 = \sqrt{3-4x+2x^2+4x^3}.$$

**Phương pháp**

Xác định điều kiện xác định của phương trình.

a) Bình phương hai vế để tìm x.

b) Rút nhân tử chung ra ngoài để nhóm nhân tử chung.

c) Sử dụng hằng đẳng thức để nhóm nhân tử chung.

d) Bình phương hai vế để tìm x.

**Lời giải**

$$a) \text{ Điều kiện: } x \geq \frac{3}{7}.$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được:  $7x-3=25 \Leftrightarrow x=4$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy tập nghiệm của phương trình là:  $S = \{4\}$ .

$$b) \text{ Điều kiện: } x \geq 4.$$

$$5\sqrt{4x-16} - \frac{7}{3}\sqrt{9x-36} = 36 - 3\sqrt{x-4}$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{4(x-4)} - \frac{7}{3}\sqrt{9(x-4)} = 36 - 3\sqrt{x-4} \Leftrightarrow 10\sqrt{x-4} - \frac{7}{3} \cdot 3\sqrt{x-4} = 36 - 3\sqrt{x-4}$$

$$\Leftrightarrow 6\sqrt{x-4} = 36 \Leftrightarrow \sqrt{x-4} = 6 \Leftrightarrow x-4 = 36 \Leftrightarrow x = 40 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là:  $S = \{40\}$ .

$$c) \text{ Điều kiện: } x \geq 6.$$

$$\sqrt{x^2-36} - \sqrt{x-6} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-6} \cdot \sqrt{x+6} - \sqrt{x-6} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-6}(\sqrt{x+6}-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-6} = 0 \\ \sqrt{x+6} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6(tm) \\ x = -5(L) \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là:  $S = \{6\}$ .

$$d) \text{ Điều kiện: } 3-4x+2x^2+4x^3 \geq 0.$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$x^4 + 4x^2 + 4 = 3 - 4x + 2x^2 + 4x^3 \Leftrightarrow x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 4x + 1 = 0 \quad (1)$$

Nhận xét:  $x=0$  không phải là nghiệm của phương trình (1), chia cả hai vế của phương trình (1) cho  $x^2$  ta được:

$$x^2 - 4x + 2 + \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 4\left(x - \frac{1}{x}\right) + 2 = 0 \quad (2).$$

Đặt  $x - \frac{1}{x} = a \Rightarrow a^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 + 2$ .

Phương trình (2) trở thành:  $a^2 + 2 - 4a + 2 = 0 \Leftrightarrow (a - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow a = 2$ .

Với  $a = 2 \Rightarrow x - \frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = \sqrt{2} \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình là:  $S = \{1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}\}$ .

**Bài 3 (2 điểm)** Cho biểu thức  $M = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$  và  $P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+1}} + \frac{2+8\sqrt{x}}{x-1} - \frac{2}{1-\sqrt{x}}$  với  $x > 0; x \neq 1; x \neq 5$

a) Tính giá trị của  $M$  khi  $x = 9$ .

b) Chứng minh  $P = \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$ .

c) Đặt  $Q = M.P + \frac{x-5}{\sqrt{x}}$ . Hãy so sánh  $Q$  với 3.

**Phương pháp**

a) Kiểm tra  $x = 9$  có thỏa mãn điều kiện hay không, sau đó thay vào biểu thức A để tính.

b) Xác định mẫu thức chung, quy đồng và thực hiện các phép toán với các phân thức đại số.

c) Thay M và Q bằng biểu thức rút gọn để có Q. Tính Q - 3, so sánh với 0.

**Lời giải**

a) Thay  $x = 9$  (thỏa mãn điều kiện) vào  $M$  ta được:

$$M = \frac{\sqrt{9}-1}{\sqrt{9}} = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}. \text{ Vậy } x=9 \text{ thì } M = \frac{2}{3}.$$

b) Ta có:

$$P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+1}} + \frac{2+8\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x+1})} + \frac{2}{\sqrt{x}-1} = \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-1)+2+8\sqrt{x}+2(\sqrt{x+1})}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x+1})}$$

$$= \frac{x-3\sqrt{x}+2+2+8\sqrt{x}+2\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x+1})} = \frac{x+7\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x+1})} = \frac{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+6})}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x+1})} = \frac{\sqrt{x+6}}{\sqrt{x}-1}$$

(điều phải chứng minh).

Vậy  $P = \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$ .

c) Ta có:

$$Q = M.P + \frac{x-5}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1} + \frac{x-5}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}} + \frac{x-5}{\sqrt{x}} = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

Xét  $Q - 3 = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} - 3 = \frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}} > 0$  với mọi  $x > 0; x \neq 1$ .

Do đó  $Q > 3$ .

**Bài 4 (3,5 điểm):** Cho tam giác ABC nhọn, đường cao AK.

a) Giải tam giác ACK biết  $C = 30^\circ, AK = 3$  cm.

b) Chứng minh  $AK = \frac{BC}{\cot B + \cot C}$ .

c) Biết  $BC = 5$  cm,  $B = 68^\circ, C = 30^\circ$ . Tính diện tích tam giác ABC (kết quả làm tròn chữ số thập phân thứ nhất).

d) Vẽ hình chữ nhật  $CKAD$ ,  $DB$  cắt  $AK$  tại  $N$ . Chứng minh rằng  $\frac{1}{AK^2} = \frac{\cot^2 ACB}{DN^2} + \frac{1}{DB^2}$ .

**Phương pháp**

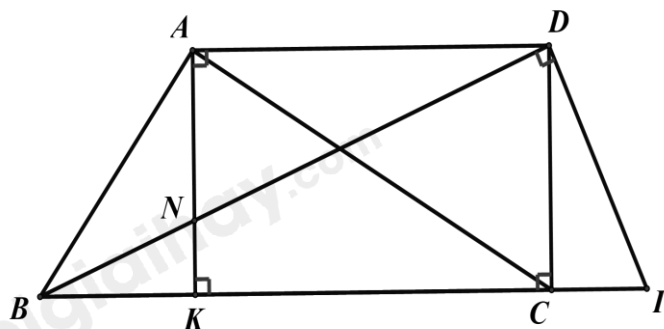
a) Sử dụng các kiến thức về tam giác để giải tam giác.

b) Biểu diễn tỉ số lượng giác  $\cot B$  và  $\cot C$  theo  $AK$  và  $BC$  để chứng minh.

c)  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AK \cdot BC$ . Sử dụng các tỉ số lượng giác để tính  $AK$ .

d) Kẻ  $DI \perp BD$  tại  $D$ . Chứng minh  $\Delta ADN \sim \Delta CDI$  ( $g - g$ ) suy ra tỉ lệ của các cạnh tương ứng để chứng minh điều phải chứng minh.

**Lời giải**



a) Xét tam giác  $ACK$  vuông tại  $K$  có  $C = 30^\circ \Rightarrow B = 60^\circ$  (theo định lý tổng ba góc trong tam giác).

$$\sin C = \frac{AK}{AC} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{3}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{AC} \Rightarrow AC = 6 \text{ (cm)}$$

Theo định lý Pitago trong tam giác vuông  $ACK$  ta có  $KC = \sqrt{AC^2 - AK^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$  (cm).

b) Xét tam giác vuông  $AKB$  ta có  $\cot B = \frac{BK}{AK}$

Xét tam giác vuông  $AKC$  ta có  $\cot C = \frac{KC}{AK}$

$$\text{Nên } \cot B + \cot C = \frac{BK}{AK} + \frac{KC}{AK} = \frac{BK + KC}{AK} = \frac{BC}{AK}$$

$$\text{Vậy } AK = \frac{BC}{\cot B + \cot C} \text{ (đpcm).}$$

c) Xét tam giác vuông  $AKB$  ta có  $\tan B = \frac{AK}{BK} \Rightarrow AK = \tan B \cdot BK$

Xét tam giác vuông  $AKC$  ta có  $\tan C = \frac{AK}{CK} \Rightarrow AK = \tan C \cdot CK$

$$\text{Từ đó ta có } \tan B \cdot BK = \tan C \cdot CK \Rightarrow \frac{\tan B}{\tan C} = \frac{CK}{BK} \Rightarrow \frac{\tan 60^\circ}{\tan 30^\circ} = \frac{CK}{BK} \Rightarrow \frac{CK}{BK} \approx 4,3 = \frac{43}{10}$$

$$\text{Mà } KC = BC - BK = 5 - BK \Rightarrow \frac{5 - BK}{BK} = \frac{43}{10} \Rightarrow \frac{5}{BK} = \frac{53}{10}$$

$$\text{Vậy } BK = 0,9; KC = 4,1.$$

Xét tam giác vuông  $AKC$  có

$$\tan C = \frac{AK}{CK} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{AK}{4,1} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AK}{4,1} \Rightarrow AK = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 4,1 \approx 2,4 \text{ (cm)}$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AK \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2,4 \cdot 5 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

d) Kẻ  $DI \perp BD$  tại  $D$  khi đó  $\Delta ADN = \Delta CDI$  (cùng phụ với  $\angle CDN$ ),  
 Khi đó  $\Delta ADN \sim \Delta CDI$  ( $g - g$ )

$$\text{Suy ra } \frac{AD}{CD} = \frac{AN}{CI} = \frac{DN}{DI} \Rightarrow AD \cdot DI = DN \cdot DC \Rightarrow \frac{DN}{DI} = \frac{AD}{DC} \Rightarrow \frac{ND^2}{DI^2} = \frac{AD^2}{DC^2}$$

Vì  $AK = DC$  ( tính chất hcn)

$$ACB = DAC \Rightarrow \cot^2 ACB = \cot^2 DAC = \frac{AD^2}{DC^2} = \frac{ND^2}{DI^2}$$

Điều cần chứng minh tương đương với

$$\frac{1}{DC^2} = \frac{ND^2}{DI^2 \cdot DN^2} + \frac{1}{DB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{DC^2} = \frac{1}{DI^2} + \frac{1}{DB^2} \quad (\text{luôn đúng theo hệ thức lượng trong tam giác vuông } BDI \text{ có đường cao } DC). \quad (\text{đpcm}).$$