ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 9

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Bài 1 (2,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\frac{x-3}{x-9}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}-\frac{2}{3-\sqrt{x}}$ với $x\ge 0$; $x\ne 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A với $x=0,25$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho $P=\frac{B}{A}$. Chứng minh rằng $P<1$ với mọi giá trị x thỏa mãn điều kiện.

……

……

……

……

……

Bài 2 (2,0 điểm) Tìm x, biết

a) $\sqrt{25x+75}+15.\sqrt{\frac{x+3}{25}}=2+4\sqrt{x+3}$

b) $\sqrt{x^2-2x+1}=2x+3$

……

……

……

……

……

Bài 3 (1,5 điểm)

Một chiếc thang dài $3,5\,\text{m}$. Cần đặt chân thang cách tường một khoảng bằng bao nhiêu để nó tạo với phương nằm ngang của mặt đất một góc an toàn 65°. *(làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)*

……

……

……

……

……

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax, lấy điểm C trên $Ax(AC>R)$. Từ C kẻ tiếp tuyến tại CD với (O) (D là tiếp điểm).

a) Chứng minh bốn điểm A,C,D,O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $OC//BD$.

c) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt tia BD tại M. Chứng minh $OMCD$ là hình bình hành.

d) Gọi K là giao điểm của CD và OM, E là giao điểm của CD và OD; I là giao điểm của AM và OC. Chứng minh E, K, I thẳng hàng.

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

Bài 5 (0,5 điểm) Cho x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn $x+y+z=1$. Tính giá trị biểu thức

$P=\sqrt{2x^2+x+1}+\sqrt{2y^2+y+1}+\sqrt{2z^2+z+1}$

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1 (2,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\frac{x-3}{x-9}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}-\frac{2}{3-\sqrt{x}}$ với $x\ge 0$; $x\ne 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A với $x=0,25$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho $P=\frac{B}{A}$. Chứng minh rằng $P<1$ với mọi giá trị x thỏa mãn điều kiện.

Phương pháp

a) Kiểm tra $x=0,25$ có thỏa mãn điều kiện hay không, sau đó thay vào biểu thức A để tính.

b) Xác định mẫu thức chung, quy đồng và thực hiện các phép toán với các phân thức đại số.

c) Tính $P=\frac{B}{A}$. Chứng minh P – 1 < 0.

Lời giải

a) Tính giá trị của biểu thức A với $x=0,25$.

Thay $x=0,25$ (tmdk) vào biểu thức A ta được:

$$A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}=\frac{\sqrt{0,25}+1}{\sqrt{0,25}-3}=\frac{0,5+1}{0,5-3}=\frac{1,5}{-2,5}=-\frac{3}{5}$$

b) Rút gọn biểu thức B.

$$B=\frac{x-3}{x-9}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}-\frac{2}{3-\sqrt{x}} \text{ với } x\ge 0;\ x\ne 9.$$

$$B=\frac{x-3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}+\frac{2}{\sqrt{x}-3}$$

$$B=\frac{x-3+\sqrt{x}-3+2\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{x+3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.$$

c) Cho $P=\frac{B}{A}$. Chứng minh rằng $P<1$ với mọi giá trị x thỏa mãn điều kiện: $x\ge 0$; $x\ne 9$.

$$P=\frac{B}{A}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$$

Xét $P-1=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-1=\frac{-1}{\sqrt{x}+1}$

Vì $\sqrt{x}+1>0$; $-1<0$ nên $\dfrac{-1}{\sqrt{x}+1}<0$ với $x\ge 0$; $x\ne 9$.

$\Rightarrow P-1<0$ với $x\ge 0$; $x\ne 9$.

Bài 2 (2,0 điểm) Tìm x, biết

a) $\sqrt{25x+75}+15.\sqrt{\dfrac{x+3}{25}}=2+4\sqrt{x+3}$

b) $\sqrt{x^2-2x+1}=2x+3$

Phương pháp

Xác định điều kiện xác định của phương trình.

a) Đưa các hệ số ra ngoài căn, nhóm nhân tử chung để tìm x.

b) Sử dụng hằng đẳng thức để biến đổi vế trái về trị tuyệt đối để tìm x.

Lời giải

a) $\sqrt{25x+75}+15.\sqrt{\dfrac{x+3}{25}}=2+4\sqrt{x+3}$

$\Leftrightarrow 5\sqrt{x+3}+3.\sqrt{x+3}=2+4\sqrt{x+3}$

$\Leftrightarrow 5\sqrt{x+3}+3.\sqrt{x+3}-4\sqrt{x+3}=2$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{x+3}=2$ (đk: $x\ge -3$)

$\Leftrightarrow \sqrt{x+3}=\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x+3=\dfrac{1}{4}$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-11}{4}$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình có nghiệm $x=\dfrac{-11}{4}$

b) $\sqrt{x^2-2x+1}=2x+3$ (đk: $x\ge -\dfrac{3}{2}$)

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2}=2x+3$

$\Leftrightarrow |x-1|=2x+3$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=2x+3 \\ x-1=-2x-3 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=2x+3 \\ x-1=-2x-3 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ 3x=2 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = -4 & (L) \\ x = \dfrac{2}{3} & (TM) \end{array} \right.$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \dfrac{2}{3}$

Bài 3 (1,5 điểm)

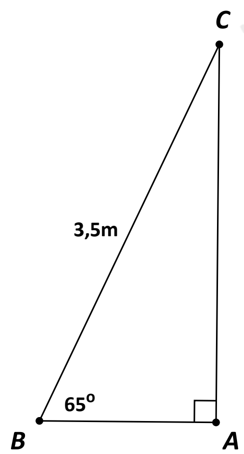
Một chiếc thang dài $3,5\,\text{m}$. Cần đặt chân thang cách tường một khoảng bằng bao nhiêu để nó tạo với phương nằm ngang của mặt đất một góc an toàn 65°. *(làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)*

Phương pháp

Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính.

Lời giải

Theo đề bài ta có hình vẽ sau



Ta có $BC = 3,5\,\text{m};\ ABC = 65^\circ$

Xét ΔABC vuông tại A, có:

$\cos ABC = \dfrac{AB}{BC}$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow \cos 65^\circ = \dfrac{AB}{3,5}$

$\Rightarrow AB = 3,5.\cos 65^\circ$

$\Rightarrow AB \approx 1,48\,\text{m}$

Vậy cần đặt thang sao cho chân thang cách tường khoảng $1,48\,\text{m}$

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax, lấy điểm C trên $Ax(AC > R)$. Từ C kẻ tiếp tuyến tại CD với (O) (D là tiếp điểm).

a) Chứng minh bốn điểm A, C, D, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $OC // BD$.

c) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt tia BD tại M . Chứng minh $OMCD$ là hình bình hành.

d) Gọi K là giao điểm của CD và OM , E là giao điểm của CD và OD; I là giao điểm của AM và OC. Chứng minh E, K, I thẳng hàng.

Phương pháp

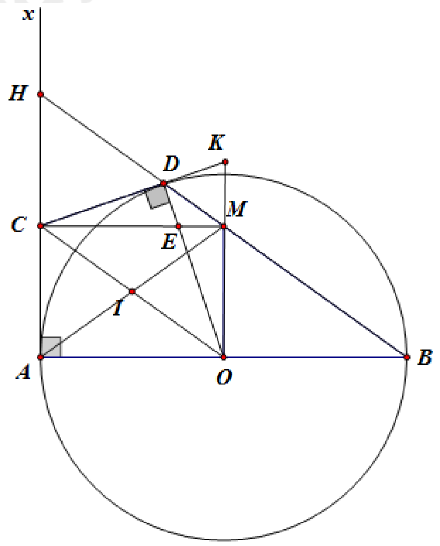
a) Chứng minh tam giác AOC và DOC thuộc đường tròn đường kính OC.

b) Chứng minh $OC \perp AD$ và $BD \perp AD$ nên OC // BD.

c) Chứng minh OMCD có cặp cạnh đối song song và bằng nhau.

d) Chứng minh KE vuông góc với CO tại I.

Lời giải



a) Chứng minh tam giác AOC vuông tại A nên A thuộc đường tròn đường kính OC

Chứng minh tam giác DOC vuông tại D nên D thuộc đường tròn đường kính OC

Do đó bốn điểm A, C, D, O cùng thuộc một đường tròn đường kính OC .

b) Xét (O) có: CA, CD là 2 tiếp tuyến cắt nhau tại C (gt)

Suy ra: $CA = CD$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra: C thuộc trung trực của AD (1)

Lại có: $OA = OD = R$

Suy ra O thuộc đường tròn đường kính AD (2)

Từ (1) và (2) suy ra: OC là đường trung trực của AD

Suy ra: $OC \perp AD$

Ta lại chứng minh được : $BD \perp AD$

$\Rightarrow OC // BD$

c) Kéo dài BD cắt AC tại H

Do $\left.\begin{matrix} OA = OB \\ CO // BD \end{matrix}\right\} \Rightarrow CA = CH$

CM tương tự M là trung điểm của HB

Xét tam giác AHB có

$\left.\begin{matrix} OA = OB \\ CA = CH \end{matrix}\right\} \Rightarrow CO = \dfrac{1}{2} HB$

$\Rightarrow MB = CO$

Mà $MB // CO$

Suy ra $OMCD$ là hình bình hành.

d) Chứng minh $AOMC$ là hình chữ nhật

$\Delta KMC = \Delta KDO \Rightarrow KC = KO \Rightarrow \Delta KOC$ cân tại K

Mà $\left.\begin{matrix} OD \perp OB \\ CM \perp KO \\ CM \cap DO \equiv E \end{matrix}\right\} \Rightarrow EK \perp CO$

ΔKOC cân tại $K; IC = IO; EK \perp CO$ nên E, K, I thẳng hàng.

Bài 5 (0,5 điểm) Cho x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn $x+y+z=1$. Tính giá trị biểu thức

$P = \sqrt{2x^2+x+1} + \sqrt{2y^2+y+1} + \sqrt{2z^2+z+1}$

Phương pháp

Dựa vào giả thiết suy ra với $0 \le a \le 1$ thì $2a^2+a+1 \le (a+1)^2$ để tính giá trị biểu thức P.

Lời giải

Do $x+y+z \le 1$ và x, y, z là các số thực không âm

$\Rightarrow 0 \le x \le 1 \Rightarrow x^2 \le x \Rightarrow x^2+x^2+x+1 \le x^2+x+x+1 \Rightarrow 2x^2+x+1 \le (x+1)^2$

Tương tự: $\Rightarrow 0 \le y \le 1 \Rightarrow 2y^2+y+1 \le (y+1)^2$

$\Rightarrow 0 \le z \le 1 \Rightarrow 2z^2+z+1 \le (z+1)^2$

Nên $P = \sqrt{2x^2+x+1} + \sqrt{2y^2+y+1} + \sqrt{2z^2+z+1} \le x+1+y+1+z+1$

$P \le (x+y+z)+3 = 4 \Rightarrow P_{max} = 4$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = 0; z = 1$ hoặc $\Leftrightarrow x = z = 0; y = 1$ hoặc $\Leftrightarrow y = z = 0; x = 1$