ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 8

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Bài 1 (2 điểm) Thực hiện phép tính

a) $A=3\sqrt{125}+\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}$

b) $B=\left(2+\sqrt{7}\right)\sqrt{11-4\sqrt{7}}-\dfrac{\sqrt{20}+5}{\sqrt{5}+2}$

c) $C=\sin^2 25^0+\sin^2 65^0-\tan 35^0+\cot 55^0-\dfrac{\cot 32^0}{\tan 58^0}$

………

………

………

………

………

Bài 2 (1,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{9x-27}-\sqrt{x-3}=6$.   b) $\sqrt{x^2+2x+1}-\sqrt{x+1}=0$

………

………

………

………

………

Bài 3 (2,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{5\sqrt{x}-2}{x-2\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x>0; x\neq 4$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

2) Rút gọn biểu thức B .

3) Tìm các giá trị của x để $B\le -\dfrac{1}{2}$.

4) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M=\dfrac{6A}{B}$.

………

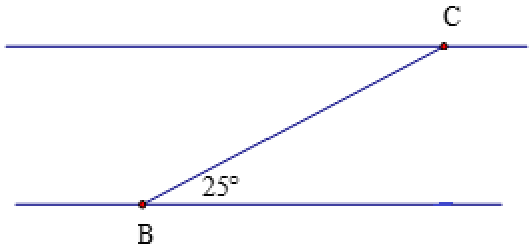
………

………

....
....

Bài 4 (3,5 điểm)

1) Một con thuyền đi qua một khúc sông theo hướng từ B đến C (như hình vẽ) với vận tốc $3,5km/h$ trong 12 phút. Biết rằng đường đi của thuyền tạo với bờ sông một góc $25°$. Hãy tính chiều rộng của khúc sông ? (Kết quả tính theo đơn vị km ,làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



2) Cho tam giác ABC nhọn có đường cao AH. Gọi E là hình chiếu của H trên AB.

a. Biết $AE = 3,6cm$; $BE = 6,4cm$. Tính AH, EH và góc B. (Số đo góc làm tròn đến độ)

b. Kẻ HF vuông góc với AC tại F. Chứng minh $AB.AE = AC.AF$.

c. Đường thẳng qua A và vuông góc với EF cắt BC tại D; EF cắt AH tại O. Chứng minh rằng

$$S_{ADC} = \frac{S_{AOE}}{\sin^2 B.\sin^2 C}$$

....
....
....
....
....

Bài 5 (0,5 điểm) Giải phương trình $2\sqrt{2x-1} = 8 - \sqrt[3]{x+3}$.

....
....
....
....
....

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1 (2 điểm) Thực hiện phép tính

a) $A = 3\sqrt{125} + \sqrt{\left(2 - \sqrt{5}\right)^2}$

b) $B = \left(2 + \sqrt{7}\right)\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} - \dfrac{\sqrt{20} + 5}{\sqrt{5} + 2}$

c) $C = \sin^2 25^0 + \sin^2 65^0 - \tan 35^0 + \cot 55^0 - \dfrac{\cot 32^0}{\tan 58^0}$

Phương pháp

a) Đưa về trị tuyệt đối để tính toán.

b) Đưa nhân tử chung ra ngoài, rút gọn mẫu số và đưa về trị tuyệt đối để tính toán.

c) Biến đổi các tỉ số lượng giác về cùng số đo góc để tính toán.

Lời giải

a) $A = 3\sqrt{125} + \sqrt{\left(2 - \sqrt{5}\right)^2} = 15\sqrt{5} + \left|2 - \sqrt{5}\right| = 15\sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 = 2\left(8\sqrt{5} - 1\right)$

b)

$$B = \left(2 + \sqrt{7}\right)\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} - \frac{\sqrt{20} + 5}{\sqrt{5} + 2}$$

$$= \left(2 + \sqrt{7}\right)\sqrt{\left(2 - \sqrt{7}\right)^2} - \frac{2\sqrt{5} + \left(\sqrt{5}\right)^2}{\left(\sqrt{5} + 2\right)}$$

$$= \left(2 + \sqrt{7}\right)\left|2 - \sqrt{7}\right| - \frac{\sqrt{5}\left(2 + \sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{5} + 2\right)}$$

$$= \left(2 + \sqrt{7}\right)\left(\sqrt{7} - 2\right) - \sqrt{5}$$

$$= 7 - 4 - \sqrt{5} = 3 - \sqrt{5}$$

c) $C = \sin^2 25^0 + \sin^2 65^0 - \tan 35^0 + \cot 55^0 - \dfrac{\cot 32^0}{\tan 58^0}$

$C = \sin^2 25^0 + cos^2 25^0 - \tan 35^0 + \tan 35^0 - \dfrac{\cot 32^0}{\cot 32^0} = 1 + 0 - 1 = 0$.

Bài 2 (1,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{9x - 27} - \sqrt{x - 3} = 6$. b) $\sqrt{x^2 + 2x + 1} - \sqrt{x + 1} = 0$

Phương pháp

Xác định điều kiện xác định của phương trình.

a) Đưa các hệ số ra ngoài căn, nhóm nhân tử chung để tìm x.

b) Sử dụng hằng đẳng thức, nhóm nhân tử chung để tìm x.

Lời giải

a) $\sqrt{9x - 27} - \sqrt{x - 3} = 6$ (ĐKXĐ: $x \ge 3$)

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x - 3} - \sqrt{x - 3} = 6$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x - 3} = 6$

$\Leftrightarrow \sqrt{x - 3} = 3$

$\Leftrightarrow x - 3 = 9$

$\Leftrightarrow x = 12$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy $x \in \{12\}$.

b) $\sqrt{x^2+2x+1}-\sqrt{x+1}=0$ (ĐKXĐ: $x \ge -1$)

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2}-\sqrt{x+1}=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x+1}\left(\sqrt{x+1}-1\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x+1}=0\\ \sqrt{x+1}-1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+1=0\\ x+1=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\ (TM)\\ x=0\ \ (TM)\end{array}\right.$

Vậy $x \in \{-1;0\}$.

Bài 3 (2,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{5\sqrt{x}-2}{x-2\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x>0; x\ne 4$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

2) Rút gọn biểu thức B .

3) Tìm các giá trị của x để $B \le -\dfrac{1}{2}$.

4) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M=\dfrac{6A}{B}$.

Phương pháp

1) Kiểm tra x = 9 có thỏa mãn điều kiện hay không, sau đó thay vào biểu thức A để tính.

2) Xác định mẫu thức chung, quy đồng và thực hiện các phép toán với các phân thức đại số.

3) Thay biểu thức B vào $B \le -\dfrac{1}{2}$.

$\dfrac{f(x)}{g(x)} \le 0 \Leftrightarrow f(x)\ge 0, g(x)<0$ hoặc $f(x)\le 0, g(x)>0$

4) Tính $M=\dfrac{6A}{B}$. Chia cả tử và mẫu cho $\sqrt{x}$ rồi sử dụng bất đẳng thức Cosi: $a+\dfrac{1}{a}\ge 2$.

Lời giải

1) Khi $x=9 \Rightarrow \sqrt{x}=3$ thỏa mãn điều kiện.

Thay vào biểu thức A ta được:

$A=\dfrac{3-2}{9+3+1}=\dfrac{1}{13}$.

Vậy khi $x=9$ thì $A=\dfrac{1}{13}$.

2) Với $x>0; x\ne 4$ ta có: $B=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{5\sqrt{x}-2}{x-2\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

$=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{5\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

$=\dfrac{2\sqrt{x}.\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}-\dfrac{5\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}-\dfrac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}$

$=\dfrac{2x-\left(5\sqrt{x}-2\right)-\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}$

$$=\frac{2x-5\sqrt{x}+2-x+\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{x-4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ với $x>0;x\ne 4$

3) Với $x>0;x\ne 4$ để $B\le -\frac{1}{2}\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}\le -\frac{1}{2}\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}+\frac{1}{2}\le 0\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-4+\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}\le 0$

$\Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}}\le 0$ mà $2\sqrt{x}>0$ nên $3\sqrt{x}-4\le 0\Leftrightarrow 3\sqrt{x}\le 4\Leftrightarrow \sqrt{x}\le \frac{4}{3}\Leftrightarrow x\le \frac{16}{9}$

Kết hợp với điều kiện ta được $0<x\le \frac{16}{9}$ thì $B\le -\frac{1}{2}$

4) Ta có: $M=\frac{6A}{B}=\frac{6\left(\sqrt{x}-2\right)}{x+\sqrt{x}+1}:\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}=\frac{6\left(\sqrt{x}-2\right)}{x+\sqrt{x}+1}.\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}=\frac{6\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$

$\Rightarrow M=\frac{6}{\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+1}$ do $x>0\Rightarrow \sqrt{x}>0;\frac{1}{\sqrt{x}}>0$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô si với 2 số dương ta được:

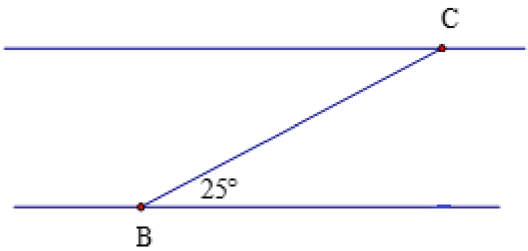
$\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\ge 2\sqrt{\sqrt{x}.\frac{1}{\sqrt{x}}}=2\Rightarrow \sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+1\ge 3\Leftrightarrow \frac{6}{\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+1}\le 2$ hay $M\le 2$

Dấu "=" xảy ra $\sqrt{x}=\frac{1}{\sqrt{x}}\Rightarrow x=1$ (thỏa mãn đk)

Vậy Max $M=2\Leftrightarrow x=1$.

Bài 4 (3,5 điểm)

1) Một con thuyền đi qua một khúc sông theo hướng từ B đến C (như hình vẽ) với vận tốc $3,5km/h$ trong 12 phút. Biết rằng đường đi của thuyền tạo với bờ sông một góc $25°$. Hãy tính chiều rộng của khúc sông ? (Kết quả tính theo đơn vị km ,làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



2) Cho tam giác ABC nhọn có đường cao AH. Gọi E là hình chiếu của H trên AB.

a. Biết $AE=3,6cm$; $BE=6,4cm$. Tính AH,EH và góc B. (Số đo góc làm tròn đến độ)

b. Kẻ HF vuông góc với AC tại F. Chứng minh $AB.AE=AC.AF$.

c. Đường thẳng qua A và vuông góc với EF cắt BC tại D; EF cắt AH tại O. Chứng minh rằng

$$S_{ADC}=\frac{S_{AOE}}{\sin^2 B.\sin^2 C}$$

Phương pháp

1. Kẻ CH vuông góc với bờ sông tại H, ta có CH $\perp$ BH. CH chính là chiều rộng của khúc sông. Sử dụng định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn để suy ra chiều rộng của khúc sông.

2.

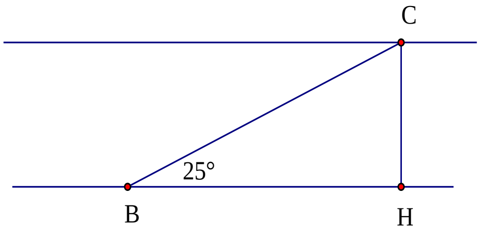
a. Sử dụng hệ thức lượng và tỉ số lượng giác để tính.

b. Sử dụng hệ thức lượng để chứng minh.

c. Chứng minh $\Delta AEF \backsim \Delta ACB\ (c.g.c) \Rightarrow \Delta ADC \backsim \Delta AOE\ (g.g)$, ta có tỉ số diện tích của tam giác ADC và tam giác AOE => đpcm.

Lời giải

1)



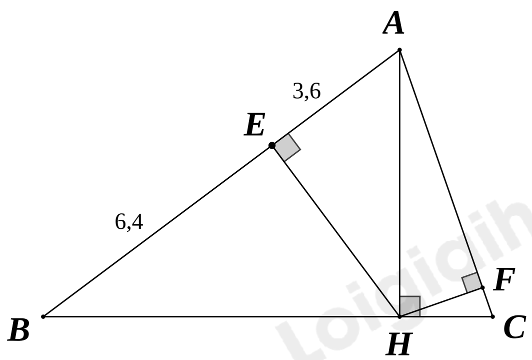
Đổi: 12 phút = $\frac{1}{5}$ giờ

Gọi chiều rộng của khúc sông là CH. Đường đi của con thuyền là BK suy ra $CH \perp BK$, $CBH = 25^0$

Quãng đường BC dài là: $3,5.\frac{1}{5} = 0,7\ (km)$

Xét ΔBHC vuông tại H có: $CH = \sin 25^0.\ BC = \sin 25^0.0,7 \approx 0,29\ (km)$

Vậy chiều rộng khúc sông khoảng 0,29 (km).



2)

a. Ta có: $AB = AE + EB = 3,6 + 6,4 = 10cm$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AHB có $AHB = 90°; HE \perp AB$

Ta có: $AH^2 = AE.AB$

$\Rightarrow AH = \sqrt{3,6.10} = \sqrt{36} = 6cm$

Và: $EH^2 = AE.EB$

$\Rightarrow EH = \sqrt{3,6.6,4} = 4,8cm$

$\text{Sin}\, B = \frac{AH}{AB} = \frac{6}{10} = 0,6$

$\Rightarrow B \approx 36°52'$

b. Xét ΔABH có : $AHB = 90°; HE \perp AB$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

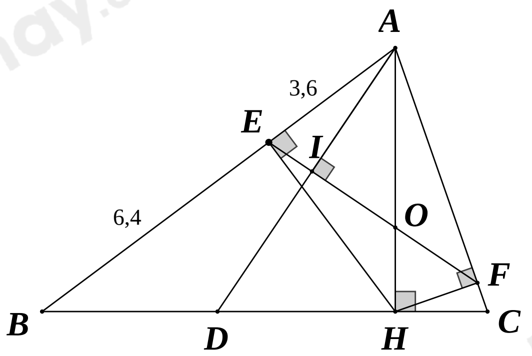
$AB.AE = AH^2$ (1)

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AHC có: $AHC = 90°; HF \perp AC$

$\Rightarrow AF.AC = AH^2$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AB.AE = AC.AF$ (dpcm).

c)



Gọi I là giao điểm của AD và EF

Ta có: $AE.AB = \mathrm{AF}.AC \Rightarrow \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{\mathrm{AF}}{AB}$

Dễ dàng chứng minh được $\Delta AE\mathrm{F} \backsim \Delta ACB\ (c.g.c)$

$\Rightarrow AFI = ABH; ACD = AEO\ (1)$

Mà $CAD + \mathrm{AF}I = 90^0$

$EAO + ABH = 90^0$

$\Rightarrow EAO = CAD\ (2)$

Từ $(1);(2) \Rightarrow \Delta ADC \backsim \Delta AOE\ (g.g)$

$$\Rightarrow \frac{S_{ADC}}{S_{AOE}} = \left(\frac{AC}{AE}\right)^2 = \left(\frac{AC}{AH}.\frac{AH}{AE}\right)^2 = \frac{AC^2}{AH^2}.\frac{AH^2}{AE^2}$$

$$\Rightarrow S_{ADC} = \frac{S_{AOE}}{\left(\frac{AH}{AC}\right)^2.\left(\frac{AE}{AH}\right)^2} = \frac{S_{AOE}}{\sin^2 C.\cos^2 EAO} = \frac{S_{AOE}}{\sin^2 C.\sin^2 B}\ \text{(đpcm)}$$

Bài 5 (0,5 điểm) Giải phương trình $2\sqrt{2x-1} = 8 - \sqrt[3]{x+3}$.

Phương pháp

Tìm điều kiện xác định.

Đặt $\sqrt{2x-1} = u \Rightarrow u^2 = 2x-1$; $\sqrt[3]{x+3} = v \Rightarrow v^3 = x+3 \Leftrightarrow 2v^3 = 2x+6$. Giải phương trình theo u và v.

Lời giải

Điều kiện $2x - 1 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge \dfrac{1}{2}$.

Đặt $\sqrt{2x-1} = u \Rightarrow u^2 = 2x-1$.

$\sqrt[3]{x+3} = v \Rightarrow v^3 = x+3 \Leftrightarrow 2v^3 = 2x+6$.

$\Rightarrow 2v^3 - u^2 = 2x + 6 - (2x-1) = 7$

$\Leftrightarrow 2v^3 - u^2 - 7 = 0$

Mà $2\sqrt{2x-1} = 8 - \sqrt[3]{x+3} \Leftrightarrow 2u = 8 - v \Leftrightarrow u = \dfrac{8-v}{2}$.

$$\Rightarrow 2v^3 - \left(\frac{8-v}{2}\right)^2 - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2v^3 - \frac{64 - 16v + v^2}{4} - 7 = 0$$

$\Leftrightarrow 8v^3 - 64 + 16v - v^2 - 28 = 0$

$\Leftrightarrow 8v^3 - v^2 + 16v - 92 = 0$

$\Leftrightarrow \left(v-2\right)\left(8v^2+15v+46\right)=0$

$\Leftrightarrow v=2$

$\Leftrightarrow x+3=8$

$\Leftrightarrow x=5$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $x=5$.