

## ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 7

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



## Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

**Bài 1 (2,5 điểm)** Cho hai biểu thức

$$A = \frac{x+2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3} \text{ và } B = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}} \text{ với } x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$$

- Tính giá trị của A khi  $x = 16$ .
- Rút gọn biểu thức B
- Biết rằng  $P = A : B$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của P

**Bài 2 (3,0 điểm)** Giải các phương trình sau:

a)  $\sqrt{x-5} = 2$

b)  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 5$

c)  $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = x + 1$

d)  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{4x^2 - 12x + 9}$

**Bài 3 (3,5 điểm)** Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB > AC$ ), đường cao AH ( $H \in BC$ ). Vẽ phân giác AD của góc BAH ( $D \in BH$ ). Cho M là trung điểm của BA.

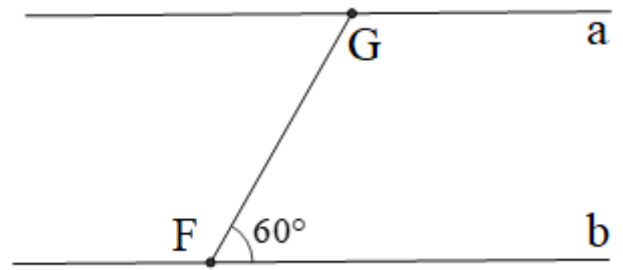
- Cho  $AC = 3\text{cm}$ ;  $AB = 4\text{cm}$ . Hãy giải tam giác ABC? (Làm tròn đến độ)
- Tính diện tích tam giác AHC
- Chứng minh rằng:  $\frac{DH}{DB} = \frac{HC}{AC}$
- Gọi E là giao điểm của DM và AH. Chứng minh:  $S_{\triangle AEC} = S_{\triangle DEC}$

**Bài 4 ((1,0 điểm))**

Một con thuyền ở địa điểm  $F$  di chuyển từ bờ sông  $b$  sang bờ sông  $a$  với vận tốc trung bình là  $6 \text{ km/h}$ , vượt qua khúc sông nước chảy mạnh trong  $5$  phút. Biết đường đi của con thuyền là  $FG$ , tạo với bờ sông một góc  $60^\circ$ .

a) Tính  $FG$

b) Tính chiều rộng của khúc sông (làm tròn đến mét)



----- Hết -----



**Bài 1 (2,5 điểm)** Cho hai biểu thức

$$A = \frac{x+2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3} \text{ và } B = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}} \text{ với } x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$$

- a) Tính giá trị của A khi  $x=16$ .  
 b) Rút gọn biểu thức B  
 c) Biết rằng  $P = A : B$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của P

**Phương pháp**

- a) Kiểm tra  $x=16$  có thỏa mãn điều kiện hay không, sau đó thay vào biểu thức A để tính.  
 b) Xác định mẫu thức chung, quy đồng và thực hiện các phép toán với các phân thức đại số.  
 c) Tính  $P = A : B$ .

Biến đổi P để áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương  $\sqrt{x}+1$  và  $\frac{4}{\sqrt{x}+1}$ .

**Lời giải**

- a) Ta có  $x=16$  (thỏa mãn điều kiện), thay vào biểu thức A ta có:

$$A = \frac{16+2\sqrt{16}+5}{\sqrt{16}-3} = \frac{29}{1} = 29$$

Vậy khi  $x=16$  thì  $A=29$

- b) Ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}} \\ &= \frac{2\sqrt{x}-9}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} \\ &= \frac{2\sqrt{x}-9-\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-3+2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} \\ &= \frac{\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-2} + \frac{3\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \\ &= \frac{2\sqrt{x}-9-x+9+2x-3\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2} \\ &= \frac{x-\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}, \quad x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$$

$$\text{c) Ta có } P = A : B = \frac{x+2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3} : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = \frac{x+2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1^2+4}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}+1 + \frac{4}{\sqrt{x}+1}$$

$$\text{Do } x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}+1 > 0$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương  $\sqrt{x}+1$  và  $\frac{4}{\sqrt{x}+1}$  ta có:

$$P = \sqrt{x}+1 + \frac{4}{\sqrt{x}+1} \geq 2\sqrt{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{4}{\sqrt{x}+1} = 4$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra } \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = \frac{4}{\sqrt{x}+1} \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy  $\min P = 4$  khi  $x = 1$

**Bài 2 (3,0 điểm)** Giải các phương trình sau:

a)  $\sqrt{x-5} = 2$

b)  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 5$

c)  $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = x + 1$

d)  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{4x^2 - 12x + 9}$

**Phương pháp**

Xác định điều kiện xác định của phương trình.

a) Bình phương hai vế để tìm x.

b) Đưa về phương trình trị tuyệt đối chia hai trường hợp

c) Bình phương hai vế để tìm x.

d) Đưa các hệ số ra ngoài căn và sử dụng hằng đẳng thức, đưa về phương trình thuyết đối để chia hai trường hợp.

**Lời giải**

a)  $\sqrt{x-5} = 2$ .

Điều kiện xác định  $x \geq 5$

Ta có:  $\sqrt{x-5} = 2 \Leftrightarrow x-5 = 4 \Leftrightarrow x = 9$  (thỏa mãn  $x \geq 5$ )

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = 9$ .

b)  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 5$

Ta có:  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2} = 5 \Leftrightarrow |x-3| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 = 5 \\ x-3 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = -2 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = 8; -2$ .

c)  $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = x + 1$

Ta có:  $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = x + 1 \Leftrightarrow \sqrt{(2x-1)^2} = x + 1 \Leftrightarrow |2x-1| = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 2x-1 = x+1 \\ 2x-1 = -x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x = 2 \text{ nhận} \\ x = 0 \text{ nhận} \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = 2; 0$ .

d)  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{4x^2 - 12x + 9}$

Ta có:  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{4x^2 - 12x + 9} \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2} = \sqrt{(2x-3)^2} \Leftrightarrow |x-2| = |2x-3|$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 2x-3 \\ x-2 = -2x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = -1 \\ 3x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \left\{1; \frac{5}{3}\right\}$ .

**Bài 3 (3,5 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB > AC$ ), đường cao  $AH$  ( $H \in BC$ ). Vẽ phân giác  $AD$  của góc  $BAH$  ( $D \in BH$ ). Cho  $M$  là trung điểm của  $BA$ .

a) Cho  $AC = 3\text{cm}$ ;  $AB = 4\text{cm}$ . Hãy giải tam giác  $ABC$ ? (Làm tròn đến độ)

b) Tính diện tích tam giác  $AHC$

c) Chứng minh rằng:  $\frac{DH}{DB} = \frac{HC}{AC}$

d) Gọi  $E$  là giao điểm của  $DM$  và  $AH$ . Chứng minh:  $S_{\triangle AEC} = S_{\triangle DEC}$

**Phương pháp**

a) Sử dụng định lý Pytago cho tam giác vuông  $ABC$  để tính  $BC$ . Sử dụng tỉ số lượng giác để tính góc  $B$ , góc  $C$ .

b) Áp dụng hệ thức lượng vào  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$  ta có:  $AH \cdot BC = AB \cdot AC$  ta tính được  $AH$ ;  $AC^2 = CH \cdot BC$  ta tính được  $CH$ . Sử dụng công thức tính diện tích tam giác  $ABC$ :  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} HC \cdot AH$ .

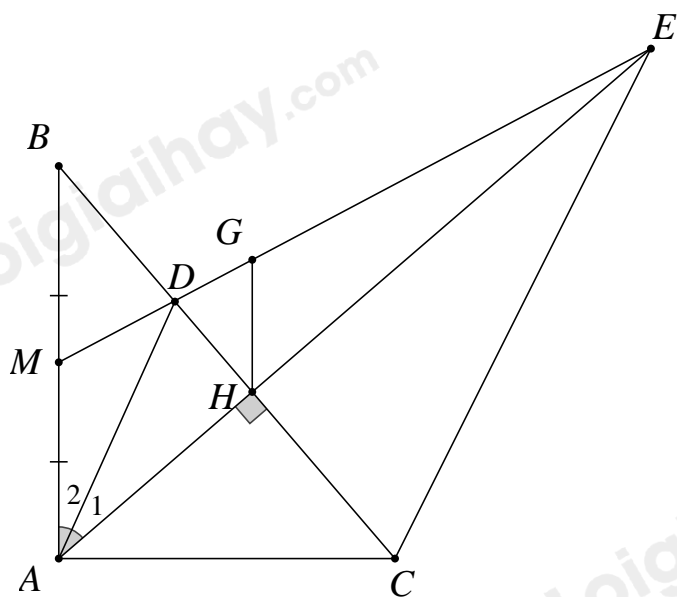
c) Dựa vào tính chất đường phân giác và  $\triangle AHB \sim \triangle CHA$  (g-g) suy ra các tỉ số bằng nhau của các cạnh tương ứng.

d) Kẻ  $HG \parallel AB$ .

Chứng minh  $\frac{DH}{DB} = \frac{HC}{AC} = \frac{HC}{DC}$  và  $\frac{EH}{EA} = \frac{DH}{DB}$  suy ra  $\frac{HC}{DC} = \frac{HE}{AE} \Rightarrow HC \cdot AE = DC \cdot HE$ .

Chứng minh  $\frac{S_{ACE}}{S_{DEC}} = 1$ .

**Lời giải**



a) Xét  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  (gt) có:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \text{ (định lí Pytago)}$$

$$\Rightarrow 4^2 + 3^2 = BC^2$$

$$\Rightarrow BC^2 = 25$$

$$\Rightarrow BC = 5 \text{ (cm)}$$

$$\text{Ta có: } \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow B \approx 37^\circ$$

$$B + C = 90^\circ$$

$$\Rightarrow C \approx 53^\circ$$

b) Áp dụng hệ thức lượng vào  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$  ta có:

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

$$\Leftrightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{4 \cdot 3}{5} = 2,4 \text{ (cm)}$$

$$\text{Lại có: } AC^2 = CH \cdot BC \Leftrightarrow CH = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5} = 1,8 \text{ (cm)}$$

Diện tích tam giác  $AHC$  là:

$$\frac{1}{2} \cdot HC \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 2,4 \cdot 1,8 = 2,16 \text{ cm}^2$$

c) Xét  $\triangle ABH$  có phân giác  $AD$  (giả thuyết)

$$\Rightarrow \frac{DH}{DB} = \frac{AH}{AB} \text{ (tính chất phân giác trong tam giác)}$$

$$\Delta AHB \sim \Delta CHA \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{HC}{AC} \text{ (hai góc tương ứng)}$$

$$\Rightarrow \frac{DH}{DB} = \frac{HC}{AC} \left( = \frac{AH}{AB} \right) \text{ (đpcm)}$$

d) Kẻ  $HG \parallel AB$

Xét  $\Delta ABD$  có  $ADC$  là góc ngoài  $\Rightarrow ADC = ABD + A_2$

Mà  $DAC = A_1 + HAC$

Lại có  $ABD = HAC$

$$\Rightarrow ADC = DAC$$

$\Rightarrow \Delta ACD$  cân tại  $C$  (dnhb)

$\Rightarrow AC = DC$  (tính chất)

$$\Rightarrow \frac{DH}{DB} = \frac{HC}{AC} = \frac{HC}{DC} \text{ (1)}$$

Xét  $\Delta AEM$ , có  $GH \parallel AB \Rightarrow \frac{EH}{EA} = \frac{HG}{AM}$  (định lí Ta lét)

Vì  $M$  là trung điểm của  $AB$  (gt)  $\Rightarrow AM = BM \Rightarrow \frac{EH}{EA} = \frac{HG}{BM}$

Xét  $\Delta DGH$ , có  $GH \parallel AB \Rightarrow \frac{DH}{DB} = \frac{HG}{BM}$  (định lí Ta lét)

$$\Rightarrow \frac{EH}{EA} = \frac{DH}{DB} \text{ (2)}$$

Từ (1); (2)  $\Rightarrow \frac{HC}{DC} = \frac{HE}{AE} \Rightarrow HC.AE = DC.HE$

Ta có  $S_{ACE} = \frac{1}{2} CH.AE$ ,  $S_{DEC} = \frac{1}{2} EH.DC$

$$\Rightarrow \frac{S_{ACE}}{S_{DEC}} = \frac{CH.AE}{EH.DC} = 1$$

Vậy  $S_{\Delta AEC} = S_{\Delta DEC}$

#### Bài 4 ((1,0 điểm))

Một con thuyền ở địa điểm  $F$  di chuyển từ bờ sông  $b$  sang bờ sông  $a$  với vận tốc trung bình là 6 km/h, vượt qua khúc sông nước chảy mạnh trong 5 phút. Biết đường đi của con thuyền là  $FG$ , tạo với bờ sông một góc  $60^\circ$ .

a) Tính  $FG$

b) Tính chiều rộng của khúc sông (làm tròn đến mét)

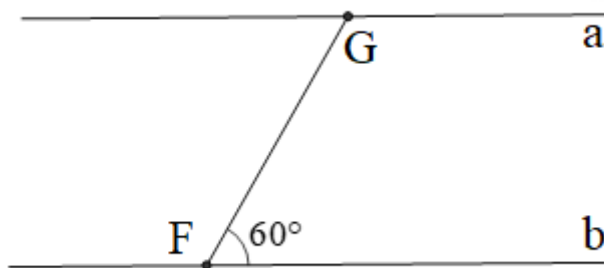
#### Phương pháp

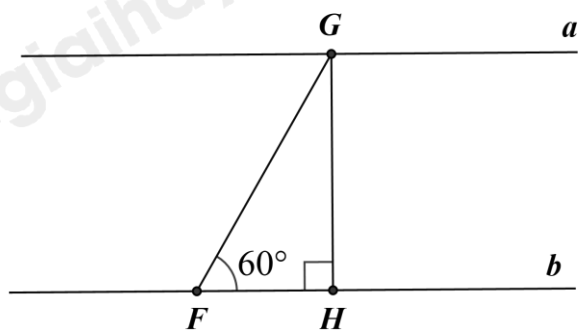
a) Độ dài  $FG$  là quãng đường con thuyền đi được:  $S = v.t$ .

b) Kẻ  $GH \perp b$  tại  $H$ .  $GH$  chính là chiều rộng của khúc sông.

Sử dụng định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn để suy ra chiều rộng của khúc sông.

#### Lời giải





a)  $FG$  là quãng đường đi được của thuyền.  $FG = 6 \cdot \frac{5}{60} = 0,5 \text{ km} = 500 \text{ m}$ .

b) Gọi  $GH$  là chiều rộng của khúc sông.

Xét  $\triangle GFH$  vuông tại H, áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$$GH = FG \cdot \sin GFB = 500 \cdot \sin 60^\circ = 500 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 250\sqrt{3} \approx 433 \text{ m}.$$

Vậy, chiều rộng của khúc sông xấp xỉ 433 m.