ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 11

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Câu 1: Tính

a) $\sqrt{50}+\sqrt{32}-3\sqrt{18}+4\sqrt{8}$

b) $\dfrac{5-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

Câu 2: Giải phương trình

a) $\sqrt{4x^2-4x+1}=5$

b) $3\sqrt{x-2}-\sqrt{4x-8}+4\sqrt{\dfrac{9x-18}{4}}=14$

c) $\sqrt[3]{4x-1}=3$

Câu 3: Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}+10}{x-4}$ (với $x\ge 0, x\ne 4$)

a) Tính giá trị của A khi x = 9.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho biểu thức P = A.B. Tìm tất cả các giá trị của x để $P\le -1$.

Câu 4: Hãy tính chiều cao của tháp Eiffel mà không cần lên tận đỉnh tháp khi biết góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là 62^0 và bóng của tháp trên mặt đất khi đó là 172m (làm tròn kết quả tới chữ số thập phân thứ nhất)

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông tại A, có AB = 12cm, AC = 16cm. Kẻ đường cao AM. Kẻ $ME\perp AB$.

a) Tính BC, B, C.

b) Tính độ dài AM, BM.

c) Chứng minh $AE.AB=AC^2-MC^2$.

Câu 6: Chứng minh rằng nếu $xyz=1$ thì $\dfrac{1}{1+x+xy}+\dfrac{1}{1+y+yz}+\dfrac{1}{1+z+zx}=1$.

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1: Tính

a) $\sqrt{50}+\sqrt{32}-3\sqrt{18}+4\sqrt{8}$

b) $\dfrac{5-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

Phương pháp:

Công thức khai phương căn bậc hai, trục căn thức.

Lời giải:

a) $\sqrt{50}+\sqrt{32}-3\sqrt{18}+4\sqrt{8}$

$=\sqrt{25.2}+\sqrt{16.2}-3\sqrt{9.2}+4\sqrt{4.2}$

$=5\sqrt{2}+4\sqrt{2}-9\sqrt{2}+8\sqrt{2}$

$=8\sqrt{2}$

b) $\dfrac{5-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

$=\dfrac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-2\right)}{\sqrt{5}-2}-\sqrt{5-2\sqrt{5}+1}$

$=\sqrt{5}-\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}$

$=\sqrt{5}-\left|\sqrt{5}-1\right|$

$=\sqrt{5}-\sqrt{5}+1$

$=1$

Câu 2: Giải phương trình

a) $\sqrt{4x^2-4x+1}=5$

b) $3\sqrt{x-2}-\sqrt{4x-8}+4\sqrt{\dfrac{9x-18}{4}}=14$

c) $\sqrt[3]{4x-1}=3$

Phương pháp:

a) Đưa về phương trình trị tuyệt đối chia hai trường hợp

b) Tìm điều kiện xác định, đưa các hệ số ra ngoài căn và rút gọn

c) Lập phương 2 vế của phương trình

Lời giải:

a) $\sqrt{4x^2-4x+1}=5$

$\Leftrightarrow \sqrt{(2x-1)^2}=5$

$\Leftrightarrow |2x-1|=5$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-1=5\\2x-1=-5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=6\\2x=-4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\x=-2\end{array}\right.$

Vậy $S=\{-2,3\}$

b) $3\sqrt{x-2}-\sqrt{4x-8}+4\sqrt{\dfrac{9x-18}{4}}=14$

TXĐ: $x\ge 2$

$pt \Leftrightarrow 3\sqrt{x-2}-\sqrt{4\left(x-2\right)}+4\sqrt{\dfrac{9\left(x-2\right)}{4}}=14$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x-2}-2\sqrt{x-2}+6\sqrt{x-2}=14$

$\Leftrightarrow 7\sqrt{x-2}=14$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-2}=2$

$\Leftrightarrow x-2=4$

$\Leftrightarrow x=6\left(tm\right)$

Vậy $S=\left\{6\right\}$

c) $\sqrt[3]{4x-1}=3$

TXĐ: $\forall x\in \mathbb{R}$

$pt \Leftrightarrow 4x-1=3^3$

$\Leftrightarrow 4x-1=27$

$\Leftrightarrow 4x=28$

$\Leftrightarrow x=7$

$\Rightarrow S=\left\{7\right\}$

Câu 3: Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}+10}{x-4}$ (với $x\ge 0,x\ne 4$)

a) Tính giá trị của A khi x = 9.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho biểu thức P = A.B. Tìm tất cả các giá trị của x để $P\le -1$.

Phương pháp:

a) Kiểm tra x = 9 có thỏa mãn điều kiện hay không, sau đó thay vào biểu thức A để tính.

b) Xác định mẫu thức chung, quy đồng và thực hiện các phép toán với các phân thức đại số.

c) Tính P = A.B.

Biến đổi $P\le -1 \Leftrightarrow P+1\le 0$

$\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}\le 0 \Leftrightarrow f\left(x\right)\ge 0,g\left(x\right)<0$ hoặc $f\left(x\right)\le 0,g\left(x\right)>0$

Lời giải:

a) Với $x=9\left(tmdk\right)$ thay vào A ta được: $A=\dfrac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-2}=\dfrac{3+2}{3-2}=\dfrac{5}{1}=5$

Vậy $x=9$ thì $A=5$.

b) $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}+10}{x-4}$

$=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}+10}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\dfrac{3\left(\sqrt{x}-2\right)-\left(\sqrt{x}+10\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$

$$=\frac{3\sqrt{x}-6-\sqrt{x}-10}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{2\sqrt{x}-16}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

Vậy $B=\dfrac{2\sqrt{x}-16}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$ với $x\ge 0, x\ne 4$.

c) Ta có:

$P=A.B$

$$P=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}.\frac{2\sqrt{x}-16}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$P=\frac{2\sqrt{x}-16}{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}$$

Để $P\le -1 \Leftrightarrow \dfrac{2\sqrt{x}-16}{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}\le -1$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-16}{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}+1\le 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-16+x+4\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}\le 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+6\sqrt{x}-12}{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}\le 0\ (*)$$

Vì $x\ge 0, x\ne 4 \Rightarrow \sqrt{x}+2\ge 2 \Rightarrow \left(\sqrt{x}+2\right)^2\ge 4>0$

Do đó $(*)\Leftrightarrow x+6\sqrt{x}-12\le 0$

$\Leftrightarrow x+6\sqrt{x}+9-21\le 0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}+3\right)^2-21\le 0$

$\Leftrightarrow -\sqrt{21}\le \sqrt{x}+3\le \sqrt{21}$

$\Leftrightarrow -\sqrt{21}-3\le \sqrt{x}\le \sqrt{21}-3$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}\le \sqrt{21}-3$

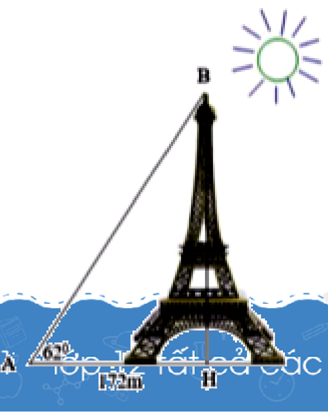
$\Leftrightarrow x\le \left(\sqrt{21}-3\right)^2$

$\Leftrightarrow x\le 30-6\sqrt{21}$

Kết hợp điều kiện: $x\ge 0, x\ne 4$ ta có $0\le x\le 30-6\sqrt{21}$.

Vậy $0\le x\le 30-6\sqrt{21}$.

Câu 4: Hãy tính chiều cao của tháp Eiffel mà không cần lên tận đỉnh tháp khi biết góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là 62^0 và bóng của tháp trên mặt đất khi đó là 172m (làm tròn kết quả tới chữ số thập phân thứ nhất)



Phương pháp:

Vận dụng định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông.

Lời giải:

Bài toán được mô tả như hình vẽ

Chiều cao của tháp Eiffel là độ dài đoạn BH

Tam giác ABH vuông tại H nên ta có

$BH = AH.\tan BAH$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow BH = 172.\tan 62^0 = 323,5m$

Vậy chiều cao của tháp Eiffel là 323,5m

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông tại A, có AB = 12cm, AC = 16cm. Kẻ đường cao AM. Kẻ $ME \perp AB.$

a) Tính $BC, B, C.$

b) Tính độ dài $AM, BM.$

c) Chứng minh $AE.AB = AC^2 - MC^2.$

Phương pháp:

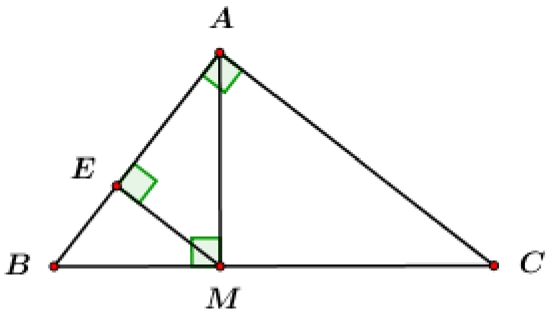
a) Sử dụng định lý Pitago để tính $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}.$

Sử dụng các công thức về tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông và định lý tổng số đo của 3 góc trong tam giác để tính số đo của $B, C.$

b) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AM ta có: $AM.BC = AB.AC$ và $AB^2 = BM.BC.$

c) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác AMB vuông tại A, có đường cao ME ta có: $AM^2 = AE.AB$ và định lý Pitago cho ΔAMC vuông tại M để chứng minh đẳng thức đề bài yêu cầu.

Lời giải:



a) Tính $BC, B, C.$

Áp dụng định lý Pitago cho ΔABC vuông tại A ta có:

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20\,cm.$

Xét ΔABC vuông tại A ta có:

$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{16}{20} = 0,8 \Rightarrow B \approx 53^0.$

$\Rightarrow C = 90^0 - B = 90^0 - 53^0 = 37^0.$

b) Tính độ dài $AM, BM.$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AM ta có: $AM.BC = AB.AC$

$\Rightarrow AM = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{12.16}{20} = 9.6(cm).$

Lại có: $AB^2 = BM.BC \Rightarrow BM = \frac{AB^2}{BC} = \frac{12^2}{20} = 7,2\,cm.$

Vậy $AM = 9,6\,cm$ và $BM = 7,2\,cm.$

c) Chứng minh $AE.AB = AC^2 - MC^2.$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác AMB vuông tại A, có đường cao ME ta có: $AM^2 = AE.AB$

Áp dụng định lý Pitago cho ΔAMC vuông tại M ta có: $AM^2 = AC^2 - MC^2$

$\Rightarrow AE.AB = AC^2 - MC^2\left(= AM^2\right)(dpcm).$

Câu 6: Chứng minh rằng nếu $xyz = 1$ thì $\dfrac{1}{1+x+xy} + \dfrac{1}{1+y+yz} + \dfrac{1}{1+z+zx} = 1.$

Phương pháp:

Sử dụng linh hoạt giả thiết $xyz = 1$, *chứng minh*

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} = \frac{yz+1}{1+y+yz}$$

$$\frac{1}{1+z+zx} = \frac{y}{y+yz+1}$$

Lời giải:

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} = \frac{1}{xyz+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} = \frac{xyz}{x\left(yz+1+y\right)} + \frac{1}{1+y+yz} = \frac{yz+1}{1+y+yz}$$

$$\frac{1}{1+z+zx} = \frac{xyz}{xzy+z.\left(xyz\right)+zx} = \frac{xyz}{xz\left(y+yz+1\right)} = \frac{y}{y+yz+1}$$

Suy ra : $\dfrac{1}{1+x+xy} + \dfrac{1}{1+y+yz} + \dfrac{1}{1+z+zx} = \dfrac{yz+1}{1+y+yz} + \dfrac{y}{y+yz+1} = \dfrac{1+y+yz}{1+y+yz} = 1$ (đpcm)