ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 1

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Câu 1 (2 điểm): Tìm x để biểu thức sau xác định:

a) $\sqrt{x-3}$

b) $\sqrt{-\dfrac{2}{2x-1}}$

Câu 2 (2 điểm): Thực hiện phép tính:

a) $\sqrt{5}.\sqrt{45}$

b) $\sqrt{12}-\sqrt{27}+\sqrt{3}$

c) $\sqrt{7+2\sqrt{6}}-\sqrt{7-2\sqrt{6}}$

Câu 3 (2 điểm): Giải phương trình:

a) $\sqrt{3x-2}=6$

b) $\sqrt{(x-1)^2}=5$

Câu 4 (3,5 điểm): Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB=12cm,\ AC=16cm.$ Kẻ đường cao AM. Kẻ $ME\perp AB.$

a) Tính $BC,\angle B,\angle C.$

b) Tính độ dài AM,BM.

c) Chứng minh $AE.AB=AC^2-MC^2$.

Câu 5 (0,5 điểm):

a) Với $a,b\ge 0.$ Chứng minh $a+b\ge 2\sqrt{ab}.$

b) Áp dụng tính giá trị lớn nhất của biểu thức $S=\sqrt{x-2}+\sqrt{y-3},$ biết $x+y=6.$

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1

Phương pháp:

Biểu thức $\sqrt{f(x)}$ xác định $\Leftrightarrow f(x) \geq 0.$

Cách giải:

a) $\sqrt{x-3}$

Biểu thức $\sqrt{x-3}$ xác định $\Leftrightarrow x-3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3.$

Vậy $x \geq 3$ thì biểu thức $\sqrt{x-3}$ xác định.

b) $\sqrt{-\dfrac{2}{2x-1}}$

Biểu thức $\sqrt{-\dfrac{2}{2x-1}}$ xác định $\Leftrightarrow -\dfrac{2}{2x-1} \geq 0 \Leftrightarrow 2x-1<0 \Leftrightarrow x<\dfrac{1}{2}$

Vậy với $x<\dfrac{1}{2}$ thì biểu thức $\sqrt{-\dfrac{2}{2x-1}}$ xác định.

Câu 2

Phương pháp:

Áp dụng các công thức: $\sqrt{A}.\sqrt{B}=\sqrt{AB}, A \geq 0, B \geq 0.$

$$\sqrt{A^2.B}=|A|\sqrt{B}=\begin{cases} A\sqrt{B} \; khi \; A \geq 0 \\ -A\sqrt{B} \; khi \; A<0 \end{cases}, B \geq 0.$$

$$\sqrt{A^2}=|A|=\begin{cases} A \; khi \; A \geq 0 \\ -A \; khi \; A<0 \end{cases}.$$

Cách giải:

a) $\sqrt{5}.\sqrt{45}$

Ta có: $\sqrt{5}.\sqrt{45}=\sqrt{5.45}=\sqrt{5.5.9}=\sqrt{5^2.3^2}=5.3=15.$

b) $\sqrt{12}-\sqrt{27}+\sqrt{3}$

Ta có:

$$\begin{aligned}&\sqrt{12}-\sqrt{27}+\sqrt{3}\\&=\sqrt{2^2.3}-\sqrt{3^2.3}+\sqrt{3}\\&=2\sqrt{3}-3\sqrt{3}+\sqrt{3}=0.\end{aligned}$$

c) $\sqrt{7+2\sqrt{6}}-\sqrt{7-2\sqrt{6}}$

Ta có:

$$\begin{aligned}&\sqrt{7+2\sqrt{6}}-\sqrt{7-2\sqrt{6}}\\&=\sqrt{\left(\sqrt{6}\right)^2+2\sqrt{6}+1}-\sqrt{\left(\sqrt{6}\right)^2-2\sqrt{6}+1}\\&=\sqrt{\left(\sqrt{6}+1\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{6}-1\right)^2}\\&=\left|\sqrt{6}+1\right|-\left|\sqrt{6}-1\right|\\&=\sqrt{6}+1-\left(\sqrt{6}-1\right)\ \left(do\,\sqrt{6}-2>0\right)\\&=\sqrt{6}+1-\sqrt{6}+1\\&=2.\end{aligned}$$

Câu 3

Phương pháp:

Giải phương trình: $\sqrt{f(x)}=a\,(a\ge 0)\ \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)\ge 0\\ f(x)=a^2\end{cases}.$

$\sqrt{\left[f(x)\right]^2}=a\,(a\ge 0)\ \Leftrightarrow \left|f(x)\right|=a\ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=a\\ f(x)=-a\end{array}\right..$

Cách giải:

Giải phương trình:

a) $\sqrt{3x-2}=6$

Điều kiện: $3x-2\ge 0\ \Leftrightarrow x\ge \dfrac{2}{3}$

Khi đó ta có phương trình $\Leftrightarrow 3x-2=6^2$

$$\begin{aligned}&\Leftrightarrow 3x-2=36\\&\Leftrightarrow 3x=38\\&\Leftrightarrow x=\frac{38}{3}\,(tm)\end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=\frac{38}{3}$.

b) $\sqrt{(x-1)^2}=5$

Điều kiện: $x\in\mathbb{R}$.

$$\begin{aligned}&\sqrt{(x-1)^2}=5\\ \Leftrightarrow\ &|x-1|=5\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}x-1=5\\ x-1=-5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\ x=-4\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S=\{-4;6\}$.

Câu 4

Phương pháp:

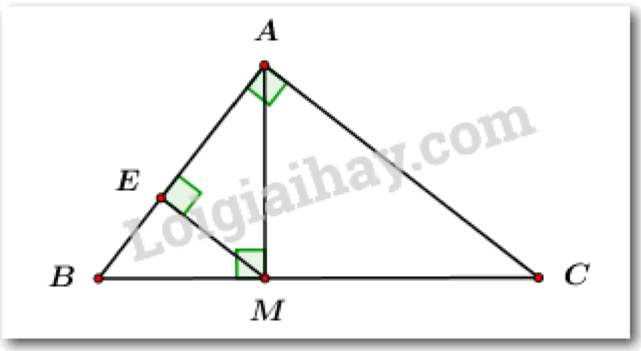
a) Sử dụng định lý Pitago để tính $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}$.

Sử dụng các công thức về tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông và định lý tổng số đo của 3 góc trong tam giác để tính số đo của $\angle B,\angle C$.

b) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AM ta có: $AM.BC=AB.AC$ và $AB^2=BM.BC$.

c) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác AMB vuông tại A, có đường cao ME ta có: $AM^2=AE.AB$ và định lý Pitago cho ΔAMC vuông tại M để chứng minh đẳng thức đề bài yêu cầu.

Cách giải:



a) Tính $BC,\angle B,\angle C$.

Áp dụng định lý Pitago cho ΔABC vuông tại A ta có:

$$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{12^2+16^2}=\sqrt{400}=20\,cm.$$

Xét ΔABC vuông tại A ta có:

$\sin \angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{16}{20} = 0,8 \Rightarrow \angle B \approx 53^0.$

$\Rightarrow \angle C = 90^0 - \angle B = 90^0 - 53^0 = 37^0.$

b) Tính độ dài AM, BM.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AM ta có: $AM.BC = AB.AC$

$\Rightarrow AM = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{12.16}{20} = 9.6(cm).$

Lại có: $AB^2 = BM.BC \Rightarrow BM = \frac{AB^2}{BC} = \frac{12^2}{20} = 7,2cm.$

Vậy $AM = 9,6cm$ và $BM = 7,2cm.$

c) Chứng minh $AE.AB = AC^2 - MC^2$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác AMB vuông tại A, có đường cao ME ta có: $AM^2 = AE.AB$

Áp dụng định lý Pitago cho ΔAMC vuông tại M ta có: $AM^2 = AC^2 - MC^2$

$\Rightarrow AE.AB = AC^2 - MC^2\left(= AM^2\right)(dpcm).$

Câu 5

Phương pháp:

a) Áp dụng hằng đẳng thức: $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 \ge 0\ \forall a,b \ge 0.$

b) Áp dụng bất đẳng thức $a + b \ge 2\sqrt{ab}$ khi $a,b \ge 0$ để tìm GTLN của biểu thức.

Cách giải:

a) Với $a,b \ge 0$. ***Chứng minh*** $a + b \ge 2\sqrt{ab}.$

Với mọi $a,b \ge 0$ ta có: $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 \ge 0$

$\Leftrightarrow a - 2\sqrt{ab} + b \ge 0 \Leftrightarrow a + b \ge 2\sqrt{ab}\ (dpcm).$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b.$

b) Áp dụng tính giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \sqrt{x-2} + \sqrt{y-3}$, ***biết*** $x + y = 6.$

Điều kiện: $x \ge 2, y \ge 3.$

Ta có: $S=\sqrt{x-2}+\sqrt{y-3}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow S^2&=x-2+y-3+2\sqrt{(x-2)(y-3)}\\&=x+y-5+2\sqrt{(x-2)(y-3)}\\&=6-5+2\sqrt{(x-2)(y-3)}\\&=1+2\sqrt{(x-2)(y-3)}.\end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức $a+b\ge 2\sqrt{ab}$ với $a,b\ge 0$ ta có:

$2\sqrt{(x-2)(y-3)}\le x-2+y-3=6-5=1$

$\Rightarrow S^2=1+2\sqrt{(x-2)(y-3)}\le 1+1=2$

$\Rightarrow S^2\le 2\Rightarrow S\le\sqrt{2}.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}x-2=y-3\\x+y=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=-1\\x+y=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{5}{2}(tm)\\y=\dfrac{7}{2}(tm)\end{cases}$

Vậy giá trị lớn nhất của $S=\sqrt{2}$ khi $(x;y)=\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{7}{2}\right)$.

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 2

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Câu 1 (2 điểm): Thực hiện phép tính:

a) $5\sqrt{12}-\sqrt{27}-2\sqrt{75}+\sqrt{48}$

b) $\dfrac{2}{\sqrt{13}-\sqrt{11}}+\dfrac{5}{4+\sqrt{11}}-\sqrt{52}$

c) $\sqrt{6+2\sqrt{5}}+\sqrt{9-4\sqrt{5}}-\sqrt{20}$

Câu 2 (2 điểm): Giải các phương trình sau:

a) $3\sqrt{x}=\sqrt{16x}-5$

b) $\sqrt{4x-8}-\sqrt{9x-18}+4\sqrt{\dfrac{x-2}{25}}=-3$

c) $x-\sqrt{5x+4}=2$

Câu 3 (2 điểm): Cho biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$; $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{\sqrt{x}-4}{1-x}\left(x\ge 0, x\ne 1\right)$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm x để $A:B<\dfrac{1}{2}$.

Câu 4 (3 điểm): Cho ΔABC vuông tại A đường cao AH, AB = 6cm, BC = 10 cm.

a) Giải tam giác vuông ABC. (kết quả làm tròn đến phút)

b) Kẻ tia phân giác góc A cắt BC tại E. Tính BE, AE.

c) Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu của E trên AB và AC. Tính diện tích tứ giác AMEN.

Câu 5 (1 điểm):

a) Giải bài toán sau: (*kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai*)

Để đo chiều rộng của một khúc sông AH, người ta chọn hai vị trí B,C cùng một bờ. Biết

$BC=60\,m$, $\angle ACB=38^0$, $\angle ABC=30^0$. Hãy tính chiều rộng AH của khúc sông đó.

b) Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\sqrt{\left(x-2019\right)^2}+\sqrt{\left(x-2020\right)^2}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1
Phương pháp:

a) Sử dụng công thức: $\sqrt{A^2B}=|A|\sqrt{B}=\begin{cases}A\sqrt{B}\ khi\ A\ge 0\\ -A\sqrt{B}\ khi\ A<0\end{cases}, B\ge 0.$

b) Sử dụng công thức trục căn thức ở mẫu: $\dfrac{1}{\sqrt{A}-\sqrt{B}}=\dfrac{\sqrt{A}+\sqrt{B}}{A-B}\,(A\ge 0, B\ge 0, A\ne B)$ và

$\dfrac{1}{A+\sqrt{B}}=\dfrac{A-\sqrt{B}}{A^2-B}$ với $B\ge 0, A^2\ne B.$

c) Sử dụng công thức hằng đẳng thức ở mẫu: $\sqrt{A^2}=|A|=\begin{cases}A\ khi\ A\ge 0\\ -A\ khi\ A<0\end{cases}.$

Cách giải:
Thực hiện phép tính:

a) $5\sqrt{12}-\sqrt{27}-2\sqrt{75}+\sqrt{48}$
$=5\sqrt{3.2^2}-\sqrt{3^2.3}-2\sqrt{5^2.3}+\sqrt{4^2.3}$
$=5.2\sqrt{3}-3\sqrt{3}-2.5\sqrt{3}+4\sqrt{3}$
$=10\sqrt{3}-3\sqrt{3}-10\sqrt{3}+4\sqrt{3}$
$=\sqrt{3}.$

b) $\dfrac{2}{\sqrt{13}-\sqrt{11}}+\dfrac{5}{4+\sqrt{11}}-\sqrt{52}$
$=\dfrac{2\left(\sqrt{13}+\sqrt{11}\right)}{13-11}+\dfrac{5\left(4-\sqrt{11}\right)}{4^2-11}-\sqrt{2^2.13}$
$=\dfrac{2\left(\sqrt{13}+\sqrt{11}\right)}{2}+\dfrac{5\left(4-\sqrt{11}\right)}{5}-\sqrt{2^2.13}$
$=\sqrt{13}+\sqrt{11}+4-\sqrt{11}-2\sqrt{13}$
$=4-\sqrt{13}.$

c) $\sqrt{6+2\sqrt{5}}+\sqrt{9-4\sqrt{5}}-\sqrt{20}$
$=\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2+2\sqrt{5}+1}+\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2-2.2.\sqrt{5}+2^2}-\sqrt{2^2.5}$
$=\sqrt{\left(\sqrt{5}+1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{5}-2\right)^2}-2\sqrt{5}$
$=\left|\sqrt{5}+1\right|+\left|\sqrt{5}-2\right|-2\sqrt{5}$
$=\sqrt{5}+1+\sqrt{5}-2-2\sqrt{5}\ \left(do\ \sqrt{5}-2>0\right)$
$=-1.$

Câu 2
Phương pháp:
Tìm điều kiện để phương trình xác định.
Giải phương trình: $\sqrt{f(x)}=a\,(a\ge 0)\Leftrightarrow f^2(x)=a^2.$

Cách giải:

Giải các phương trình sau:

a) $3\sqrt{x} = \sqrt{16x} - 5\ (*)$

Điều kiện: $x \ge 0$

$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 4\sqrt{x} - 5$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 5 \Leftrightarrow x = 25(tm)$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 25.$

b) $\sqrt{4x-8} - \sqrt{9x-18} + 4\sqrt{\dfrac{x-2}{25}} = -3\ (*)$

Điều kiện: $x \ge 2.$

$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow \sqrt{4(x-2)} - \sqrt{9(x-2)} + 4.\dfrac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{25}} = -3$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-2} - 3\sqrt{x-2} + \dfrac{4}{5}\sqrt{x-2} = -3$

$\Leftrightarrow -\dfrac{1}{5}.\sqrt{x-2} = -3$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-2} = 15$

$\Leftrightarrow x - 2 = 225$

$\Leftrightarrow x = 227(tm)$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 227.$

c) $x - \sqrt{5x+4} = 2\ (*)$

Điều kiện: $x \ge -\dfrac{4}{5}.$

$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow x - 2 = \sqrt{5x+4}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \ge 0 \\ (x-2)^2 = 5x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ x^2 - 4x + 4 = 5x + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ x^2 - 9x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ x(x-9) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x - 9 = 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 9 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = 9.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 9.$

Câu 3

Phương pháp:

a) Thay giá trị $x = 25(tm)$ vào biểu thức A để tính giá trị của biểu thức.

b) Biến đổi, quy đồng sau đó rút gọn biểu thức đã cho.

c) Giải bất phương trình $A:B < \dfrac{1}{2}$ để tìm x. Đối chiếu với điều kiện xác định rồi kết luận.

Cách giải:

Cho biểu thức: $A = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1};\ B = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{\sqrt{x}-4}{1-x}\ (x \ge 0, x \ne 1).$

a) Tính giá trị của biểu thức A ***khi*** $x = 25.$

Điều kiện: $x \ge 0, x \ne 1.$

Thay giá trị $x = 25\left(tm\right)$ vào biểu thức ta được: $A = \dfrac{\sqrt{25} - 2}{\sqrt{25} + 1} = \dfrac{5 - 2}{5 + 1} = \dfrac{1}{2}.$

Vậy với $x = 25$ thì $A = \dfrac{1}{2}.$

b) Rút gọn biểu thức B.

Điều kiện: $x \ge 0, x \ne 1.$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x} - 4}{1 - x} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} - 4}{\left(\sqrt{x} - 1\right)\left(\sqrt{x} + 1\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x} - 1\right) + \sqrt{x} - 4}{\left(\sqrt{x} + 1\right)\left(\sqrt{x} - 1\right)} = \frac{x - \sqrt{x} + \sqrt{x} - 4}{\left(\sqrt{x} + 1\right)\left(\sqrt{x} - 1\right)} = \frac{x - 4}{x - 1}.$$

c) Tìm x để $A:B < \dfrac{1}{2}.$

Điều kiện: $x \ge 0, x \ne 1.$

Ta có: $A:B < \dfrac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} : \frac{x - 4}{x - 1} < \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} . \frac{x - 1}{x - 4} < \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} . \frac{\left(\sqrt{x} - 1\right)\left(\sqrt{x} + 1\right)}{\left(\sqrt{x} - 2\right)\left(\sqrt{x} + 2\right)} < \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{1}{2} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x} - 2 - \sqrt{x} - 2}{2\left(\sqrt{x} + 2\right)} < 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} - 4 < 0 \left(do\ 2\left(\sqrt{x} + 2\right) > 0\ \forall x\ tm\ dkxd\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} < 4$$

$$\Leftrightarrow x < 16$$

Kết hợp với điều kiện $x \ge 0, x \ne 1$ ta có: $0 \le x < 16, x \ne 1$ thỏa mãn bài toán.

Vậy $0 \le x < 16, x \ne 1$ thỏa mãn bài toán.

Câu 4

Phương pháp:

a) Sử dụng định lý Pitago và tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác để giải $\Delta ABC.$

b) Sử dụng tính chất tia phân giác của tam giác để tính $BE, AE.$

Ta có: AE là tia phân giác của $\angle A \Rightarrow \dfrac{BE}{BA} = \dfrac{CE}{CA}.$

c) Chứng minh tứ giác AMEN là hình chữ nhật.

Vì AE là phân giác của $\angle A \Rightarrow \angle MAE = \angle NEA = 45^0$

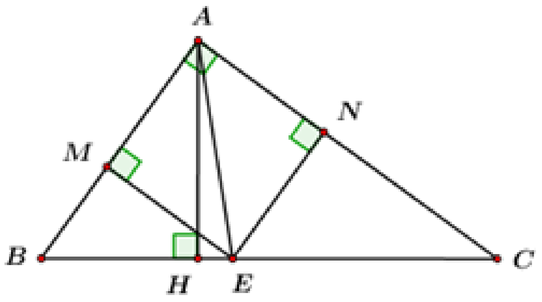
$\Rightarrow \Delta AME, \Delta ANE$ là các tam giác vuông cân tại M và N.

$\Rightarrow AMEN$ là hình vuông.

Từ đó tính $AM, AN \Rightarrow S_{AMEN} = AM^2$.

Cách giải:

Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH, $AB = 6cm,\ BC = 10cm.$



a) Giải tam giác ABC. (kết quả làm tròn đến phút)

Áp dụng định lý Pitago cho ΔABC vuông tại A ta có:

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8cm.$$

Xét ΔABC vuông tại A ta có:

$$\sin \angle B = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \Rightarrow \angle B \approx 53^0 8'$$

$$\sin \angle C = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow \angle C \approx 36^0 52'$$

Vậy $AC = 8cm, \angle B \approx 53^0 8', \angle C \approx 36^0 52'$.

***b) Kẻ tia phân giác góc A cắt* BC *tại* E. *Tính* BE, AE.**

Áp dụng tính chất của tia phân giác ta có: $\dfrac{BE}{BA} = \dfrac{CE}{CA} \Leftrightarrow \dfrac{BE}{6} = \dfrac{CE}{8}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{BE}{6} = \frac{CE}{8} = \frac{BE + CE}{6 + 8} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} BE = \dfrac{5}{7}.6 = \dfrac{30}{7} cm \\ CE = \dfrac{5}{7}.8 = \dfrac{40}{7} cm \end{cases}.$$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔABC vuông tại A, có đường cao AH ta có:

$$AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{6.8}{10} = 4,8cm.$$

$$AB^2 = BH.BC \Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{6^2}{10} = 3,6cm.$$

$$\Rightarrow HE = BE - BH = \frac{30}{7} - 3,6 = \frac{24}{35}.$$

Áp dụng định lý Pitago cho ΔAHE vuông tại H ta có:

$$AE = \sqrt{AH^2 + HE^2} = \sqrt{4,8^2 + \left(\frac{24}{35}\right)^2} = \sqrt{\frac{1152}{49}} = \frac{24\sqrt{2}}{7} cm.$$

Vậy $BE = \dfrac{30}{7} cm,\ AE = \dfrac{24\sqrt{2}}{7} cm.$

c) Gọi M, N ***theo thứ tự là hình chiếu của*** E ***trên*** AB ***và*** AC. ***Tính diện tích tứ giác*** AMEN.

Ta có: $\begin{cases} EM \perp AB = \{M\} \\ EN \perp AC = \{N\} \end{cases}$

Xét tứ giác AMEN ta có:

$\Rightarrow AMEN$ là hình chữ nhật.

Vì AE là phân giác của $\angle A$ $\Rightarrow \angle MAE = \angle NEA = 45^0$

$\Rightarrow \Delta AME, \Delta ANE$ là các tam giác vuông cân tị M và N.

$\Rightarrow AMEN$ là hình vuông.

Xét vuông cân tại M ta có:

$AE^2 = AM^2 + ME^2 = 2AM^2$

$\Rightarrow AM^2 = \dfrac{AE^2}{2} = \dfrac{1152}{2.49} = \dfrac{576}{49}$

$\Rightarrow S_{AMEN} = AM^2 = \dfrac{576}{49}cm^2.$

Câu 5

Phương pháp:

a) Áp dụng hệ số về cạnh và góc trong các tam giác ABH,ACH vuông tại H để tính AH.

b) Sử dụng bất đẳng thức trị tuyệt đối: |a|+|b| ≥ |a+b|.

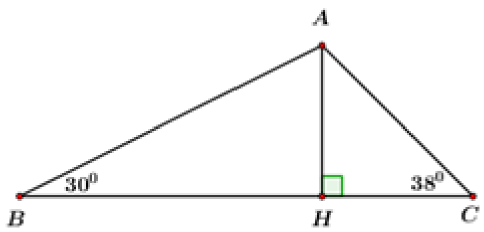
Dấu "=" xảy ra ab ≥ 0.

Cách giải:

a) Giải bài toán sau: (*kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai*)

Để đo chiều rộng của một khúc sông AH, người ta chọn hai vị trí B,C cùng một bờ. Biết

$BC = 60\,m,\ \angle ACB = 38^0,\ \angle ABC = 30^0.$ Hãy tính chiều rộng AH của khúc sông đó.



Xét ΔACH vuông tại H ta có: $CH = AH\cot C = AH\cot 38^0 \approx 1,28AH$

$\Rightarrow BC = BH + HC = \sqrt{3}AH + 1,28AH$

$\Leftrightarrow 60 = 3,01AH$

$\Leftrightarrow AH \approx 19,92\,m.$

Vậy chiều rộng của khúc sông khoảng $19,92\,m.$

b) Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \sqrt{(x-2019)^2} + \sqrt{(x-2020)^2}.$

Ta có:

$A=\sqrt{(x-2019)^2}+\sqrt{(x-2020)^2}$

$=|x-2019|+|x-2020|$

$=|x-2019|+|2020-x|$

$\geq |x-2019+2020-x|=1$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow (x-2019)(2020-x)\geq 0$

$\Leftrightarrow (x-2019)(x-2020)\leq 0$

$\Leftrightarrow 2019\leq x\leq 2020.$

Vậy $MinA=1$ khi $2019\leq x\leq 2020.$

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 3

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Bài 1 (2 điểm): Tính giá trị của các biểu thức sau:

$A=\left(\sqrt{99}-\sqrt{18}-\sqrt{11}\right)\sqrt{11}+3\sqrt{22}$ $\qquad B=\sqrt{4+2\sqrt{3}}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}$

$C=\dfrac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}+\dfrac{7-\sqrt{7}}{\sqrt{7}-1}+6\sqrt{\dfrac{1}{2}}$

Bài 2 (2 điểm): Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{2x-1}=\sqrt{x+1}$ $\qquad$ b) $\sqrt{4-x^2}-x+2=0$

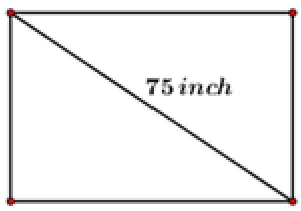
Bài 3 (2 điểm): Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3}$ và $B=\dfrac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}-\dfrac{\sqrt{a}}{3-\sqrt{a}}-\dfrac{3a+3}{a-9}\left(a\ge 0,a\ne 9\right)$.

a) Tính giá trị của A khi $a=16$. $\qquad$ b) Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{A}{B}$.

c) So sánh P với 1.

Bài 4 (3,5 điểm):

1. (1 điểm) Một chiếc tivi hình chữ nhật màn hình phẳng $75\,inch$ (đường chéo tivi dài $75\,inch$) có góc tạo với chiều rộng và đường chéo là $53^0 08'$. Hỏi chiếc tivi ấy có chiều dài, chiều rộng là bao nhiêu cm? Biết $1\,inch=2,54cm$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



2. (2,5 điểm) Cho ΔEMF vuông tại M có đường cao MI. Vẽ $IP\perp ME\left(P\in ME\right)$, $IQ\perp MF\left(Q\in MF\right)$.

a) Cho biết $ME=4cm,\sin\angle MFE=\dfrac{3}{4}$. Tính độ dài các đoạn EF,EI,MI.

b) Chứng minh $MP.PE+MQ.QF=MI^2$.

Bài 5 (0,5 điểm): Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\sqrt{x^2+6x+9}+\sqrt{x^2-2x+1}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1

Phương pháp:

+) Sử dụng công thức: $\sqrt{A^2B}=|A|\sqrt{B}=\begin{cases}A\sqrt{B}\ khi\ A\ge 0\\ -A\sqrt{B}\ khi\ A<0\end{cases}, B\ge 0.$

+) $\sqrt{A}.\sqrt{B}=\sqrt{AB}$ với $A\ge 0, B\ge 0.$

+) $\sqrt{\dfrac{A}{B}}=\dfrac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ với $A\ge 0, B>0.$

+) Sử dụng công thức trục căn thức ở mẫu: $\dfrac{1}{\sqrt{A}-\sqrt{B}}=\dfrac{\sqrt{A}+\sqrt{B}}{A-B}\left(A\ge 0, B\ge 0, A\ne B\right)$ và

$\dfrac{1}{A+\sqrt{B}}=\dfrac{A-\sqrt{B}}{A^2-B}$ với $B\ge 0, A^2\ne B.$

+) Sử dụng công thức hằng đẳng thức ở mẫu: $\sqrt{A^2}=|A|=\begin{cases}A\ khi\ A\ge 0\\ -A\ khi\ A<0\end{cases}.$

Cách giải:

Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$\begin{aligned}A&=\left(\sqrt{99}-\sqrt{18}-\sqrt{11}\right)\sqrt{11}+3\sqrt{22}\\&=\left(\sqrt{3^2.11}-\sqrt{3^2.2}-\sqrt{11}\right)\sqrt{11}+3\sqrt{22}\\&=\left(3\sqrt{11}-3\sqrt{2}-\sqrt{11}\right)\sqrt{11}+3\sqrt{22}\\&=\left(2\sqrt{11}-3\sqrt{2}\right)\sqrt{11}+3\sqrt{22}\\&=2.11-3\sqrt{22}+3\sqrt{22}\\&=22.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B&=\sqrt{4+2\sqrt{3}}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}\\&=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+2\sqrt{3}+1}+\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2-2\sqrt{3}+1}\\&=\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}\\&=\left|\sqrt{3}+1\right|+\left|\sqrt{3}-1\right|\\&=\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1\left(do\ \sqrt{3}-1>0\right)\\&=2\sqrt{3}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C&=\frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}+\frac{7-\sqrt{7}}{\sqrt{7}-1}+6\sqrt{\frac{1}{2}}\\&=\frac{5\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)}{7-2}+\frac{\sqrt{7}\left(\sqrt{7}-1\right)}{\sqrt{7}-1}+\frac{6}{\sqrt{2}}\\&=\sqrt{7}-\sqrt{2}+\sqrt{7}+3\sqrt{2}\\&=2\sqrt{7}+2\sqrt{2}.\end{aligned}$$

Bài 2

Phương pháp:

Tìm điều kiện để phương trình xác định.

Giải phương trình: $\sqrt{f(x)} = a\,(a \ge 0) \Leftrightarrow f^2(x) = a^2.$

$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \ge 0 \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}.$

Cách giải:

Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{2x-1} = \sqrt{x+1}\ (*)$

Điều kiện: $x \ge \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow 2x-1 = x+1 \Leftrightarrow x = 2\,(tm)$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 2.$

b) $\sqrt{4-x^2} - x + 2 = 0\ (*)$

Điều kiện: $-2 \le x \le 2$

$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} + (2-x) = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{(2-x)(x+2)} + (2-x) = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2-x}\left(\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{2-x} = 0 \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x = 0 \\ Vo\ nghiem \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x = 2\,(tm)$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 2.$

Bài 3

Phương pháp:

a) Thay giá trị $a = 16\,(tm)$ vào biểu thức A để tính giá trị của biểu thức.

b) Biến đổi, quy đồng sau đó rút gọn biểu thức B rồi suy ra biểu thức $P = \dfrac{A}{B}.$

c) Xét hiệu $P - 1$ rồi so sánh.

Cách giải:

Cho biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3}$ ***và*** $B = \dfrac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} - \dfrac{\sqrt{a}}{3-\sqrt{a}} - \dfrac{3a+3}{a-9}\ (a \ge 0, a \ne 9).$

a) Tính giá trị của A ***khi*** $a = 16.$

Điều kiện: $a \ge 0, a \ne 9.$

Thay $a = 16\,(tm)$ vào biểu thức A ta được: $A = \dfrac{\sqrt{16}+1}{\sqrt{16}-3} = 5.$

Vậy với $a = 16$ thì $A = 5.$

b) Rút gọn biểu thức $P = \dfrac{A}{B}.$

Điều kiện: $a \ge 0, a \ne 9.$

Ta có:

$$B=\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}-\frac{\sqrt{a}}{3-\sqrt{a}}-\frac{3a+3}{a-9}$$

$$=\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}+\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-3}-\frac{3a+3}{\left(\sqrt{a}-3\right)\left(\sqrt{a}+3\right)}$$

$$=\frac{2\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-3\right)+\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+3\right)-3a-3}{\left(\sqrt{a}-3\right)\left(\sqrt{a}+3\right)}$$

$$=\frac{2a-6\sqrt{a}+a+3\sqrt{a}-3a-3}{\left(\sqrt{a}-3\right)\left(\sqrt{a}+3\right)}$$

$$=\frac{-3\sqrt{a}-3}{\left(\sqrt{a}-3\right)\left(\sqrt{a}+3\right)}=\frac{-3\left(\sqrt{a}+1\right)}{\left(\sqrt{a}-3\right)\left(\sqrt{a}+3\right)}$$

$$\Rightarrow P=\frac{A}{B}=\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3}:\frac{-3\left(\sqrt{a}+1\right)}{\left(\sqrt{a}-3\right)\left(\sqrt{a}+3\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3}.\frac{\left(\sqrt{a}-3\right)\left(\sqrt{a}+3\right)}{-3\left(\sqrt{a}+1\right)}$$

$$=-\frac{\sqrt{a}+3}{3}.$$

***c) So sánh** P **với** 1.*

Điều kiện: $a\ge 0,a\ne 9$.

Xét hiệu $P-1$ ta có:

$$P-1=-\frac{\sqrt{a}+3}{3}-1=\frac{-\sqrt{a}-3-3}{3}=-\frac{\sqrt{a}+6}{3}$$

Với mọi $a\ge 0,a\ne 9$ ta có: $\sqrt{a}+6>0\ \Rightarrow \frac{\sqrt{a}+6}{3}>0$

$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{a}+6}{3}<0\ \Rightarrow P-1<0\ \Rightarrow P<1.$$

Vậy $P<1$ với mọi $a\ge 0,a\ne 9$.

Bài 4

Phương pháp:

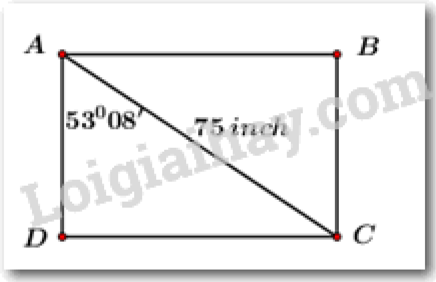
1. Áp dụng các công thức liên hệ giữa cạnh và góc trong tam giác vuông để tính các cạnh của tivi sau đó đổi đơn vị từ *inch* sang *cm*.

2. a) Sử dụng hệ thức liên hệ giữa cạnh và góc trong tam giác vuông để tính độ dài các cạnh EF,EI,MI.

b) Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để chứng minh đẳng thức.

Cách giải:

1. (1 điểm)



Giả sử tivi có các đỉnh như hình vẽ.

Xét ΔACD vuông tại D ta có:

$AD = AC.\cos 53^0 08' = 75.\cos 53^0 08' \approx 45\,inch$

$\Rightarrow AD \approx 45.2,54 = 114,3\,cm.$

$CD = AC.\sin 53^0 08' = 75.\sin 53^0 08' \approx 60\,inch$

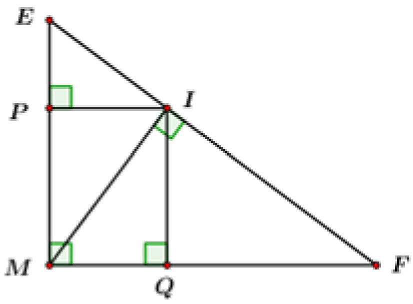
$\Rightarrow CD \approx 60.2,54 = 152,4\,cm.$

Vậy chiều rộng của tivi là 114,3cm và chiều dài của tivi là $152,4cm.$

2. (2,5 điểm)

Cho ΔEMF vuông tại M có đường

cao MI. ***Vẽ*** $IP \perp ME\,(P \in ME),\ \Rightarrow \angle IPM = \angle MQI = 90^0\ \ IQ \perp MF\,(Q \in MF).$



a) Cho biết $ME = 4cm, \sin \angle MFE = \dfrac{3}{4}$. ***Tính độ dài các đoạn*** $EF, EI, MI.$

Xét ΔMEF vuông tại M ta có: $EF = \dfrac{ME}{\sin \angle MFE} = \dfrac{4}{\frac{3}{4}} = \dfrac{16}{3}cm.$

$\Rightarrow MF = \sqrt{EF^2 - ME^2} = \sqrt{\left(\dfrac{16}{3}\right)^2 - 4^2} = \sqrt{\dfrac{112}{9}} = \dfrac{4\sqrt{7}}{3}cm.$

Xét ΔMIF vuông tại I ta có: $MI = MF.\sin \angle MFE = \dfrac{4\sqrt{7}}{3}.\dfrac{3}{4} = \sqrt{7}\,cm.$

Áp dụng định lý Pitago trong ΔMIE vuông tại I ta có:

$EI = \sqrt{ME^2 - MI^2} = \sqrt{4^2 - \left(\sqrt{7}\right)^2} = \sqrt{9} = 3cm.$

Vậy $EF = \dfrac{16}{3}cm, EI = 3cm, MI = \sqrt{7}\,cm.$

b) Chứng minh $MP.PE + MQ.QF = MI^2.$

Theo đề bài ta có: $\begin{cases} IP \perp ME = \{P\} \\ IQ \perp MF = \{Q\} \end{cases}$

Xét tứ giác MPIQ ta có: $\angle IPM = \angle PMQ = \angle MQI = 90^0$

$\Rightarrow MPIQ$ là hình chữ nhật (dhnb).

$\Rightarrow \begin{cases} MP = IQ \\ PI = MQ \end{cases}$ (tính chất hình chữ nhật).

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔMEI vuông tại I có đường cao IP ta có: $IP^2 = MP.PE$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔMFI vuông tại I có đường cao IQ ta có: $IQ^2 = MQ.QF$.

$\Rightarrow MP^2 = IQ^2 = MQ.QF$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔMPI ta có:

$MI^2 = MP^2 + PI^2 = MP.PE + MQ.QF \ (dpcm)$.

Bài 5

Phương pháp:

Sử dụng bất đẳng thức trị tuyệt đối: $|a| + |b| \ge |a+b|$.

Dấu "=" xảy ra $ab \ge 0$.

Cách giải:

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \sqrt{x^2+6x+9} + \sqrt{x^2-2x+1}$.

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{x^2+6x+9} + \sqrt{x^2-2x+1} \\ &= \sqrt{(x+3)^2} + \sqrt{(x-1)^2} \\ &= |x+3| + |x-1| \\ &= |x+3| + |1-x| \\ &\ge |x+3+1-x| = 4. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow (x+3)(1-x) \ge 0$

$\Leftrightarrow (x+3)(x-1) \le 0$

$\Leftrightarrow -3 \le x \le 1$.

Vậy $Min\, A = 4$ khi $-3 \le x \le 1$.

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 4

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Bài 1 (2 điểm):

Tính:

a) $A=\sqrt{3}\left(\sqrt{12}-\sqrt{27}+5\right)-\sqrt{75}$

b) $B=2\sqrt{45}+\sqrt{\left(1-\sqrt{5}\right)^2}-\dfrac{8}{\sqrt{5}+1}$

Bài 2 (2 điểm):

Giải các phương trình sau:

a) $\dfrac{1}{2}\sqrt{x-2}-\sqrt{4x-8}+\sqrt{9x-18}-5=0$

b) $\sqrt{x^2-4x+4}=2x-1$

Bài 3 (2 điểm):

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{x+9\sqrt{x}}{x-9}$ với $x>0, x\neq 4, x\neq 9.$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 100.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức M = A:B có giá trị nguyên.

Bài 4 (4 điểm):

Cho ΔABC vuông tại $A\left(AB<AC\right)$, đường cao AH, trung tuyến AM. Gọi D, E thứ tự là hình chiếu của H trên $AB, AC;$ K là giao điểm của AM và DE.

a) Chứng minh $AD.AB=AE.AC.$

b) Chứng minh $AM\perp DE$ và $AH^3=DK.AB^2.$

c) Biết $HB=3cm, HC=7cm.$ Tính AB, AC, DE và $\sqrt[3]{BD^2}+\sqrt[3]{CE^2}.$

Bài 1

Phương pháp:

a) Sử dụng công thức: $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} = \begin{cases} A\sqrt{B}\ khi\ A \ge 0 \\ -A\sqrt{B}\ khi\ A < 0 \end{cases}, B \ge 0.$

b) Sử dụng công thức trục căn thức ở mẫu: $\dfrac{1}{\sqrt{A}-\sqrt{B}} = \dfrac{\sqrt{A}+\sqrt{B}}{A-B}\left(A \ge 0, B \ge 0, A \ne B\right)$ và $\dfrac{1}{A+\sqrt{B}} = \dfrac{A-\sqrt{B}}{A^2-B}$ với $B \ge 0, A^2 \ne B.$

+) Sử dụng công thức hằng đẳng thức ở mẫu: $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A\ khi\ A \ge 0 \\ -A\ khi\ A < 0 \end{cases}.$

Cách giải:

a) $A = \sqrt{3}\left(\sqrt{12}-\sqrt{27}+5\right)-\sqrt{75}$

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{3}\left(\sqrt{12}-\sqrt{27}+5\right)-\sqrt{75} \\ &= \sqrt{3}\left(\sqrt{2^2.3}-\sqrt{3^2.3}+5\right)-\sqrt{5^2.3} \\ &= \sqrt{3}\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{3}+5\right)-5\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3}\left(5-\sqrt{3}\right)-5\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3}-3-5\sqrt{3} \\ &= -3. \end{aligned}$$

b) $B = 2\sqrt{45}+\sqrt{\left(1-\sqrt{5}\right)^2}-\dfrac{8}{\sqrt{5}+1}$

$B = 2\sqrt{45} + \sqrt{\left(1-\sqrt{5}\right)^2} - \frac{8}{\sqrt{5}+1}$

$= 2\sqrt{3^2.5} + \left|1-\sqrt{5}\right| - \frac{8\left(\sqrt{5}-1\right)}{5-1}$

$= 2.3\sqrt{5} + \sqrt{5} - 1 - \frac{8\left(\sqrt{5}-1\right)}{4}\left(do\, 1-\sqrt{5}<0\right)$

$= 6\sqrt{5} + \sqrt{5} - 1 - 2\left(\sqrt{5}-1\right)$

$= 7\sqrt{5} - 1 - 2\sqrt{5} + 2$

$= 5\sqrt{5} + 1.$

Bài 2

Phương pháp:

Tìm điều kiện để phương trình xác định.

Giải phương trình: $\sqrt{f(x)} = a\left(a \ge 0\right) \Leftrightarrow f^2(x) = a^2.$

$$\sqrt{f^2(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \ge 0 \\ \left|f(x)\right| = g(x) \end{cases}$$

Cách giải:

a) $\frac{1}{2}\sqrt{x-2} - \sqrt{4x-8} + \sqrt{9x-18} - 5 = 0$

Điều kiện: $x \ge 2.$

$\frac{1}{2}\sqrt{x-2} - \sqrt{4x-8} + \sqrt{9x-18} - 5 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{x-2} - \sqrt{4\left(x-2\right)} + \sqrt{9\left(x-2\right)} - 5 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{x-2} - 2\sqrt{x-2} + 3\sqrt{x-2} = 5$

$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\sqrt{x-2} = 5$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-2} = \frac{10}{3}$

$\Leftrightarrow x-2 = \frac{100}{9}$

$\Leftrightarrow x = \frac{118}{9}\left(tm\right)$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{118}{9}$.

b) $\sqrt{x^2-4x+4}=2x-1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1\ge 0 \\ \sqrt{(x-2)^2}=2x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{1}{2} \\ |x-2|=2x-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x-2=2x-1 \\ x-2=-2x+1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=1.$

Bài 3

Phương pháp:

a) Thay giá trị $x=100\,(tm)$ vào biểu thức A để tính giá trị của biểu thức.

b) Biến đổi, quy đồng sau đó rút gọn biểu thức đã cho.

c) Tính biểu thức $M=A:B.$

Biến đổi $M=a+\dfrac{b}{MS},a,b\in\mathbb{Z}\ \Rightarrow M\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow b\,\vdots\,MS$ hay $MS\in U(b).$

Từ đó ta lập bảng giá trị để tìm x. Đối chiếu với điều kiện của x rồi kết luận.

Cách giải:

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ ***và*** $B=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{x+9\sqrt{x}}{x-9}$ ***với*** $x>0,x\ne 4,x\ne 9.$

a) Tính giá trị của biểu thức A ***khi*** $x=100.$

Điều kiện: $x>0,x\ne 4,x\ne 9.$

Thay $x=100\,(tm)$ vào biểu thức A ta có: $A=\dfrac{\sqrt{100}}{\sqrt{100}-2}=\dfrac{10}{10-2}=\dfrac{5}{4}$

Vậy với $x=100\,(tm)$ thì $A=\dfrac{5}{4}.$

b) Rút gọn biểu thức

Điều kiện: $A=\dfrac{\sqrt{100}}{\sqrt{100}-2}$

$$B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{x+9\sqrt{x}}{x-9}$$
$$=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{x+9\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$
$$=\frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)-x-9\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$
$$=\frac{2x+6\sqrt{x}-x-9\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$
$$=\frac{x-3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$
$$=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

c) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $M=A:B$ có giá trị nguyên.

Điều kiện: $x>0, x\neq 4, x\neq 9.$

Ta có: $M=A:B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}:\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

$$\Rightarrow M=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}.\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}$$
$$=\frac{\sqrt{x}-2+5}{\sqrt{x}-2}=1+\frac{5}{\sqrt{x}-2}$$

$$\Rightarrow M\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\frac{5}{\sqrt{x}-2}\in\mathbb{Z}$$

$\Leftrightarrow 5\,\vdots\left(\sqrt{x}-2\right)$ hay $\left(\sqrt{x}-2\right)\in U(5)$

Mà $U(5)=\{\pm 1;\pm 5\}$ $\Rightarrow\left(\sqrt{x}-2\right)\in\{\pm 1;\pm 5\}$

Ta có bảng giá trị:

$\sqrt{x}-2$	-5	-1	1	5
$\sqrt{x}$	-3	1	3	7
x		1	9	49
Nhận định	*ktm*	*tm*	*ktm*	*tm*

Vậy $x\in\{1;49\}$ thì $M=A:B$ đạt giá trị nguyên.

Bài 4

Phương pháp:

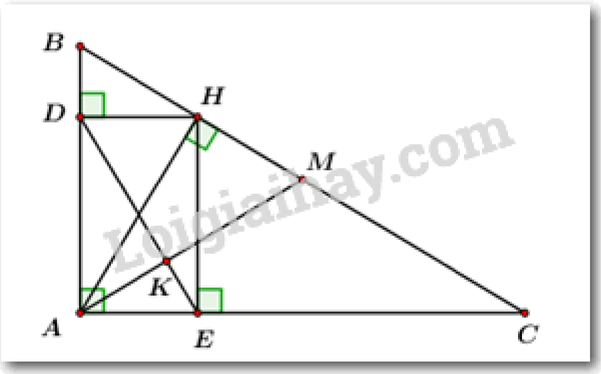
a) Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để chứng minh đẳng thức.

b) Chứng minh các cặp tam giác đồng dạng tương ứng rồi suy ra $AM \perp DE$.

Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để chứng minh đẳng thức cần chứng minh.

c) Sử dụng hệ thức lượng để tính các cạnh bài toán yêu cầu.

Cách giải:



a) Chứng minh $AD.AB = AE.AC.$

Ta có: D, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB, AC

$$\begin{cases} HD \perp AB = \{D\} \\ HE \perp AC = \{E\} \end{cases} \Rightarrow \angle BDH = \angle HEC = 90^0$$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔABH vuông tại H, có đường cao HD ta có: $AH^2 = AD.AB$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔACH vuông tại H, có đường cao HE ta có: $AH^2 = AE.AC$

$\Rightarrow AD.AB = AE.AC\left(= AH^2\right)(dpcm).$

b) Chứng minh $AM \perp DE$ ***và*** $AH^3 = DK.AB^2.$

Ta có: $AD.AB = AE.AC\ (cmt) \Rightarrow \dfrac{AD}{AC} = \dfrac{AE}{AB}$

Xét ΔADE và ΔACB ta có:

$$\begin{array}{l} \dfrac{AD}{AC} = \dfrac{AE}{AB}\,(cmt) \\ \angle A\ chung \\ \Rightarrow \angle \Delta ADE \sim \Delta ACB\,(g-c-g) \end{array}$$

$\Rightarrow \begin{cases} \angle ADE = \angle ACB \\ \angle AEB = \angle ABD \end{cases}$ (các cặp góc tương ứng)

Ta có: AM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của ΔABC vuông tại A

$\Rightarrow AM = MB = MC\left(=\frac{1}{2}BC\right)$ (tính chất)

$\Rightarrow \Delta MAC$ cân tại M (định nghĩa)

$\Rightarrow \angle MAC = \angle MCA$ hay $\angle KAE = \angle ACB \Rightarrow \angle KAE = \angle ADE\left(=\angle ACB\right)$

Xét ΔADE vuông tại A ta có: $\angle ADE + \angle AED = 90^0$

$\Rightarrow \angle KAE + \angle AED = 90^0$ hay $\angle KAE + \angle KEA = 90^0$

$\Rightarrow \Delta AKE$ vuông tại K hay $AM \perp DE = \{K\}\left(dpcm\right)$.

+) Chứng minh: $AH^3 = DK.AB^2$.

Xét tứ giác ADHE ta có: $\angle A = \angle D = \angle E = 90^0$

$\Rightarrow ADHE$ là hình chữ nhật (dhnb)

$\Rightarrow AH = DE$ (tính chất hình chữ nhật)

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔADE vuông tại A, có đường cao AK ta có:

$AD^2 = DK.DE = DK.AH\left(AH = DE\right)$

$\Rightarrow DK = \frac{AD^2}{AH}$.

$\Rightarrow DK.AB^2 = \frac{AD^2}{AH}.AB^2 = \frac{\left(AD.AB\right)^2}{AH} = \frac{\left(AH^2\right)^2}{AH} = AH^3\left(dpcm\right)$

c) Biết $HB = 3cm, HC = 7cm$. ***Tính*** AB, AC, DE ***và*** $\sqrt[3]{BD^2} + \sqrt[3]{CE^2}$.

Ta có: $BC = BH + HC = 3 + 7 = 10\,cm$.

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔABC vuông tại A, có đường cao AH ta có:

$AH^2 = HB.HC = 3.7 = 21 \Rightarrow AH = \sqrt{21}\,cm \Rightarrow DE = AH = \sqrt{21}\,cm$.

$AB^2 = BH.BC = 3.10 = 30 \Rightarrow AB = \sqrt{30}\,cm$.

$AC^2 = HC.BC = 7.10 = 70 \Rightarrow AC = \sqrt{70}\,cm$.

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔABH vuông tại H, có đường cao HD ta có:

$$BH^2 = BD.BA \Rightarrow BD = \frac{BH^2}{BA} = \frac{3^2}{\sqrt{30}} = \frac{3\sqrt{30}}{10}cm.$$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔAHC vuông tại H, có đường cao HE ta có:

$$CH^2 = CE.CA \Rightarrow CE = \frac{CH^2}{CA} = \frac{7^2}{\sqrt{70}} = \frac{7\sqrt{70}}{10}cm.$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{BD^2} + \sqrt[3]{CE^2} = \sqrt[3]{\left(\frac{3\sqrt{30}}{10}\right)^2} + \sqrt[3]{\left(\frac{7\sqrt{70}}{10}\right)^2}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{27}{10}} + \sqrt[3]{\frac{343}{10}} = \frac{3}{\sqrt[3]{10}} + \frac{7}{\sqrt[3]{10}}$$

$$= \frac{10}{\sqrt[3]{10}} = \sqrt[3]{\frac{10^3}{10}} = \sqrt[3]{100}.$$

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 5

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Bài 1 (1,5 điểm):

1) Tính giá trị biểu thức $P=\sqrt{125}+\sqrt{20}-\sqrt{180}$.

2) Tìm giá trị x thực biết: $\sqrt{x-1}+\sqrt{9x-9}-\sqrt{4x-4}=4$.

Bài 2 (2 điểm): Rút gọn các biểu thức

1) $A=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}+\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$

2) $B=\sqrt{5+2\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}}$

3) $C=\dfrac{x+\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ (với $x\ge 0$)

Bài 3 (3 điểm):

Cho các biểu thức: $A=\dfrac{x-4}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{x-5\sqrt{x}+2}{4-x}$ với $x\ge 0; x\ne 4$

1) Tính giá trị của A khi $x=49$.

2) Rút gọn B.

3) Với $x>4$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=A.B$.

Bài 4 (3 điểm):

Cho ΔABC vuông tại A, đường cao $AH, AB=3cm, BC=6cm.$ Gọi E,F lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB và AC.

a) Giải ΔABC.

b) Tính AH và chứng minh $EF=AH$.

c) Tính $EA.EB+AF.FC$.

Bài 5 (0,5 điểm): Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\dfrac{1}{x^2+y^2}+\dfrac{2}{xy}+4xy$ với $x>0; y>0; x+y\le 1$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1

Phương pháp:

1) Rút gọn căn bậc hai bằng công thức: $\sqrt{A^2B}=|A|\sqrt{B}=\begin{cases}A\sqrt{B}\ \ khi\ A\ge 0\\ -A\sqrt{B}\ \ khi\ A<0\end{cases}.$

2) Tìm điều kiện xác định sau đó giải phương trình bằng phương pháp đưa phương trình về dạng phương trình tích sau đó bình phương hai vế.

Cách giải:

1) Tính giá trị biểu thức $P=\sqrt{125}+\sqrt{20}-\sqrt{180}$**.**

$$\begin{aligned}P&=\sqrt{125}+\sqrt{20}-\sqrt{180}=\sqrt{5^3}+\sqrt{4.5}-\sqrt{36.5}\\&=\sqrt{5^2.5}+\sqrt{2^2.5}-\sqrt{6^2.5}=5\sqrt{5}+2\sqrt{5}-6\sqrt{5}\\&=\sqrt{5}.\end{aligned}$$

Vậy $P=\sqrt{5}$.

2) Tìm giá trị x ***thực biết:*** $\sqrt{x-1}+\sqrt{9x-9}-\sqrt{4x-4}=4$**.**

Điều kiện xác định : $\begin{cases}x-1\ge 0\\ 9x-9\ge 0\Rightarrow x-1\ge 0\Rightarrow x\ge 1\\ 4x-4\ge 0\end{cases}$

$$\begin{aligned}&\sqrt{x-1}+\sqrt{9x-9}-\sqrt{4x-4}=4\\ \Leftrightarrow\ &\sqrt{x-1}+\sqrt{9(x-1)}-\sqrt{4(x-1)}=4\\ \Leftrightarrow\ &\sqrt{x-1}+3\sqrt{x-1}-2\sqrt{x-1}=4\\ \Leftrightarrow\ &2\sqrt{x-1}=4\\ \Leftrightarrow\ &\sqrt{x-1}=2\\ \Leftrightarrow\ &x-1=2^2=4\\ \Leftrightarrow\ &x=5\ (tmdk)\end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=5$.

Bài 2

Phương pháp:

1) Quy đồng mẫu của các biểu thức để rút gọn

2) Rút gọn căn bậc hai bằng công thức: $\sqrt{A^2B}=|A|\sqrt{B}=\begin{cases}A\sqrt{B}\ \ khi\ A\ge 0\\ -A\sqrt{B}\ \ khi\ A<0\end{cases}.$

3) Phân tích đa thức trên tử số thành nhân tử và rút gọn với mẫu số.

Cách giải:

1) $A=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}+\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}}{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}=\dfrac{4}{2^2-3}=4$

Vậy $A=4$.

$2)\, B=\sqrt{5+2\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}}=\sqrt{5+2.\left(\sqrt{2}-1\right)}$

$=\sqrt{5+2\sqrt{2}-2}=\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

$=\sqrt{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}=\sqrt{2}+1.$

Vậy $B=\sqrt{2}+1.$

$3)\, C=\dfrac{x+\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}\,(x\ge 0)$

$=\dfrac{x+2\sqrt{x}-\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}+2}=\sqrt{x}-1.$

Vậy $C=\sqrt{x}-1$ với $x\ge 0$.

Bài 3

Phương pháp:

1) Thay giá trị của $x=49$ (tmđk) vào phương trình để tính.

2) Quy đồng, rút gọn phân thức.

3) Phân tích biểu thức P sao cho hợp lí để có thể sử dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương.

Cách giải:

1) Tính giá trị của A khi $x=49$.

Với $x=49$ thỏa mãn điều kiện: $x\ge 0, x\ne 4$

Thay $x=9$ vào biểu thức A ta được:

$A=\dfrac{49-4}{\sqrt{49}-2}=\dfrac{45}{7-2}=\dfrac{45}{5}=9.$

Vậy $A=9$ khi $x=49.$

2) Rút gọn B.

Điều kiện: $x\ge 0, x\ne 4.$

$B=\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{x-5\sqrt{x}+2}{4-x}$

$=\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{x-5\sqrt{x}+2}{x-4}$

$=\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{x-5\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$

$=\dfrac{2\left(\sqrt{x}+2\right)+3\left(\sqrt{x}-2\right)+x-5\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$

$=\dfrac{2\sqrt{x}+4+3\sqrt{x}-6+x-5\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$

$=\dfrac{x}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\dfrac{x}{x-4}.$

Vậy $B=\dfrac{x}{x-4}$ với $x\ge 0; x\ne 4$.

3) Với $x>4$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=A.B$.

Với $x > 4$, ta có:

$$P = A.B = \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}.\frac{x}{x-4} = \frac{x}{\sqrt{x}-2}$$

$$\Rightarrow P = \frac{x-4+4}{\sqrt{x}-2} = \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} + \frac{4}{\sqrt{x}-2}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}-2} + \frac{4}{\sqrt{x}-2}$$

$$= \sqrt{x}+2+\frac{4}{\sqrt{x}-2} = \sqrt{x}-2+\frac{4}{\sqrt{x}-2}+4$$

Khi $x > 4$ thì $\Rightarrow \sqrt{x} > 2 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-2 > 0 \\ \dfrac{4}{\sqrt{x}-2} > 0 \end{cases}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $\sqrt{x}-2$ và $\dfrac{4}{\sqrt{x}-2}$ ta được:

$$\sqrt{x}-2+\frac{4}{\sqrt{x}-2} \ge 2.\sqrt{\left(\sqrt{x}-2\right).\frac{4}{\sqrt{x}-2}} = 2\sqrt{4} = 4$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}-2+\frac{4}{\sqrt{x}-2}+4 \ge 4+4 = 8 \ \ hay \ \ P \ge 8$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x}-2 = \dfrac{4}{\sqrt{x}-2} \Rightarrow \left(\sqrt{x}-2\right)^2 = 4$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x}-2 = 2 \\ \sqrt{x}-2 = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x} = 4 \\ \sqrt{x} = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 16 \ (tm \ \ x > 4) \\ x = 0 \ (ktm \ \ x > 4) \end{array}\right.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P = 8$ khi và chỉ khi $x = 16$.

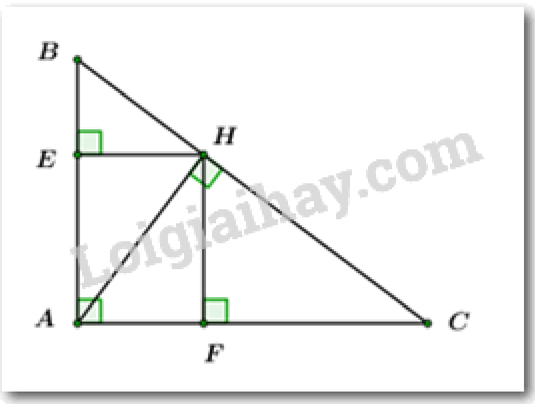
Bài 4

Phương pháp:

a) Sử dụng định lý Pitago và tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông để làm bài.

b, c) Sử dụng công thức hệ thức lượng trong tam giác vuông để làm bài.

Cách giải:



a) Giải ΔABC.

$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{6^2-3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}\,cm.$ Áp dụng định lý Pitago cho ΔABC vuông tại A ta có:

Xét ΔABC vuông tại A ta có:

$\cos \angle B = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle B = 60^0$

$\Rightarrow \angle C = 90^0 - \angle B = 90^0 - 60^0 = 30^0.$

b) Tính AH ***và chứng minh*** $EF = AH$.

Áp dụng hệ thức lượng cho ΔABC vuông tại A có đường cao AH ta có:

$$AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{3.3\sqrt{3}}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{2}cm.$$

Xét tứ giác AEHF ta có: $\angle A = \angle E = \angle F = 90^0 \left(gt\right)$

$\Rightarrow AEHF$ là hình chữ nhật (dhnb).

$\Rightarrow AH = EF$ (hai đường chéo hình chữ nhật).

c) Tính $EA.EB + AF.FC$.

Áp dụng hệ thức lượng cho ΔABH vuông tại H có đường cao HE ta có:

$$AH.BC = AB.AC \Rightarrow AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{3.3\sqrt{3}}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{2}cm.$$

Áp dụng hệ thức lượng cho ΔABH vuông tại H có đường cao HE ta có:

$HE^2 = EA.EB$

Áp dụng hệ thức lượng cho ΔACH vuông tại H có đường cao HF ta có:

$HF^2 = AF.FC$

$$\Rightarrow EB.EA + AF.DC = HE^2 + HF^2 = AH^2 = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{27}{4}.$$

Bài 5

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{2}{xy} + 4xy$ ***với*** $x > 0; y > 0; x + y \le 1$.

$$A = \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{2}{xy} + 4xy = \left(\frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{2xy}\right) + \frac{5}{4xy} + \left(\frac{1}{4xy} + 4xy\right)$$

Áp dụng bất đẳng thức $\frac{a+b}{2} \ge \sqrt{ab}$ với $a, b > 0$

Với $x > 0; y > 0; x + y \le 1$, ta có:

$$\frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{2xy} \ge \frac{2}{\sqrt{\left(x^2+y^2\right).2xy}} \ge 2.\frac{2}{x^2+y^2+2xy} = \frac{4}{(x+y)^2} \ge \frac{4}{1^2} = 4\left(do\ x + y \le 1\right).$$

$$\frac{5}{4xy} \ge \frac{5}{(x+y)^2} \ge 5\left(do\ x + y \le 1\right)$$

$$\frac{1}{4xy} + 4xy \ge 2\sqrt{\frac{1}{4xy}.4xy} = 2$$

$\Rightarrow A \ge 4 + 5 + 2 = 11.$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow x = y = \frac{1}{2}$

Vậy GTNN của A là 11 khi và chỉ khi $x = y = \frac{1}{2}$.

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 6

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Phần trắc nghiệm (1 điểm)

Câu 1. Căn bậc hai của 9 là:

A. 3
B. ±3
C. -3
D. ±81

Câu 2. $\sqrt{3-5x}$ xác định khi và chỉ khi

A. $x > \frac{3}{5}$.
B. $x < \frac{3}{5}$.
C. $x \le \frac{3}{5}$.
D. $x \ge \frac{3}{5}$.

Câu 3. Một cái thang dài $3,5\,\text{m}$ đặt dựa vào tường, góc "an toàn" giữa thang và mặt đất để thang không đổ khi người trèo lên là 65°. Khoảng cách "an toàn" từ chân tường đến chân thang (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) là:

A. 1,4 m.
B. 1,48 m.
C. 1 m.
D. 1,5 m.

Câu 4. Tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH chia cạnh huyền thành hai đoạn thẳng có độ dài $3,6\,\text{cm}$ và $6,4\,\text{cm}$. Độ dài một trong các cạnh góc vuông là

A. 8 cm.
B. 4,8 cm.
C. 64 cm.
D. 10 cm.

Phần tự luận (9 điểm)

Bài 1 (1,5 điểm) Thực hiện phép tính.

a) $\sqrt{20}+2\sqrt{45}-15\sqrt{\frac{1}{5}}$.

b) $\frac{\sqrt{35}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}-1}+\frac{12}{\sqrt{7}-1}$.

c) $\sqrt{8+2\sqrt{7}}-\sqrt{28}$.

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

Bài 2 (2 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{7x-3}=5$.

b) $5\sqrt{4x-16}-\frac{7}{3}\sqrt{9x-36}=36-3\sqrt{x-4}$.

c) $\sqrt{x^2-36}-\sqrt{x-6}=0$.

d) $x^2+2=\sqrt{3-4x+2x^2+4x^3}$.

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

Bài 3 (2 điểm) Cho biểu thức $M=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ và $P=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}+\frac{2+8\sqrt{x}}{x-1}-\frac{2}{1-\sqrt{x}}$ với $x>0;\ x\neq 1; x\neq 5$

a) Tính giá trị của M khi $x=9$.

b) Chứng minh $P=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$.

c) Đặt $Q=M.P+\frac{x-5}{\sqrt{x}}$. Hãy so sánh Q với 3.

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

Bài 4 (3,5 điểm): Cho tam giác ABC nhọn , đường cao AK.

a) Giải tam giác ACK biết $C=30°, AK=3\text{cm}$.

b) Chứng minh $AK=\frac{BC}{\cot B+\cot C}$.

c) Biết $BC=5\text{cm}, B=68°, C=30°$. Tính diện tích tam giác ABC (kết quả làm tròn chữ số thập phân thứ nhất).

d) Vẽ hình chữ nhật $CKAD$, DB cắt AK tại N. Chứng minh rằng $\frac{1}{AK^2}=\frac{\cot^2 ACB}{DN^2}+\frac{1}{DB^2}$.

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

Câu 1: B	Câu 2: C	Câu 3: D	Câu 4: A

Câu 1. Căn bậc hai của 9 là:

A. 3

B. ± 3

C. -3

D. ± 81

Phương pháp

Dựa vào kiến thức về căn bậc 2.

Lời giải

Căn bậc hai của số 9 là ± 3.

Đáp án B.

Câu 2. $\sqrt{3-5x}$ xác định khi và chỉ khi

A. $x>\frac{3}{5}$.

B. $x<\frac{3}{5}$.

C. $x\le \frac{3}{5}$.

D. $x\ge \frac{3}{5}$.

Phương pháp

Biểu thức chứa căn bậc hai xác định khi biểu thức trong căn lớn hơn hoặc bằng 0.

Lời giải

Biểu thức xác định khi $3-5x\ge 0\Leftrightarrow x\le \frac{3}{5}$.

Đáp án C.

Câu 3. Một cái thang dài $3,5\,\text{m}$ đặt dựa vào tường, góc “an toàn” giữa thang và mặt đất để thang không đổ khi người trèo lên là 65°. Khoảng cách “an toàn” từ chân tường đến chân thang (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) là:

A. 1,4 m.

B. 1,48 m.

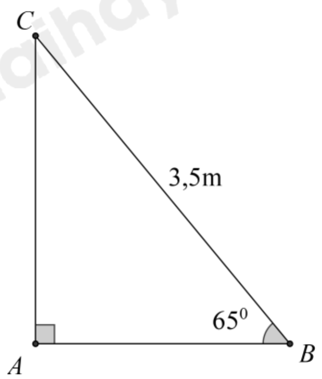
C. 1 m.

D. 1,5 m.

Phương pháp

Sử dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn.

Lời giải



Chiều dài thang là $BC=3,5\,\text{m}$.

Góc “an toàn” là $ABC=56^\circ$.

Khoảng cách an toàn là AB.

Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn cho tam giác vuông ABC ta có:

$\cos B = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = BC.\cos B = 3,5.\cos 65^\circ \approx 1,5\,\text{m}$.

Đáp án D.

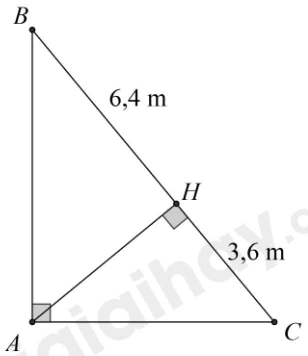
Câu 4. Tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH chia cạnh huyền thành hai đoạn thẳng có độ dài $3,6\,\text{cm}$ và $6,4\,\text{cm}$. Độ dài một trong các cạnh góc vuông là

A. 8 cm.
B. 4,8 cm.
C. 64 cm.
D. 10 cm.

Phương pháp

Dựa vào hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Lời giải



Giả sử $HC = 3,6\,\text{cm}$ và $HB = 6,4\,\text{cm} \Rightarrow BC = HC + HB = 10\,\text{cm}$.

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác vuông ABC ta có:

$AB^2 = BH.BC = 6,4.10 = 64 \Rightarrow AB = 8\,\text{cm}$

Đáp án A.

Phần tự luận.

Bài 1 (1,5 điểm*)* Thực hiện phép tính.

a) $\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 15\sqrt{\frac{1}{5}}$.

b) $\frac{\sqrt{35} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} - 1} + \frac{12}{\sqrt{7} - 1}$.

c) $\sqrt{8 + 2\sqrt{7}} - \sqrt{28}$.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc tính với căn bậc hai.

Lời giải

a) $\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 15\sqrt{\frac{1}{5}}$

$= \sqrt{4.5} + 2\sqrt{9.5} - 15\frac{\sqrt{5}}{5}$

$= 2.\sqrt{5} + 2.3\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$

$= 5\sqrt{5}$.

b). $\frac{\sqrt{35} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} - 1} + \frac{12}{\sqrt{7} - 1}$

$= \frac{\sqrt{7}.\sqrt{5} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} - 1} + \frac{12}{\sqrt{7} - 1}$

$= \frac{\sqrt{7}.(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5} - 1} + \frac{12(\sqrt{7} + 1)}{(\sqrt{7})^2 - 1}$

$=\sqrt{7}+\dfrac{12(\sqrt{7}+1)}{6}$
$=\sqrt{7}+2(\sqrt{7}+1)$
$=3\sqrt{7}+2$.

c). $\sqrt{8+2\sqrt{7}}-\sqrt{28}$
$=\sqrt{(1+\sqrt{7})^2}-\sqrt{4.7}$
$=\left|1+\sqrt{7}\right|-2\sqrt{7}$
$=1+\sqrt{7}-2\sqrt{7}$
$=1-\sqrt{7}$.

Bài 2 (2 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{7x-3}=5$.

b) $5\sqrt{4x-16}-\dfrac{7}{3}\sqrt{9x-36}=36-3\sqrt{x-4}$.

c) $\sqrt{x^2-36}-\sqrt{x-6}=0$.

d) $x^2+2=\sqrt{3-4x+2x^2+4x^3}$.

Phương pháp

Xác định điều kiện xác định của phương trình.
a) Bình phương hai vế để tìm x.
b) Rút nhân tử chung ra ngoài để nhóm nhân tử chung.
c) Sử dụng hằng đẳng thức để nhóm nhân tử chung.
d) Bình phương hai vế để tìm x.

Lời giải

a) Điều kiện: $x\ge\dfrac{3}{7}$.

Bình phương hai vế của phương trình ta được: $7x-3=25\Leftrightarrow x=4$ (thỏa mãn điều kiện) .
Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\{4\}$.

b) Điều kiện: $x\ge 4$.

$5\sqrt{4x-16}-\dfrac{7}{3}\sqrt{9x-36}=36-3\sqrt{x-4}$

$\Leftrightarrow 5\sqrt{4(x-4)}-\dfrac{7}{3}\sqrt{9(x-4)}=36-3\sqrt{x-4}\Leftrightarrow 10\sqrt{x-4}-\dfrac{7}{3}.3\sqrt{x-4}=36-3\sqrt{x-4}$

$\Leftrightarrow 6\sqrt{x-4}=36\Leftrightarrow\sqrt{x-4}=6\Leftrightarrow x-4=36\Leftrightarrow x=40$ (thỏa mãn điều kiện) .
Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\{40\}$.

c) Điều kiện: $x\ge 6$.

$\sqrt{x^2-36}-\sqrt{x-6}=0\Leftrightarrow\sqrt{x-6}.\sqrt{x+6}-\sqrt{x-6}=0$

$\Leftrightarrow\sqrt{x-6}\left(\sqrt{x+6}-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x-6}=0\\ \sqrt{x+6}=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6(tm)\\ x=-5(L)\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\{6\}$.

d) Điều kiện: $3-4x+2x^2+4x^3\ge 0$.
Bình phương hai vế của phương trình ta được:
$x^4+4x^2+4=3-4x+2x^2+4x^3\Leftrightarrow x^4-4x^3+2x^2+4x+1=0\ (1)$

Nhận xét: $x=0$ không phải là nghiệm của phương trình (1), chia cả hai vế của phương trình (1) cho x^2 ta được:

$x^2-4x+2+\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow x^2+\dfrac{1}{x^2}-4\left(x-\dfrac{1}{x}\right)+2=0\ (2)$.

Đặt $x-\frac{1}{x}=a\Rightarrow a^2=x^2+\frac{1}{x^2}-2\Leftrightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=a^2+2$.

Phương trình (2) trở thành: $a^2+2-4a+2=0\Leftrightarrow (a-2)^2=0\Leftrightarrow a=2$.

Với $a=2\Rightarrow x-\frac{1}{x}=2\Leftrightarrow x^2-2x-1=0\Leftrightarrow (x-1)^2=\sqrt{2}\Leftrightarrow x=1\pm\sqrt{2}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\left\{1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right\}$.

Bài 3 (2 điểm) Cho biểu thức $M=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ và $P=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}+\frac{2+8\sqrt{x}}{x-1}-\frac{2}{1-\sqrt{x}}$ với $x>0;\ x\ne 1; x\ne 5$

a) Tính giá trị của M khi $x=9$.

b) Chứng minh $P=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$.

c) Đặt $Q=M.P+\frac{x-5}{\sqrt{x}}$. Hãy so sánh Q với 3.

Phương pháp

a) Kiểm tra x = 9 có thỏa mãn điều kiện hay không, sau đó thay vào biểu thức A để tính.

b) Xác định mẫu thức chung, quy đồng và thực hiện các phép toán với các phân thức đại số.

c) Thay M và Q bằng biểu thức rút gọn để có Q. Tính Q – 3, so sánh với 0.

Lời giải

a) Thay $x=9$ (thỏa mãn điều kiện) vào M ta được:

$M=\frac{\sqrt{9}-1}{\sqrt{9}}=\frac{3-1}{3}=\frac{2}{3}$. Vậy $x=9$ thì $M=\frac{2}{3}$.

b) Ta có:

$$P=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}+\frac{2+8\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}+\frac{2}{\sqrt{x}-1}=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)+2+8\sqrt{x}+2\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$=\frac{x-3\sqrt{x}+2+2+8\sqrt{x}+2\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{x+7\sqrt{x}+6}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+6\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$$

(điều phải chứng minh) .

Vậy $P=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$.

c) Ta có:

$$Q=M.P+\frac{x-5}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}+\frac{x-5}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}}+\frac{x-5}{\sqrt{x}}=\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}.$$

Xét $Q-3=\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}-3=\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}}>0$ với mọi $x>0;\ x\ne 1$.

Do đó $Q>3$.

Bài 4 (3,5 điểm): Cho tam giác ABC nhọn , đường cao AK.

a) Giải tam giác ACK biết $C=30^\circ, AK=3\text{cm}$.

b) Chứng minh $AK=\frac{BC}{\cot B+\cot C}$.

c) Biết $BC=5\text{cm}, B=68^\circ, C=30^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC (kết quả làm tròn chữ số thập phân thứ nhất).

d) Vẽ hình chữ nhật $CKAD$, DB cắt AK tại N. Chứng minh rằng $\frac{1}{AK^2}=\frac{\cot^2 ACB}{DN^2}+\frac{1}{DB^2}$.

Phương pháp

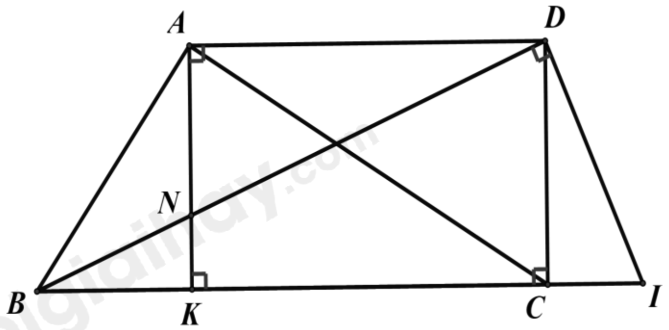
a) Sử dụng các kiến thức về tam giác để giải tam giác.

b) Biểu diễn tỉ số lượng giác cotB và cotC theo AK và BC để chứng minh.

c) $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AK.BC$. Sử dụng các tỉ số lượng giác để tính AK.

d)) Kẻ $DI\perp BD$ tại D. Chứng minh $\Delta ADN\backsim\Delta CDI\left(g-g\right)$ suy ra tỉ lệ của các cạnh tương ứng để chứng minh điều phải chứng minh.

Lời giải



a) Xét tam giác ACK vuông tại K có $C=30^\circ\Rightarrow B=60^\circ$ (theo định lí tổng ba góc trong tam giác).

$\sin C=\frac{AK}{AC}\Rightarrow\sin 30^\circ=\frac{3}{AC}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{3}{AC}\Rightarrow AC=6\,(\text{cm})$

Theo định lí Pitago trong tam giác vuông ACK ta có $KC=\sqrt{AC^2-AK^2}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$.

b) Xét tam giác vuông AKB ta có $\cot B=\frac{BK}{AK}$

Xét tam giác vuông AKC ta có $\cot C=\frac{KC}{AK}$

Nên $\cot B+\cot C=\frac{BK}{AK}+\frac{KC}{AK}=\frac{BK+KC}{AK}=\frac{BC}{AK}$

Vậy $AK=\frac{BC}{\cot B+\cot C}$ (đpcm).

c) Xét tam giác vuông AKB ta có $\tan B=\frac{AK}{BK}\Rightarrow AK=\tan B.BK$

Xét tam giác vuông AKC ta có $\tan C=\frac{AK}{CK}\Rightarrow AK=\tan C.CK$

Từ đó ta có $\tan B.BK=\tan C.KC\Rightarrow\frac{\tan B}{\tan C}=\frac{KC}{BK}\Rightarrow\frac{\tan 68^\circ}{\tan 30^\circ}=\frac{KC}{BK}\Rightarrow\frac{KC}{BK}\approx 4,3=\frac{43}{10}$.

Mà $KC=BC-BK=5-BK\Rightarrow\frac{5-BK}{BK}=\frac{43}{10}\Rightarrow\frac{5}{BK}=\frac{53}{10}$.

Vậy $BK=0,9;\ KC=4,1$.

Xét tam giác vuông AKC có

$\tan C=\frac{AK}{CK}\Rightarrow\tan 30^\circ=\frac{AK}{CK}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{AK}{CK}\Rightarrow AK=\frac{\sqrt{3}}{3}.CK=2,4\,(\text{cm})$.

Vậy $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AK.BC=\frac{1}{2}.2,4.5=6\left(\text{cm}^2\right)$.

d) Kẻ $DI\perp BD$ tại D khi đó $ADN=CDI$ (cùng phụ với CDN),

Khi đó $\Delta ADN\backsim\Delta CDI\left(g-g\right)$

Suy ra $\frac{AD}{CD}=\frac{AN}{CI}=\frac{DN}{DI}\Rightarrow AD.DI=DN.DC\Rightarrow \frac{DN}{DI}=\frac{AD}{DC}\Rightarrow \frac{ND^2}{DI^2}=\frac{AD^2}{DC^2}$

Vì $AK=DC$ (tính chất hcn)

$ACB=DAC\Rightarrow \cot^2 ACB=\cot^2 DAC=\frac{AD^2}{DC^2}=\frac{ND^2}{DI^2}$

Điều cần chứng minh tương đương với

$\frac{1}{DC^2}=\frac{ND^2}{DI^2.DN^2}+\frac{1}{DB^2}\Leftrightarrow \frac{1}{DC^2}=\frac{1}{DI^2}.+\frac{1}{DB^2}$ (luôn đúng theo hệ thức lượng trong tam giác vuông BDI có đường cao DC). (đpcm).

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 7

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Bài 1 (2,5 điểm) Cho hai biểu thức

$A=\dfrac{x+2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$ với $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 9$

a) Tính giá trị của A khi $x=16$.

b) Rút gọn biểu thức B

c) Biết rằng $P=A:B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

Bài 2 (3,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x-5}=2$

b) $\sqrt{x^2-6x+9}=5$

c) $\sqrt{4x^2-4x+1}=x+1$

d) $\sqrt{x^2-4x+4}=\sqrt{4x^2-12x+9}$

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

Bài 3 (3,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB>AC$), đường cao AH ($H\in BC$). Vẽ phân giác AD của góc BAH ($D\in BH$). Cho M là trung điểm của BA.

a) Cho $AC=3cm$; $AB=4cm$. Hãy giải tam giác ABC?(Làm tròn đến độ)

b) Tính diện tích tam giác AHC

c) Chứng minh rằng: $\dfrac{DH}{DB}=\dfrac{HC}{AC}$

d) Gọi E là giao điểm của DM và AH. Chứng minh: $S_{\Delta AEC}=S_{\Delta DEC}$

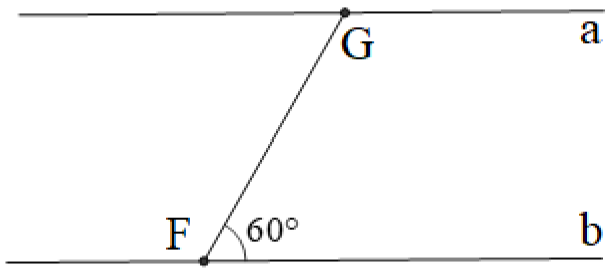
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

Bài 4 ((1,0 điểm)

Một con thuyền ở địa điểm F di chuyển từ bờ sông b sang bờ sông a với vận tốc trung bình là 6 km/h, vượt qua khúc sông nước chảy mạnh trong 5 phút. Biết đường đi của con thuyền là FG, tạo với bờ sông một góc 60°.

a) Tính FG

b) Tính chiều rộng của khúc sông (làm tròn đến mét)



………
………
………
………
………

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1 (2,5 điểm) Cho hai biểu thức

$A=\dfrac{x+2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$ với $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 9$

a) Tính giá trị của A khi $x=16$.

b) Rút gọn biểu thức B

c) Biết rằng $P=A:B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P

Phương pháp

a) Kiểm tra $x=16$ có thỏa mãn điều kiện hay không, sau đó thay vào biểu thức A để tính.

b) Xác định mẫu thức chung, quy đồng và thực hiện các phép toán với các phân thức đại số.

c) Tính $P=A:B$.

Biến đổi P để áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương $\sqrt{x}+1$ và $\dfrac{4}{\sqrt{x}+1}$.

Lời giải

a) Ta có $x=16$ (thỏa mãn điều kiện), thay vào biểu thức A ta có:

$$A=\frac{16+2\sqrt{16}+5}{\sqrt{16}-3}=\frac{29}{1}=29$$

Vậy khi $x=16$ thì $A=29$

b) Ta có:

$$B=\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$$

$$=\frac{2\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$

$$=\frac{2\sqrt{x}-9-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)+(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$=\frac{2\sqrt{x}-9-x+9+2x-3\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$=\frac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}=\frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$, $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 9$

c) Ta có $P=A:B=\dfrac{x+2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3}:\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}=\dfrac{x+2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{(\sqrt{x}+1)^2+4}{\sqrt{x}+1}=\sqrt{x}+1+\dfrac{4}{\sqrt{x}+1}$

Do $x\ge 0\Rightarrow \sqrt{x}\ge 0\Rightarrow \sqrt{x}+1>0$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương $\sqrt{x}+1$ và $\dfrac{4}{\sqrt{x}+1}$ ta có:

$$P=\sqrt{x}+1+\frac{4}{\sqrt{x}+1}\ge 2\sqrt{(\sqrt{x}+1)\cdot\frac{4}{\sqrt{x}+1}}=4$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x}+1=\dfrac{4}{\sqrt{x}+1}\Leftrightarrow \sqrt{x}+1=2\Leftrightarrow \sqrt{x}=1\Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $\min P = 4$ khi $x = 1$

Bài 2 (3,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x-5} = 2$

b) $\sqrt{x^2-6x+9} = 5$

c) $\sqrt{4x^2-4x+1} = x+1$

d) $\sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{4x^2-12x+9}$

Phương pháp

Xác định điều kiện xác định của phương trình.

a) Bình phương hai vế để tìm x.

b) Đưa về phương trình trị tuyệt đối chia hai trường hợp

c) Bình phương hai vế để tìm x.

d) Đưa các hệ số ra ngoài căn và sử dụng hằng đẳng thức, đưa về phương trình thuyệt đối để chia hai trường hợp.

Lời giải

a) $\sqrt{x-5} = 2$.

Điều kiện xác định $x \ge 5$

Ta có: $\sqrt{x-5} = 2 \Leftrightarrow x-5 = 4 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn $x \ge 5$)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{9\}$.

b) $\sqrt{x^2-6x+9} = 5$

Ta có: $\sqrt{x^2-6x+9} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2} = 5 \Leftrightarrow |x-3| = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-3=5 \\ x-3=-5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=8 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{8;-2\}$.

c) $\sqrt{4x^2-4x+1} = x+1$

Ta có: $\sqrt{4x^2-4x+1} = x+1 \Leftrightarrow \sqrt{(2x-1)^2} = x+1 \Leftrightarrow |2x-1| = x+1 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+1 \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} 2x-1 = x+1 \\ 2x-1 = -x-1 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \ge -1 \\ \left[\begin{array}{l} x = 2 \text{ nhận} \\ x = 0 \text{ nhận} \end{array}\right. \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2;0\}$.

d) $\sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{4x^2-12x+9}$

Ta có: $\sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{4x^2-12x+9} \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2} = \sqrt{(2x-3)^2} \Leftrightarrow |x-2| = |2x-3|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2 = 2x-3 \\ x-2 = -2x+3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x = -1 \\ 3x = 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{5}{3} \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{1;\dfrac{5}{3}\right\}$.

Bài 3 (3,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$), đường cao AH ($H \in BC$). Vẽ phân giác AD của góc BAH ($D \in BH$). Cho M là trung điểm của BA.

a) Cho $AC = 3cm$; $AB = 4cm$. Hãy giải tam giác ABC? (Làm tròn đến độ)

b) Tính diện tích tam giác AHC

c) Chứng minh rằng: $\dfrac{DH}{DB} = \dfrac{HC}{AC}$

d) Gọi E là giao điểm của DM và AH. Chứng minh: $S_{\Delta AEC} = S_{\Delta DEC}$

Phương pháp

a) Sử dụng định lí Pytago cho tam giác vuông ABC để tính BC. Sử dụng tỉ số lượng giác để tính góc B, góc C.

b) Áp dụng hệ thức lượng vào ΔABC vuông tại A, đường cao AH ta có: $AH.BC = AB.AC$ ta tính được AH; $AC^2 = CH.BC$ ta tính được CH. Sử dụng công thức tính diện tích tam giác ABC: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}HC.AH$.

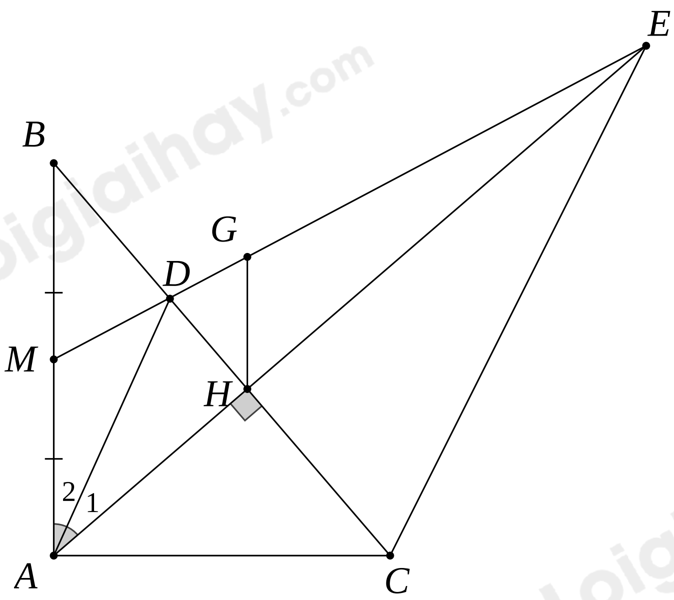
c) Dựa vào tính chất đường phân giác và ΔAHB ∽ ΔCHA (g-g) suy ra các tỉ số bằng nhau của các cạnh tương ứng.

d) Kẻ HG // AB.

Chứng minh $\frac{DH}{DB} = \frac{HC}{AC} = \frac{HC}{DC}$ và $\frac{EH}{EA} = \frac{DH}{DB}$ suy ra $\frac{HC}{DC} = \frac{HE}{AE} \Rightarrow HC.AE = DC.HE$.

Chứng minh $\frac{S_{ACE}}{S_{DEC}} = 1$.

Lời giải



a) Xét ΔABC vuông tại A (gt) có:

$AB^2 + AC^2 = BC^2$ (định lí Pytago)

$\Rightarrow 4^2 + 3^2 = BC^2$

$\Rightarrow BC^2 = 25$

$\Rightarrow BC = 5$ (cm)

Ta có: $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow B \approx 37^\circ$

$B + C = 90^\circ$

$\Rightarrow C \approx 53^\circ$

b) Áp dụng hệ thức lượng vào ΔABC vuông tại A, đường cao AH ta có:

$$AH.BC = AB.AC$$

$\Leftrightarrow AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{4.3}{5} = 2,4$ (cm)

Lại có: $AC^2 = CH.BC \Leftrightarrow CH = \frac{3^2}{BC} = \frac{9}{5} = 1,8$ (cm)

Diện tích tam giác AHC là:

$\frac{1}{2}.HC.AH = \frac{1}{2}.2,4.1,8 = 2,16\ cm^2$

c) Xét ΔABH có phân giác AD (giả thuyết)

$\Rightarrow \frac{DH}{DB} = \frac{AH}{AB}$ (tính chất phân giác trong tam giác)

$\Delta AHB \backsim \Delta CHA$ (g-g)

$\Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{HC}{AC}$ (hai góc tương ứng)

$\Rightarrow \frac{DH}{DB} = \frac{HC}{AC}\left(=\frac{AH}{AB}\right)$ (đpcm)

d) Kẻ $HG // AB$

Xét ΔABD có ADC là góc ngoài $\Rightarrow ADC = ABD + A_2$

Mà $DAC = A_1 + HAC$

Lại có $ABD = HAC$

$\Rightarrow ADC = DAC$

$\Rightarrow \Delta ACD$ cân tại C (dhnb)

$\Rightarrow AC = DC$ (tính chất)

$\Rightarrow \frac{DH}{DB} = \frac{HC}{AC} = \frac{HC}{DC}$ (1)

Xét ΔAEM, có $GH // AB$ $\Rightarrow \frac{EH}{EA} = \frac{HG}{AM}$ (định lí Ta lét)

Vì M là trung điểm của AB (gt) $\Rightarrow AM = BM$ $\Rightarrow \frac{EH}{EA} = \frac{HG}{BM}$

Xét ΔDGH, có $GH // AB$ $\Rightarrow \frac{DH}{DB} = \frac{HG}{BM}$ (định lí Ta lét)

$\Rightarrow \frac{EH}{EA} = \frac{DH}{DB}$ (2)

Từ $(1);(2) \Rightarrow \frac{HC}{DC} = \frac{HE}{AE} \Rightarrow HC.AE = DC.HE$

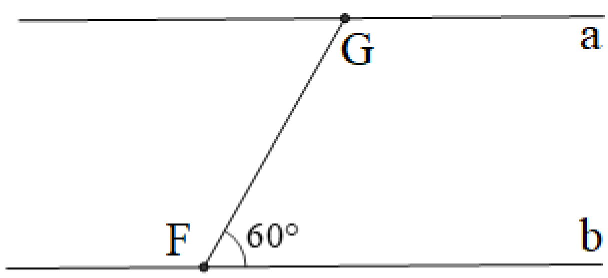
Ta có $S_{ACE} = \frac{1}{2}CH.AE$, $S_{DEC} = \frac{1}{2}EH.DC$

$\Rightarrow \frac{S_{ACE}}{S_{DEC}} = \frac{CH.AE}{EH.DC} = 1$

Vậy $S_{\Delta AEC} = S_{\Delta DEC}$

Bài 4 ((1,0 điểm)

Một con thuyền ở địa điểm F di chuyển từ bờ sông b sang bờ sông a với vận tốc trung bình là 6 km/h, vượt qua khúc sông nước chảy mạnh trong 5 phút. Biết đường đi của con thuyền là FG, tạo với bờ sông một góc $60°$.



a) Tính FG

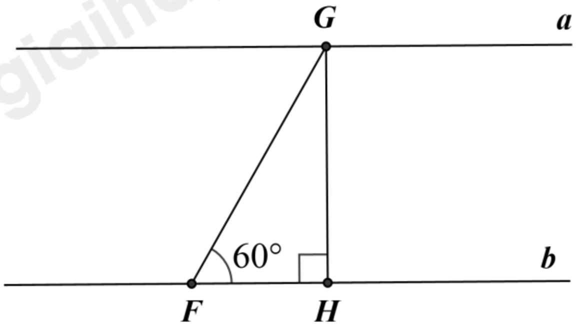
b) Tính chiều rộng của khúc sông (làm tròn đến mét)

Phương pháp

a) Độ dài FG là quãng đường con thuyền đi được: S = v.t.

b) Kẻ GH ⊥ b tại H. GH chính là chiều rộng của khúc sông. Sử dụng định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn để suy ra chiều rộng của khúc sông.

Lời giải



a) FG là quãng đường đi được của thuyền. $FG = 6.\frac{5}{60} = 0,5km = 500m$.

b) Gọi GH là chiều rộng của khúc sông.
Xét ΔGHF vuông tại H, áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$GH = FG.\sin GFB = 500.\sin 60^\circ = 500.\frac{\sqrt{3}}{2} = 250\sqrt{3} \approx 433$ m.

Vậy, chiều rộng của khúc sông xấp xỉ 433 m.

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 8

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Bài 1 (2 điểm) Thực hiện phép tính

a) $A=3\sqrt{125}+\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}$

b) $B=\left(2+\sqrt{7}\right)\sqrt{11-4\sqrt{7}}-\dfrac{\sqrt{20}+5}{\sqrt{5}+2}$

c) $C=\sin^2 25^0+\sin^2 65^0-\tan 35^0+\cot 55^0-\dfrac{\cot 32^0}{\tan 58^0}$

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

Bài 2 (1,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{9x-27}-\sqrt{x-3}=6$. b) $\sqrt{x^2+2x+1}-\sqrt{x+1}=0$

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

Bài 3 (2,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{5\sqrt{x}-2}{x-2\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x>0; x\neq 4$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

2) Rút gọn biểu thức B .

3) Tìm các giá trị của x để $B\le -\dfrac{1}{2}$.

4) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M=\dfrac{6A}{B}$.

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

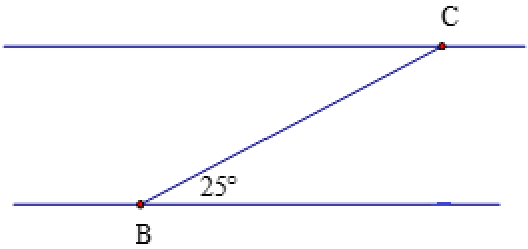
……………………………………………………………………………………………………

....

....

Bài 4 (3,5 điểm)

1) Một con thuyền đi qua một khúc sông theo hướng từ B đến C (như hình vẽ) với vận tốc $3,5km/h$ trong 12 phút. Biết rằng đường đi của thuyền tạo với bờ sông một góc $25°$. Hãy tính chiều rộng của khúc sông ? (Kết quả tính theo đơn vị km ,làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



2) Cho tam giác ABC nhọn có đường cao AH. Gọi E là hình chiếu của H trên AB.

a. Biết $AE = 3,6cm$; $BE = 6,4cm$. Tính AH, EH và góc B. (Số đo góc làm tròn đến độ)

b. Kẻ HF vuông góc với AC tại F. Chứng minh $AB.AE = AC.AF$.

c. Đường thẳng qua A và vuông góc với EF cắt BC tại D; EF cắt AH tại O. Chứng minh rằng

$$S_{ADC} = \frac{S_{AOE}}{\sin^2 B.\sin^2 C}$$

....

....

....

....

....

Bài 5 (0,5 điểm) Giải phương trình $2\sqrt{2x-1} = 8 - \sqrt[3]{x+3}$.

....

....

....

....

....

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1 (2 điểm) Thực hiện phép tính

a) $A=3\sqrt{125}+\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}$

b) $B=\left(2+\sqrt{7}\right)\sqrt{11-4\sqrt{7}}-\dfrac{\sqrt{20}+5}{\sqrt{5}+2}$

c) $C=\sin^2 25^0+\sin^2 65^0-\tan 35^0+\cot 55^0-\dfrac{\cot 32^0}{\tan 58^0}$

Phương pháp

a) Đưa về trị tuyệt đối để tính toán.

b) Đưa nhân tử chung ra ngoài, rút gọn mẫu số và đưa về trị tuyệt đối để tính toán.

c) Biến đổi các tỉ số lượng giác về cùng số đo góc để tính toán.

Lời giải

a) $A=3\sqrt{125}+\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}=15\sqrt{5}+\left|2-\sqrt{5}\right|=15\sqrt{5}+\sqrt{5}-2=2\left(8\sqrt{5}-1\right)$

b)

$$B=\left(2+\sqrt{7}\right)\sqrt{11-4\sqrt{7}}-\frac{\sqrt{20}+5}{\sqrt{5}+2}$$
$$=\left(2+\sqrt{7}\right)\sqrt{\left(2-\sqrt{7}\right)^2}-\frac{2\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2}{\left(\sqrt{5}+2\right)}$$
$$=\left(2+\sqrt{7}\right)\left|2-\sqrt{7}\right|-\frac{\sqrt{5}\left(2+\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{5}+2\right)}$$
$$=\left(2+\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{7}-2\right)-\sqrt{5}$$
$$=7-4-\sqrt{5}=3-\sqrt{5}$$

c) $C=\sin^2 25^0+\sin^2 65^0-\tan 35^0+\cot 55^0-\dfrac{\cot 32^0}{\tan 58^0}$

$C=\sin^2 25^0+cos^2 25^0-\tan 35^0+\tan 35^0-\dfrac{\cot 32^0}{\cot 32^0}=1+0-1=0$.

Bài 2 (1,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{9x-27}-\sqrt{x-3}=6$.   b) $\sqrt{x^2+2x+1}-\sqrt{x+1}=0$

Phương pháp

Xác định điều kiện xác định của phương trình.

a) Đưa các hệ số ra ngoài căn, nhóm nhân tử chung để tìm x.

b) Sử dụng hằng đẳng thức, nhóm nhân tử chung để tìm x.

Lời giải

a) $\sqrt{9x-27}-\sqrt{x-3}=6$ (ĐKXĐ: $x\ge 3$)

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x-3}-\sqrt{x-3}=6$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-3}=6$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-3}=3$

$\Leftrightarrow x-3=9$

$\Leftrightarrow x=12$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy $x \in \{12\}$.

b) $\sqrt{x^2+2x+1}-\sqrt{x+1}=0$ (ĐKXĐ: $x \ge -1$)

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2}-\sqrt{x+1}=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x+1}\left(\sqrt{x+1}-1\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x+1}=0\\ \sqrt{x+1}-1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+1=0\\ x+1=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\ (TM)\\ x=0\ \ (TM)\end{array}\right.$

Vậy $x \in \{-1;0\}$.

Bài 3 (2,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{5\sqrt{x}-2}{x-2\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x>0; x\ne 4$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm các giá trị của x để $B \le -\dfrac{1}{2}$.

4) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M=\dfrac{6A}{B}$.

Phương pháp

1) Kiểm tra x = 9 có thỏa mãn điều kiện hay không, sau đó thay vào biểu thức A để tính.

2) Xác định mẫu thức chung, quy đồng và thực hiện các phép toán với các phân thức đại số.

3) Thay biểu thức B vào $B \le -\dfrac{1}{2}$.

$\dfrac{f(x)}{g(x)} \le 0 \Leftrightarrow f(x)\ge 0, g(x)<0$ hoặc $f(x)\le 0, g(x)>0$

4) Tính $M=\dfrac{6A}{B}$. Chia cả tử và mẫu cho $\sqrt{x}$ rồi sử dụng bất đẳng thức Cosi: $a+\dfrac{1}{a}\ge 2$.

Lời giải

1) Khi $x=9 \Rightarrow \sqrt{x}=3$ thỏa mãn điều kiện.

Thay vào biểu thức A ta được:

$A=\dfrac{3-2}{9+3+1}=\dfrac{1}{13}$.

Vậy khi $x=9$ thì $A=\dfrac{1}{13}$.

2) Với $x>0; x\ne 4$ ta có: $B=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{5\sqrt{x}-2}{x-2\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

$=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{5\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

$=\dfrac{2\sqrt{x}.\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}-\dfrac{5\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}-\dfrac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}$

$=\dfrac{2x-\left(5\sqrt{x}-2\right)-\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}$

$$=\frac{2x-5\sqrt{x}+2-x+\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{x-4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ với $x>0;x\ne 4$

3) Với $x>0;x\ne 4$ để $B\le -\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}\le -\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{2}\le 0\Leftrightarrow \dfrac{2\sqrt{x}-4+\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}\le 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{3\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}}\le 0$ mà $2\sqrt{x}>0$ nên $3\sqrt{x}-4\le 0\Leftrightarrow 3\sqrt{x}\le 4\Leftrightarrow \sqrt{x}\le \dfrac{4}{3}\Leftrightarrow x\le \dfrac{16}{9}$

Kết hợp với điều kiện ta được $0<x\le \dfrac{16}{9}$ thì $B\le -\dfrac{1}{2}$

4) Ta có: $M=\dfrac{6A}{B}=\dfrac{6\left(\sqrt{x}-2\right)}{x+\sqrt{x}+1}:\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}=\dfrac{6\left(\sqrt{x}-2\right)}{x+\sqrt{x}+1}.\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}=\dfrac{6\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$

$\Rightarrow M=\dfrac{6}{\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}+1}$ do $x>0\Rightarrow \sqrt{x}>0;\dfrac{1}{\sqrt{x}}>0$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô si với 2 số dương ta được:

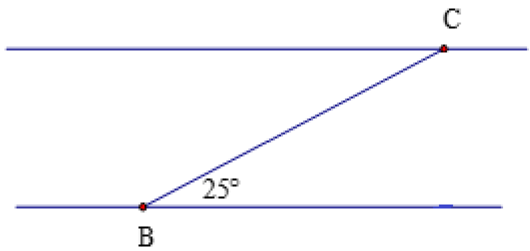
$\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\ge 2\sqrt{\sqrt{x}.\dfrac{1}{\sqrt{x}}}=2\Rightarrow \sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}+1\ge 3\Leftrightarrow \dfrac{6}{\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}+1}\le 2$ hay $M\le 2$

Dấu "=" xảy ra $\sqrt{x}=\dfrac{1}{\sqrt{x}}\Rightarrow x=1$ (thỏa mãn đk)

Vậy Max $M=2\Leftrightarrow x=1$.

Bài 4 (3,5 điểm)

1) Một con thuyền đi qua một khúc sông theo hướng từ B đến C (như hình vẽ) với vận tốc $3,5km/h$ trong 12 phút. Biết rằng đường đi của thuyền tạo với bờ sông một góc $25°$. Hãy tính chiều rộng của khúc sông ? (Kết quả tính theo đơn vị km ,làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



2) Cho tam giác ABC nhọn có đường cao AH. Gọi E là hình chiếu của H trên AB.

a. Biết $AE=3,6cm$; $BE=6,4cm$. Tính AH,EH và góc B. (Số đo góc làm tròn đến độ)

b. Kẻ HF vuông góc với AC tại F. Chứng minh $AB.AE=AC.AF$.

c. Đường thẳng qua A và vuông góc với EF cắt BC tại D; EF cắt AH tại O. Chứng minh rằng

$$S_{ADC}=\frac{S_{AOE}}{\sin^2 B.\sin^2 C}$$

Phương pháp

1. Kẻ CH vuông góc với bờ sông tại H, ta có CH ⊥ BH. CH chính là chiều rộng của khúc sông. Sử dụng định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn để suy ra chiều rộng của khúc sông.

2.

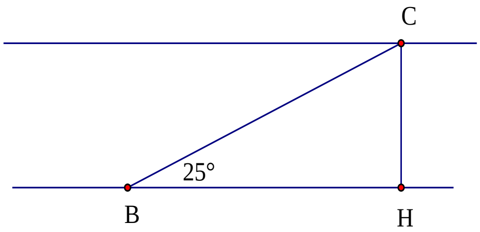
a. Sử dụng hệ thức lượng và tỉ số lượng giác để tính.

b. Sử dụng hệ thức lượng để chứng minh.

c. Chứng minh $\Delta AEF \backsim \Delta ACB\ (c.g.c) \Rightarrow \Delta ADC \backsim \Delta AOE\ (g.g)$, ta có tỉ số diện tích của tam giác ADC và tam giác AOE => đpcm.

Lời giải

1)



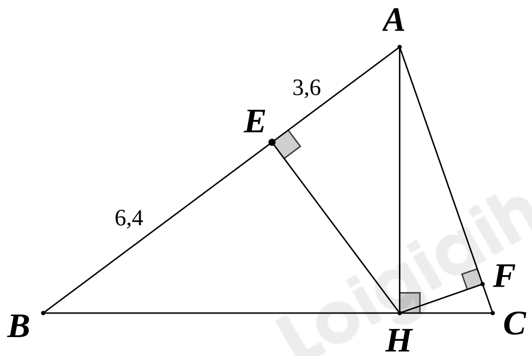
Đổi: 12 phút = $\frac{1}{5}$ giờ

Gọi chiều rộng của khúc sông là CH. Đường đi của con thuyền là BK suy ra $CH \perp BK$, $CBH = 25^0$

Quãng đường BC dài là: $3,5.\frac{1}{5} = 0,7\ (km)$

Xét ΔBHC vuông tại H có: $CH = \sin 25^0.\ BC = \sin 25^0.0,7 \approx 0,29\ (km)$

Vậy chiều rộng khúc sông khoảng 0,29 (km).



2)

a. Ta có: $AB = AE + EB = 3,6 + 6,4 = 10cm$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AHB có $AHB = 90°; HE \perp AB$

Ta có: $AH^2 = AE.AB$

$\Rightarrow AH = \sqrt{3,6.10} = \sqrt{36} = 6cm$

Và: $EH^2 = AE.EB$

$\Rightarrow EH = \sqrt{3,6.6,4} = 4,8cm$

$\operatorname{Sin} B = \frac{AH}{AB} = \frac{6}{10} = 0,6$

$\Rightarrow B \approx 36°52'$

b. Xét ΔABH có : $AHB = 90°; HE \perp AB$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

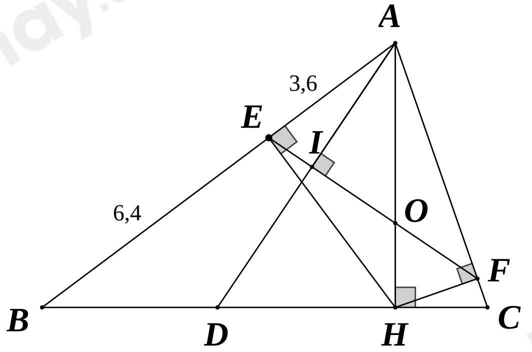
$AB.AE = AH^2$ (1)

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AHC có: $AHC = 90°; HF \perp AC$

$\Rightarrow AF.AC = AH^2$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AB.AE = AC.AF$ (dpcm).

c)



Gọi I là giao điểm của AD và EF

Ta có: $AE.AB = \mathrm{AF}.AC \Rightarrow \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{\mathrm{AF}}{AB}$

Dễ dàng chứng minh được $\Delta AE\mathrm{F} \backsim \Delta ACB\,(c.g.c)$

$\Rightarrow AFI = ABH; ACD = AEO\,(1)$

Mà $CAD + \mathrm{AF}I = 90^0$

$EAO + ABH = 90^0$

$\Rightarrow EAO = CAD\,(2)$

Từ $(1);(2) \Rightarrow \Delta ADC \backsim \Delta AOE\,(g.g)$

$$\Rightarrow \frac{S_{ADC}}{S_{AOE}} = \left(\frac{AC}{AE}\right)^2 = \left(\frac{AC}{AH}.\frac{AH}{AE}\right)^2 = \frac{AC^2}{AH^2}.\frac{AH^2}{AE^2}$$

$$\Rightarrow S_{ADC} = \frac{S_{AOE}}{\left(\frac{AH}{AC}\right)^2.\left(\frac{AE}{AH}\right)^2} = \frac{S_{AOE}}{\sin^2 C.\cos^2 EAO} = \frac{S_{AOE}}{\sin^2 C.\sin^2 B} \text{ (đpcm)}$$

Bài 5 (0,5 điểm) Giải phương trình $2\sqrt{2x-1} = 8 - \sqrt[3]{x+3}$.

Phương pháp

Tìm điều kiện xác định.

Đặt $\sqrt{2x-1} = u \Rightarrow u^2 = 2x-1$; $\sqrt[3]{x+3} = v \Rightarrow v^3 = x+3 \Leftrightarrow 2v^3 = 2x+6$. Giải phương trình theo u và v.

Lời giải

Điều kiện $2x-1 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge \dfrac{1}{2}$.

Đặt $\sqrt{2x-1} = u \Rightarrow u^2 = 2x-1$.

$\sqrt[3]{x+3} = v \Rightarrow v^3 = x+3 \Leftrightarrow 2v^3 = 2x+6$.

$\Rightarrow 2v^3 - u^2 = 2x+6-(2x-1) = 7$

$\Leftrightarrow 2v^3 - u^2 - 7 = 0$

Mà $2\sqrt{2x-1} = 8 - \sqrt[3]{x+3} \Leftrightarrow 2u = 8 - v \Leftrightarrow u = \dfrac{8-v}{2}$.

$$\Rightarrow 2v^3 - \left(\frac{8-v}{2}\right)^2 - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2v^3 - \frac{64-16v+v^2}{4} - 7 = 0$$

$\Leftrightarrow 8v^3 - 64 + 16v - v^2 - 28 = 0$

$\Leftrightarrow 8v^3 - v^2 + 16v - 92 = 0$

$\Leftrightarrow (v-2)(8v^2+15v+46)=0$

$\Leftrightarrow v=2$

$\Leftrightarrow x+3=8$

$\Leftrightarrow x=5$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $x=5$.

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 9

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Bài 1 (2,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\frac{x-3}{x-9}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}-\frac{2}{3-\sqrt{x}}$ với $x\ge 0$; $x\ne 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A với $x=0,25$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho $P=\frac{B}{A}$. Chứng minh rằng $P<1$ với mọi giá trị x thỏa mãn điều kiện.

....

....

....

....

....

Bài 2 (2,0 điểm) Tìm x, biết

a) $\sqrt{25x+75}+15.\sqrt{\frac{x+3}{25}}=2+4\sqrt{x+3}$

b) $\sqrt{x^2-2x+1}=2x+3$

....

....

....

....

....

Bài 3 (1,5 điểm)

Một chiếc thang dài $3,5\,\text{m}$. Cần đặt chân thang cách tường một khoảng bằng bao nhiêu để nó tạo với phương nằm ngang của mặt đất một góc an toàn 65°. *(làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)*

....

....

....

....

....

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax, lấy điểm C trên $Ax(AC > R)$. Từ C kẻ tiếp tuyến tại CD với (O) (D là tiếp điểm).

a) Chứng minh bốn điểm A,C,D,O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $OC//BD$.

c) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt tia BD tại M . Chứng minh $OMCD$ là hình bình hành.

d) Gọi K là giao điểm của CD và OM , E là giao điểm của CD và OD; I là giao điểm của AM và OC. Chứng minh E, K, I thẳng hàng.

....

....

....

....

....

Bài 5 (0,5 điểm) Cho x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn $x+y+z=1$. Tính giá trị biểu thức

$P=\sqrt{2x^2+x+1}+\sqrt{2y^2+y+1}+\sqrt{2z^2+z+1}$

....

....

....

....

....

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1 (2,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{x-3}{x-9}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{2}{3-\sqrt{x}}$ với $x\ge 0$; $x\ne 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A với $x=0,25$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho $P=\dfrac{B}{A}$. Chứng minh rằng $P<1$ với mọi giá trị x thỏa mãn điều kiện.

Phương pháp

a) Kiểm tra $x=0,25$ có thỏa mãn điều kiện hay không, sau đó thay vào biểu thức A để tính.

b) Xác định mẫu thức chung, quy đồng và thực hiện các phép toán với các phân thức đại số.

c) Tính $P=\dfrac{B}{A}$. Chứng minh P – 1 < 0.

Lời giải

a) Tính giá trị của biểu thức A với $x=0,25$.

Thay $x=0,25$ (tmdk) vào biểu thức A ta được:

$$A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}=\frac{\sqrt{0,25}+1}{\sqrt{0,25}-3}=\frac{0,5+1}{0,5-3}=\frac{1,5}{-2,5}=-\frac{3}{5}$$

b) Rút gọn biểu thức B.

$$B=\frac{x-3}{x-9}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}-\frac{2}{3-\sqrt{x}} \text{ với } x\ge 0;\ x\ne 9.$$

$$B=\frac{x-3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}+\frac{2}{\sqrt{x}-3}$$

$$B=\frac{x-3+\sqrt{x}-3+2\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{x+3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.$$

c) Cho $P=\dfrac{B}{A}$. Chứng minh rằng $P<1$ với mọi giá trị x thỏa mãn điều kiện: $x\ge 0$; $x\ne 9$.

$$P=\frac{B}{A}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$$

Xét $P-1=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-1=\frac{-1}{\sqrt{x}+1}$

Vì $\sqrt{x}+1>0$; $-1<0$ nên $\frac{-1}{\sqrt{x}+1}<0$ với $x\ge 0$; $x\ne 9$.

$\Rightarrow P-1<0$ với $x\ge 0$; $x\ne 9$.

Bài 2 (2,0 điểm) Tìm x, biết

a) $\sqrt{25x+75}+15.\sqrt{\frac{x+3}{25}}=2+4\sqrt{x+3}$

b) $\sqrt{x^2-2x+1}=2x+3$

Phương pháp

Xác định điều kiện xác định của phương trình.

a) Đưa các hệ số ra ngoài căn, nhóm nhân tử chung để tìm x.

b) Sử dụng hằng đẳng thức để biến đổi vế trái về trị tuyệt đối để tìm x.

Lời giải

a) $\sqrt{25x+75}+15.\sqrt{\frac{x+3}{25}}=2+4\sqrt{x+3}$

$\Leftrightarrow 5\sqrt{x+3}+3.\sqrt{x+3}=2+4\sqrt{x+3}$

$\Leftrightarrow 5\sqrt{x+3}+3.\sqrt{x+3}-4\sqrt{x+3}=2$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{x+3}=2$ (đk: $x\ge -3$)

$\Leftrightarrow \sqrt{x+3}=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x+3=\frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow x=\frac{-11}{4}$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình có nghiệm $x=\frac{-11}{4}$

b) $\sqrt{x^2-2x+1}=2x+3$ (đk: $x\ge -\frac{3}{2}$)

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2}=2x+3$

$\Leftrightarrow |x-1|=2x+3$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=2x+3 \\ x-1=-2x-3 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=2x+3 \\ x-1=-2x-3 \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ 3x=2 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=-4 & (L) \\ x=\dfrac{2}{3} & (TM) \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=\dfrac{2}{3}$

Bài 3 (1,5 điểm)

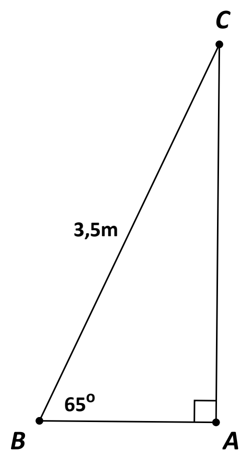
Một chiếc thang dài $3,5\,\text{m}$. Cần đặt chân thang cách tường một khoảng bằng bao nhiêu để nó tạo với phương nằm ngang của mặt đất một góc an toàn 65°. *(làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)*

Phương pháp

Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính.

Lời giải

Theo đề bài ta có hình vẽ sau



Ta có $BC=3,5\,\text{m};\ ABC=65^\circ$

Xét ΔABC vuông tại A, có:

$\cos ABC=\dfrac{AB}{BC}$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow \cos 65^\circ=\dfrac{AB}{3,5}$

$\Rightarrow AB=3,5.\cos 65^\circ$

$\Rightarrow AB\approx 1,48\,\text{m}$

Vậy cần đặt thang sao cho chân thang cách tường khoảng $1,48\,\text{m}$

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax, lấy điểm C trên $Ax(AC>R)$. Từ C kẻ tiếp tuyến tại CD với (O) (D là tiếp điểm).

a) Chứng minh bốn điểm A,C,D,O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $OC//BD$.

c) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt tia BD tại M. Chứng minh $OMCD$ là hình bình hành.

d) Gọi K là giao điểm của CD và OM, E là giao điểm của CD và OD; I là giao điểm của AM và OC. Chứng minh E, K, I thẳng hàng.

Phương pháp

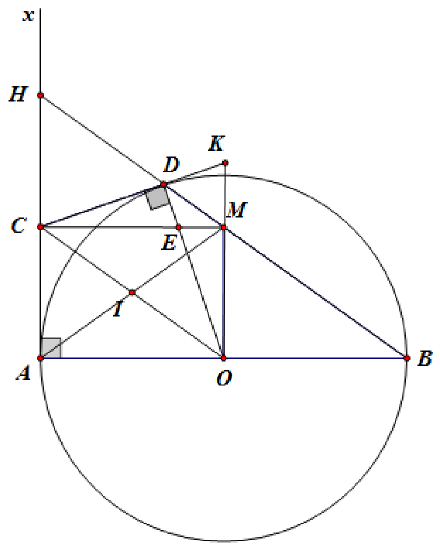
a) Chứng minh tam giác AOC và DOC thuộc đường tròn đường kính OC.

b) Chứng minh $OC\perp AD$ và $BD\perp AD$ nên OC // BD.

c) Chứng minh OMCD có cặp cạnh đối song song và bằng nhau.

d) Chứng minh KE vuông góc với CO tại I.

Lời giải



a) Chứng minh tam giác AOC vuông tại A nên A thuộc đường tròn đường kính OC

Chứng minh tam giác DOC vuông tại D nên D thuộc đường tròn đường kính OC

Do đó bốn điểm A, C, D, O cùng thuộc một đường tròn đường kính OC .

b) Xét (O) có: CA, CD là 2 tiếp tuyến cắt nhau tại C (gt)

Suy ra: $CA = CD$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra: C thuộc trung trực của AD (1)

Lại có: $OA = OD = R$

Suy ra O thuộc đường tròn đường kính AD (2)

Từ (1) và (2) suy ra: OC là đường trung trực của AD

Suy ra: $OC \perp AD$

Ta lại chứng minh được : $BD \perp AD$

$\Rightarrow OC // BD$

c) Kéo dài BD cắt AC tại H

Do $\left.\begin{matrix} OA = OB \\ CO // BD \end{matrix}\right\} \Rightarrow CA = CH$

CM tương tự M là trung điểm của HB

Xét tam giác AHB có

$\left.\begin{matrix} OA = OB \\ CA = CH \end{matrix}\right\} \Rightarrow CO = \dfrac{1}{2}HB$

$\Rightarrow MB = CO$

Mà $MB // CO$

Suy ra $OMCD$ là hình bình hành.

d) Chứng minh $AOMC$ là hình chữ nhật

$\Delta KMC=\Delta KDO\Rightarrow KC=KO\Rightarrow \Delta KOC$ cân tại K

Mà $\left.\begin{array}{l} OD\perp OB \\ CM\perp KO \\ CM\cap DO\equiv E \end{array}\right\}\Rightarrow EK\perp CO$

ΔKOC cân tại $K; IC=IO; EK\perp CO$ nên E, K, I thẳng hàng.

Bài 5 (0,5 điểm) Cho x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn $x+y+z=1$. Tính giá trị biểu thức

$P=\sqrt{2x^2+x+1}+\sqrt{2y^2+y+1}+\sqrt{2z^2+z+1}$

Phương pháp

Dựa vào giả thiết suy ra với $0\le a\le 1$ thì $2a^2+a+1\le (a+1)^2$ để tính giá trị biểu thức P.

Lời giải

Do $x+y+z\le 1$ và x,y,z là các số thực không âm

$\Rightarrow 0\le x\le 1\Rightarrow x^2\le x\Rightarrow x^2+x^2+x+1\le x^2+x+x+1\Rightarrow 2x^2+x+1\le (x+1)^2$

Tương tự: $\Rightarrow 0\le y\le 1\Rightarrow 2y^2+y+1\le (y+1)^2$

$\Rightarrow 0\le z\le 1\Rightarrow 2z^2+z+1\le (z+1)^2$

Nên $P=\sqrt{2x^2+x+1}+\sqrt{2y^2+y+1}+\sqrt{2z^2+z+1}\le x+1+y+1+z+1$

$P\le (x+y+z)+3=4\Rightarrow P_{max}=4$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=y=0; z=1$ hoặc $\Leftrightarrow x=z=0; y=1$ hoặc $\Leftrightarrow y=z=0; x=1$

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 10

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Bài 1 (2 điểm) Tính.

a) $2\sqrt{9}+6\sqrt{4}-3\sqrt{25}$.

b) $\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2}$.

c) $\dfrac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\dfrac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$

d) $\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}+\dfrac{6}{\sqrt{3}+3}$

………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………

Bài 2 (2,0 điểm) Giải phương trình

a) $\dfrac{1}{3}\sqrt{9x+9}-2\sqrt{x+1}+8\sqrt{\dfrac{4x+4}{25}}=11$

b) $\sqrt{x-1}=3-x$

………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………

Bài 3 (2 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-3}{x-\sqrt{x}+1}$ và $B=\left(\dfrac{3\sqrt{x}+6}{x-9}-\dfrac{2}{\sqrt{x}-3}\right):\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}$

(với $x\ge 0$; $x\ne 9$).

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=4$.

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Cho biểu thức $P=A.B$. Chứng minh $|P|=P$ với $x\ge 0$; $x\ne 9$.

………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………

………
………
………

Bài 4 (3,5 điểm) *(Kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai và số đo góc làm tròn đến độ).*

1) Một máy bay bay với vận tốc 5m/s lên cao theo phương tạo với đường băng một góc $40°$. Hỏi sau 6 phút máy bay ở độ cao bao nhiêu so với đường băng.

2) Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ AH vuông góc với BC tại H, biết $BH = 3,6$ cm; $CH = 6,4$ cm.

a) Hãy tính độ dài các đoạn thẳng AH, AB và tính số đo HCA

b) Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của H lên AB và AC. Chứng minh tam giác AMN đồng dạng với tam giác ACB.

c) Tính diện tích tứ giác $BMNC$

………
………
………
………
………

Bài 5 (0,5 điểm) Giải phương trình $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$

………
………
………
………
………

-------- Hết --------

Bài 1 (2 điểm) Tính.

a) $2\sqrt{9}+6\sqrt{4}-3\sqrt{25}$.

b) $\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{2}}-\sqrt{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{2}}$.

c) $\dfrac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\dfrac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$

d) $\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}+\dfrac{6}{\sqrt{3}+3}$

Phương pháp

a) Tính căn bậc hai đưa về phép tính với số thực.

b) Đưa về trị tuyệt đối để tính.

c) Đưa nhân tử chung ra ngoài để tính.

d) Đưa nhân tử chung ra ngoài, quy đồng mẫu để tính.

Lời giải

a) $2\sqrt{9}+6\sqrt{4}-3\sqrt{25}$.

$=2.3+6.2-3.5$

$=6+12-15$

$=3$

b) $\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{2}}-\sqrt{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{2}}$

$=\left|\sqrt{3}-\sqrt{2}\right|-\left|\sqrt{3}+\sqrt{2}\right|$

$=\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$=-2\sqrt{2}$

c) $\dfrac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\dfrac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$

$=\dfrac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+1\right)}{\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)}{\sqrt{3}+1}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$

$=\sqrt{5}+1+\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{5}$

$=1$

d) $\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}+\dfrac{6}{\sqrt{3}+3}$

$=\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}+\dfrac{\sqrt{3}.2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)}$

$=\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}+\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{2+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}$

$=\dfrac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}=2-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}$

$=2-\dfrac{\sqrt{3}+2}{-1}=2+\sqrt{3}+2=4+\sqrt{3}$

Bài 2 (2,0 điểm) Giải phương trình

a) $\frac{1}{3}\sqrt{9x+9}-2\sqrt{x+1}+8\sqrt{\frac{4x+4}{25}}=11$

b) $\sqrt{x-1}=3-x$

Phương pháp

Xác định điều kiện xác định của phương trình.

a) Đưa các hệ số ra ngoài căn, nhóm nhân tử chung để tìm x.

b) Bình phương hai vế để tìm x.

Lời giải

a) $\frac{1}{3}\sqrt{9x+9}-2\sqrt{x+1}+8\sqrt{\frac{4x+4}{25}}=11\ (x\ge -1)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\sqrt{9(x+1)}-2\sqrt{x+1}+8\sqrt{\frac{4(x+1)}{25}}=11$

$\Leftrightarrow \sqrt{x+1}-2\sqrt{x+1}+\frac{16}{5}\sqrt{x+1}=11$

$\Leftrightarrow \frac{11}{5}\sqrt{x+1}=11$

$\Leftrightarrow \sqrt{x+1}=5$

$\Leftrightarrow x+1=25$

$\Leftrightarrow x=24\,(\text{tm})$

Vậy phương trình có nghiệm $x=24$

b) $\sqrt{x-1}=3-x$

$\Leftrightarrow \begin{cases}3-x\ge 0\\ x-1=(3-x)^2\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x\le 3\\ x-1=9-6x+x^2\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x\le 3\\ x^2-7x+10=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x\le 3\\ (x-2)(x-5)=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x\le 3\\ \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=5\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=2$

Vậy phương trình có nghiệm $x=2$

Bài 3 (2 điểm) Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}-3}{x-\sqrt{x}+1}$ và $B=\left(\frac{3\sqrt{x}+6}{x-9}-\frac{2}{\sqrt{x}-3}\right):\frac{1}{\sqrt{x}+3}$

(với $x\ge 0$; $x\ne 9$).

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=4$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho biểu thức $P=A.B$. Chứng minh $|P|=P$ với $x\ge 0$; $x\ne 9$.

Phương pháp

a) Kiểm tra $x=4$ có thỏa mãn điều kiện hay không, sau đó thay vào biểu thức A để tính.

b) Xác định mẫu thức chung, quy đồng và thực hiện các phép toán với các phân thức đại số.

c) Tính $P=A.B$. Chứng minh P > 0 nên $|P|=P$.

Lời giải

a) Thay $x=4$ (thỏa mãn) vào A ta được: $A=\frac{\sqrt{4}-3}{4-\sqrt{4}+1}=\frac{2-3}{4-2+1}=\frac{-1}{3}$

Vậy $x=4\Rightarrow A=\frac{-1}{3}$

b) $B=\left(\frac{3\sqrt{x}+6}{x-9}-\frac{2}{\sqrt{x}-3}\right):\frac{1}{\sqrt{x}+3}$

$B=\frac{3\sqrt{x}+6-2\sqrt{x}-6}{x-9}:\frac{1}{\sqrt{x}+3}$

$B=\frac{\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}.\left(\sqrt{x}+3\right)$

$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.$

c) Ta có: $P=A.B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.\frac{\sqrt{x}-3}{x-\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}$

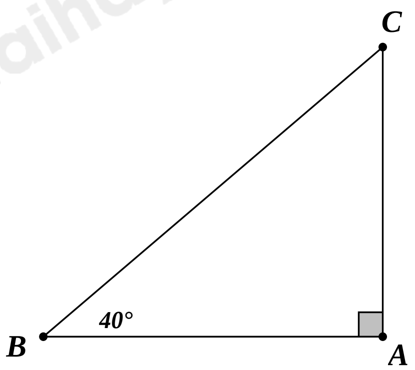
Mà $x\ge 0\Rightarrow \sqrt{x}\ge 0$ và $x-\sqrt{x}+1=\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$

Nên $P>0\Rightarrow |P|=P$. Vậy $|P|=P$ với $x\ge 0; x\ne 9$.

Bài 4 (3,5 điểm) *(Kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai và số đo góc làm tròn đến độ).*
1) Một máy bay bay với vận tốc 5m/s lên cao theo phương tạo với đường băng một góc 40°. Hỏi sau 6 phút máy bay ở độ cao bao nhiêu so với đường băng.
2) Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ AH vuông góc với BC tại H, biết $BH=3,6$ cm; $CH=6,4$ cm.
a) Hãy tính độ dài các đoạn thẳng AH, AB và tính số đo HCA
b) Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của H lên AB và AC. Chứng minh tam giác AMN đồng dạng với tam giác ACB.
c) Tính diện tích tứ giác $BMNC$
Phương pháp
1) Tính quãng đường máy bay đi được: S = v.t.
Dựa vào tỉ số lượng giác để tính độ cao so với đường băng.
2)
a) Dựa vào định lí Pytago và tỉ số lượng giác để tính.
b) Dựa vào hệ thức về cạnh và đường cao ta có tỉ lệ cạnh bằng nhau. Chứng minh $\Delta AMN\backsim\Delta ACB$ (c – g – c)
c) Sử dụng hệ thức về cạnh và đường cao để tính MB, HM, HN, NC.

$S_{BMNC}=\frac{1}{2}HM.MB+\frac{1}{2}HM.HN+\frac{1}{2}.HN.NC$.

Lời giải
1) Bài toán được đưa về dạng toán hình học cơ bản và được mô tả bằng hình vẽ sau:



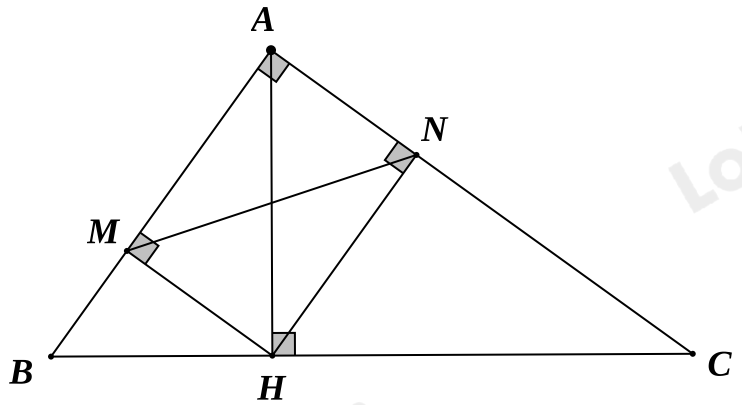
Trong đó: AB: là đường băng
BC: Quãng đường máy bay đã bay được sau 6 phút
AC: là độ cao máy bay đạt được sau khi bay 6 phút so với đường băng.
Đổi 6 phút $=360$ giây
Theo bài: $BC=5.360=1800$ (m)

Xét ΔABC vuông tại A có:

$AC = BC.\sin B = 1800.\sin 40° \approx 1157,02$ (m) (Hệ thức về cạnh và góc)

Vậy sau 6 phút máy bay ở độ cao khoảng $1157,02$ mét so với đường băng.

2)



a) Xét ΔABC vuông tại A, đường cao AH:

Có: $AH^2 = BH.HC$ (Hệ thức về cạnh và đường cao)

$AH^2 = 3,6.6,4 \Rightarrow AH = 4,8$ (cm)

Áp dụng định lý Pytago vào ΔAHB vuông tại H

$AB^2 = AH^2 + HB^2 = 4,8^2 + 3,6^2 = 6$ (cm)

Có: $\sin C = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5} \Rightarrow C \approx 37°$ hay $HCA \approx 37°$

b) Xét ΔAHB vuông tại H, $HM \perp AB$ tại M:

Có: $AH^2 = AB.AM$ (Hệ thức về cạnh và đường cao)

Tương tự: $AH^2 = AC.AN$

Từ đó suy ra: $AB.AM = AC.AN \Rightarrow \dfrac{AM}{AC} = \dfrac{AN}{AB}$

Xét ΔAMN và ΔACB có: $\dfrac{AM}{AC} = \dfrac{AN}{AB}$, A chung => $\Delta AMN \backsim \Delta ACB$ (c – g – c)

c) Xét ΔAHB vuông tại H, $HM \perp AB$ tại M:

$AH.HB = HM.AB \Rightarrow HM = \dfrac{AH.HB}{AB} = \dfrac{4,8.3,6}{6} = 2,88(\text{cm}) \Rightarrow MB = 2,16$ (cm)

Tương tự:

$HN^2 = AH^2 - AN^2 = AH^2 - HM^2 = 4,8^2 - 2,88^2$

$\Rightarrow HN = 3,84(\text{cm}) \Rightarrow NC = 5,12(\text{cm})$

$S_{BMNC} = \dfrac{1}{2}HM.MB + \dfrac{1}{2}HM.HN + \dfrac{1}{2}.HN.NC$

$= \dfrac{1}{2}.2,88.2,16 + \dfrac{1}{2}.2,88.3,84 + \dfrac{1}{2}.3,84.5,12 = 18,4704(\text{cm}^2)$

Vậy diện tích tứ giác $BMNC$ là: $18,4704\text{cm}^2$

Bài 5 (0,5 điểm) Giải phương trình $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$

Phương pháp

Đặt $\sqrt[3]{x-2} = a$; $\sqrt{x+1} = b$ $(b \ge 0)$

Giải phương trình theo a và b.

Lời giải

Điều kiện: $x \ge -1$

Đặt $\sqrt[3]{x-2} = a$; $\sqrt{x+1} = b$ $(b \ge 0)$

Ta có : $\begin{cases} a+b=3 (1) \\ a^3-b^2=-3 (2) \end{cases}$

Từ $(1) \Rightarrow b=3-a$, thay vào (2) ta có :

$a^3-(3-a)^2=-3$

$\Leftrightarrow a^3-9+6a-a^2+3=0$

$\Leftrightarrow a^3-a^2+6a-6=0$

$\Leftrightarrow a^2(a-1)+6(a-1)=0$

$\Leftrightarrow (a^2+6)(a-1)=0$

$\Leftrightarrow a=1$ (Do $a^2+6>0, \forall a$)

$\Rightarrow \sqrt[3]{x-2}=1$

$\Leftrightarrow x-2=1$

$\Leftrightarrow x=3$ (nhận)

Vậy phương trình có nghiệm $x=3$.

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 11

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Câu 1: Tính

a) $\sqrt{50}+\sqrt{32}-3\sqrt{18}+4\sqrt{8}$

b) $\dfrac{5-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

Câu 2: Giải phương trình

a) $\sqrt{4x^2-4x+1}=5$

b) $3\sqrt{x-2}-\sqrt{4x-8}+4\sqrt{\dfrac{9x-18}{4}}=14$

c) $\sqrt[3]{4x-1}=3$

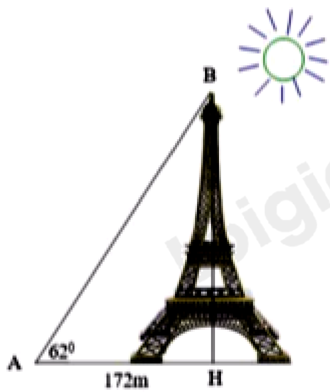
Câu 3: Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}+10}{x-4}$ (với $x\ge 0, x\ne 4$)

a) Tính giá trị của A khi x = 9.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho biểu thức P = A.B. Tìm tất cả các giá trị của x để $P\le -1$.

Câu 4: Hãy tính chiều cao của tháp Eiffel mà không cần lên tận đỉnh tháp khi biết góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là 62^0 và bóng của tháp trên mặt đất khi đó là 172m (làm tròn kết quả tới chữ số thập phân thứ nhất)



Câu 5: Cho tam giác ABC vuông tại A, có AB = 12cm, AC = 16cm. Kẻ đường cao AM. Kẻ $ME\perp AB$.

a) Tính BC, B, C.

b) Tính độ dài AM, BM.

c) Chứng minh $AE.AB=AC^2-MC^2$.

Câu 6: Chứng minh rằng nếu $xyz=1$ thì $\dfrac{1}{1+x+xy}+\dfrac{1}{1+y+yz}+\dfrac{1}{1+z+zx}=1$.

-------- **Hết** --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1: Tính

a) $\sqrt{50}+\sqrt{32}-3\sqrt{18}+4\sqrt{8}$

b) $\dfrac{5-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

Phương pháp:

Công thức khai phương căn bậc hai, trục căn thức.

Lời giải:

a) $\sqrt{50}+\sqrt{32}-3\sqrt{18}+4\sqrt{8}$

$=\sqrt{25.2}+\sqrt{16.2}-3\sqrt{9.2}+4\sqrt{4.2}$

$=5\sqrt{2}+4\sqrt{2}-9\sqrt{2}+8\sqrt{2}$

$=8\sqrt{2}$

b) $\dfrac{5-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

$=\dfrac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-2\right)}{\sqrt{5}-2}-\sqrt{5-2\sqrt{5}+1}$

$=\sqrt{5}-\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}$

$=\sqrt{5}-\left|\sqrt{5}-1\right|$

$=\sqrt{5}-\sqrt{5}+1$

$=1$

Câu 2: Giải phương trình

a) $\sqrt{4x^2-4x+1}=5$

b) $3\sqrt{x-2}-\sqrt{4x-8}+4\sqrt{\dfrac{9x-18}{4}}=14$

c) $\sqrt[3]{4x-1}=3$

Phương pháp:

a) Đưa về phương trình trị tuyệt đối chia hai trường hợp

b) Tìm điều kiện xác định, đưa các hệ số ra ngoài căn và rút gọn

c) Lập phương 2 vế của phương trình

Lời giải:

a) $\sqrt{4x^2-4x+1}=5$

$\Leftrightarrow \sqrt{(2x-1)^2}=5$

$\Leftrightarrow |2x-1|=5$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-1=5\\2x-1=-5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=6\\2x=-4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\x=-2\end{array}\right.$

Vậy $S=\{-2,3\}$

b) $3\sqrt{x-2}-\sqrt{4x-8}+4\sqrt{\dfrac{9x-18}{4}}=14$

TXĐ: $x\ge 2$

$pt \Leftrightarrow 3\sqrt{x-2}-\sqrt{4(x-2)}+4\sqrt{\dfrac{9(x-2)}{4}}=14$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x-2}-2\sqrt{x-2}+6\sqrt{x-2}=14$

$\Leftrightarrow 7\sqrt{x-2}=14$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-2}=2$

$\Leftrightarrow x-2=4$

$\Leftrightarrow x=6(tm)$

Vậy $S=\{6\}$

c) $\sqrt[3]{4x-1}=3$

TXĐ: $\forall x\in\mathbb{R}$

$pt \Leftrightarrow 4x-1=3^3$

$\Leftrightarrow 4x-1=27$

$\Leftrightarrow 4x=28$

$\Leftrightarrow x=7$

$\Rightarrow S=\{7\}$

Câu 3: Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}+10}{x-4}$ (với $x\ge 0, x\ne 4$)

a) Tính giá trị của A khi x = 9.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho biểu thức P = A.B. Tìm tất cả các giá trị của x để $P\le -1$.

Phương pháp:

a) Kiểm tra x = 9 có thỏa mãn điều kiện hay không, sau đó thay vào biểu thức A để tính.

b) Xác định mẫu thức chung, quy đồng và thực hiện các phép toán với các phân thức đại số.

c) Tính P = A.B.

Biến đổi $P\le -1 \Leftrightarrow P+1\le 0$

$\dfrac{f(x)}{g(x)}\le 0 \Leftrightarrow f(x)\ge 0, g(x)<0$ hoặc $f(x)\le 0, g(x)>0$

Lời giải:

a) Với $x=9(tmdk)$ thay vào A ta được: $A=\dfrac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-2}=\dfrac{3+2}{3-2}=\dfrac{5}{1}=5$

Vậy $x=9$ thì $A=5$.

b) $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}+10}{x-4}$

$=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}+10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\dfrac{3(\sqrt{x}-2)-(\sqrt{x}+10)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$

$=\dfrac{3\sqrt{x}-6-\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\dfrac{2\sqrt{x}-16}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$

Vậy $B=\dfrac{2\sqrt{x}-16}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$ với $x\ge 0, x\ne 4$.

c) Ta có:

$P=A.B$

$P=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}.\dfrac{2\sqrt{x}-16}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$

$P=\dfrac{2\sqrt{x}-16}{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}$

Để $P\le -1 \Leftrightarrow \dfrac{2\sqrt{x}-16}{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}\le -1$

$\Leftrightarrow \dfrac{2\sqrt{x}-16}{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}+1\le 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{2\sqrt{x}-16+x+4\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}\le 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+6\sqrt{x}-12}{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}\le 0\ (*)$

Vì $x\ge 0, x\ne 4 \Rightarrow \sqrt{x}+2\ge 2 \Rightarrow \left(\sqrt{x}+2\right)^2\ge 4>0$

Do đó $(*) \Leftrightarrow x+6\sqrt{x}-12\le 0$

$\Leftrightarrow x+6\sqrt{x}+9-21\le 0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}+3\right)^2-21\le 0$

$\Leftrightarrow -\sqrt{21}\le \sqrt{x}+3\le \sqrt{21}$

$\Leftrightarrow -\sqrt{21}-3\le \sqrt{x}\le \sqrt{21}-3$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}\le \sqrt{21}-3$

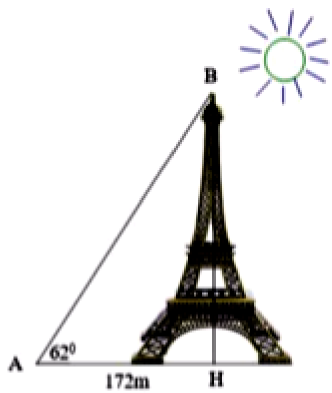
$\Leftrightarrow x\le \left(\sqrt{21}-3\right)^2$

$\Leftrightarrow x\le 30-6\sqrt{21}$

Kết hợp điều kiện: $x\ge 0, x\ne 4$ ta có $0\le x\le 30-6\sqrt{21}$.

Vậy $0\le x\le 30-6\sqrt{21}$.

Câu 4: Hãy tính chiều cao của tháp Eiffel mà không cần lên tận đỉnh tháp khi biết góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là 62^0 và bóng của tháp trên mặt đất khi đó là 172m (làm tròn kết quả tới chữ số thập phân thứ nhất)



Phương pháp:

Vận dụng định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông.

Lời giải:

Bài toán được mô tả như hình vẽ

Chiều cao của tháp Eiffel là độ dài đoạn BH

Tam giác ABH vuông tại H nên ta có

$BH = AH.\tan BAH$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow BH = 172.\tan 62^0 = 323,5m$

Vậy chiều cao của tháp Eiffel là 323,5m

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông tại A, có AB = 12cm, AC = 16cm. Kẻ đường cao AM. Kẻ $ME \perp AB.$

a) Tính $BC, B, C.$

b) Tính độ dài $AM, BM.$

c) Chứng minh $AE.AB = AC^2 - MC^2.$

Phương pháp:

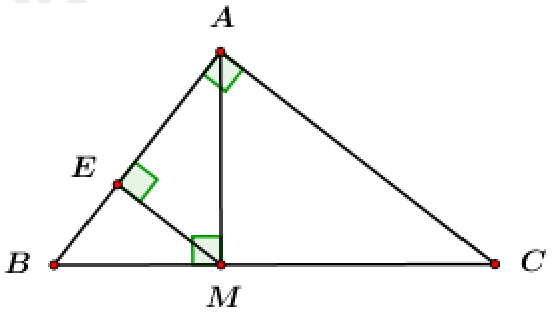
a) Sử dụng định lý Pitago để tính $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}.$

Sử dụng các công thức về tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông và định lý tổng số đo của 3 góc trong tam giác để tính số đo của $B, C.$

b) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AM ta có: $AM.BC = AB.AC$ và $AB^2 = BM.BC.$

c) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác AMB vuông tại A, có đường cao ME ta có: $AM^2 = AE.AB$ và định lý Pitago cho ΔAMC vuông tại M để chứng minh đẳng thức đề bài yêu cầu.

Lời giải:



a) Tính $BC, B, C.$

Áp dụng định lý Pitago cho ΔABC vuông tại A ta có:

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20cm.$

Xét ΔABC vuông tại A ta có:

$\sin B = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{16}{20} = 0,8 \Rightarrow B \approx 53^0.$

$\Rightarrow C = 90^0 - B = 90^0 - 53^0 = 37^0.$

b) Tính độ dài $AM, BM.$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AM ta có: $AM.BC = AB.AC$

$\Rightarrow AM = \dfrac{AB.AC}{BC} = \dfrac{12.16}{20} = 9.6(cm).$

Lại có: $AB^2 = BM.BC \Rightarrow BM = \dfrac{AB^2}{BC} = \dfrac{12^2}{20} = 7,2cm.$

Vậy $AM = 9,6cm$ và $BM = 7,2cm.$

c) Chứng minh $AE.AB = AC^2 - MC^2.$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác AMB vuông tại A, có đường cao ME ta có: $AM^2 = AE.AB$

Áp dụng định lý Pitago cho ΔAMC vuông tại M ta có: $AM^2 = AC^2 - MC^2$

$\Rightarrow AE.AB = AC^2 - MC^2 \left(= AM^2\right)(dpcm).$

Câu 6: Chứng minh rằng nếu $xyz=1$ thì $\frac{1}{1+x+xy}+\frac{1}{1+y+yz}+\frac{1}{1+z+zx}=1$.

Phương pháp:

Sử dụng linh hoạt giả thiết $xyz=1$, *chứng minh*

$$\frac{1}{1+x+xy}+\frac{1}{1+y+yz}=\frac{yz+1}{1+y+yz}$$

$$\frac{1}{1+z+zx}=\frac{y}{y+yz+1}$$

Lời giải:

$$\frac{1}{1+x+xy}+\frac{1}{1+y+yz}=\frac{1}{xyz+x+xy}+\frac{1}{1+y+yz}=\frac{xyz}{x\left(yz+1+y\right)}+\frac{1}{1+y+yz}=\frac{yz+1}{1+y+yz}$$

$$\frac{1}{1+z+zx}=\frac{xyz}{xzy+z.\left(xyz\right)+zx}=\frac{xyz}{xz\left(y+yz+1\right)}=\frac{y}{y+yz+1}$$

Suy ra : $\frac{1}{1+x+xy}+\frac{1}{1+y+yz}+\frac{1}{1+z+zx}=\frac{yz+1}{1+y+yz}+\frac{y}{y+yz+1}=\frac{1+y+yz}{1+y+yz}=1$ (đpcm)

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 12

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Câu 1: Thực hiện phép tính:

a) $4\sqrt{5}-3\sqrt{20}+\sqrt{45}$

b) $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+\dfrac{6}{\sqrt{3}}-15\sqrt{\dfrac{1}{3}}+1$

Câu 2: Giải phương trình:

a) $\sqrt{x-3}+\sqrt{9x-27}-\dfrac{1}{2}\sqrt{4x-12}=6$

b) $\sqrt{x^2-2x+1}+2=5$

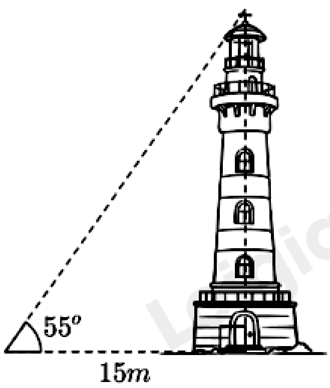
Câu 3: Cho hai biểu thức $A=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\dfrac{x+4}{x-4}-\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x\ge 0, x\ne 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 9.

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.

3) Tìm số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn $A-B<\dfrac{3}{2}$.

Câu 4: Một tòa tháp có bóng trên mất đất dài 15m, biết rằng góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là 55^0 (minh họa như hình vẽ bên dưới). Chiều cao của tòa tháp (làm tròn đến chữ số thập phân thức hai) bằng bao nhiêu?



Câu 5: Cho ΔEMF vuông tại M có đường cao MI. Vẽ $IP\perp ME\ (P\in ME)$, $IQ\perp MF\ (Q\in MF)$.

a) Cho biết $ME=4cm, \sin MFE=\dfrac{3}{4}$. Tính độ dài các đoạn EF, EI, MI.

b) Chứng minh $MP.PE+MQ.QF=MI^2$.

Câu 6: Cho 4 số thực dương *a, b, c, d* chứng minh rằng trong 4 số $a^2+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$; $b^2+\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{d}$; $c^2+\dfrac{1}{d}+\dfrac{1}{a}$; $d^2+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ tồn tại ít nhất 1 số không nhỏ hơn 3.

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1: Thực hiện phép tính:

a) $4\sqrt{5}-3\sqrt{20}+\sqrt{45}$

b) $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+\frac{6}{\sqrt{3}}-15\sqrt{\frac{1}{3}}+1$

Phương pháp:

Công thức khai phương căn bậc hai, trục căn thức.

Cách giải:

a) $4\sqrt{5}-3\sqrt{20}+\sqrt{45}$

$=4\sqrt{5}-3\sqrt{4.5}+\sqrt{9.5}$
$=4\sqrt{5}-6\sqrt{5}+3\sqrt{5}$
$=\sqrt{5}$

b) $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+\frac{6}{\sqrt{3}}-15\sqrt{\frac{1}{3}}+1$

$=\left|\sqrt{3}-1\right|+\frac{6\sqrt{3}}{3}-15\sqrt{\frac{3}{9}}+1$
$=\sqrt{3}-1+2\sqrt{3}-5\sqrt{3}+1$
$=-2\sqrt{3}$

Câu 2: Giải phương trình:

a) $\sqrt{x-3}+\sqrt{9x-27}-\frac{1}{2}\sqrt{4x-12}=6$

b) $\sqrt{x^2-2x+1}+2=5$

Phương pháp:

a) Tìm điều kiện xác định, đưa các hệ số ra ngoài căn và rút gọn

b) Dùng $\sqrt{a^2}=|a|$ để bỏ căn bậc hai và giải phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối.

Cách giải:

a) $\sqrt{x-3}+\sqrt{9x-27}-\frac{1}{2}\sqrt{4x-12}=6$

ĐKXĐ: $x\ge 3$

$$pt \Leftrightarrow \sqrt{x-3}+\sqrt{9(x-3)}-\frac{1}{2}\sqrt{4(x-3)}=6$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{x-3}+3\sqrt{x-3}-\sqrt{x-3}=6$$
$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x-3}=6$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{x-3}=2$$
$$\Leftrightarrow x-3=4$$
$$\Leftrightarrow x=7(TM)$$
$$\Rightarrow S=\{7\}$$

b) $\sqrt{x^2-2x+1}+2=5$

Đk: với mọi giá trị của x

$$pt \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2}+2=5$$
$$\Leftrightarrow |x-1|+2=5$$
$$\Leftrightarrow |x-1|=3$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=3 \\ x-1=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-2 \end{array}\right.(tm)$$
$$\Rightarrow S=\{-2,4\}$$

Câu 3: Cho hai biểu thức $A=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\dfrac{x+4}{x-4}-\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x\ge 0, x\ne 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 9.

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.

3) Tìm số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn $A-B<\dfrac{3}{2}$.

Phương pháp:

1) Kiểm tra giá trị của x có thỏa mãn điều kiện sau đó thay vào biểu thức và tính.

2) Vận dụng hằng đẳng thức $a-b=\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$ xác định mẫu thức chung của biểu thức

Quy đồng các phân thức, thực hiện các phép toán từ đó rút gọn được biểu thức.

3) Tính hiệu $A-B$. Giải bất phương trình $A-B<\dfrac{3}{2}$

Cách giải:

1) Với x = 9 thỏa mãn điều kiện, thay vào A, ta được: $A=\dfrac{3\sqrt{9}}{\sqrt{9}+2}=\dfrac{3.3}{3+2}=\dfrac{9}{5}$

Vậy với x = 9 thì $A=\dfrac{9}{5}$.

2) Với $x\ge 0, x\ne 4$, ta có:

$$B=\frac{x+4}{x-4}-\frac{2}{\sqrt{x}-2}$$

$$=\frac{x+4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{2}{\sqrt{x}-2}$$

$$=\frac{x+4-2\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{x+4-2\sqrt{x}-4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{x-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}(ĐPCM)$$

3) Ta có $A-B=\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

$$=\frac{3\sqrt{x}-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

$$=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

Để $A-B<\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}<\frac{3}{2}$

$$\Leftrightarrow\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\frac{3}{2}<0$$

$$\Leftrightarrow\frac{2.2\sqrt{x}-3\left(\sqrt{x}+2\right)}{2\left(\sqrt{x}+2\right)}<0$$

$$\Leftrightarrow\frac{4\sqrt{x}-3\sqrt{x}-6}{2\left(\sqrt{x}+2\right)}<0$$

$$\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}-6}{2\left(\sqrt{x}+2\right)}<0$$

Vì $x\ge 0,x\ne 4\Rightarrow 2\left(\sqrt{x}+2\right)>0$

Do đó, $\sqrt{x}-6<0\Leftrightarrow\sqrt{x}<6\Leftrightarrow x<36$

Kết hợp điều kiện: $x\ge 0,x\ne 4\ \Rightarrow 0\le x<36,x\ne 4$.

Mà x là số nguyên dương lớn nhất nên x = 35

Vậy $x = 35$.

Câu 4: Một tòa tháp có bóng trên mất đất dài 15m, biết rằng góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là 55^0 (minh họa như hình vẽ bên dưới). Chiều cao của tòa tháp (làm tròn đến chữ số thập phân thức hai) bằng bao nhiêu?

Phương pháp:

Vận dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông.

Cách giải:

Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông, ta có: $= 15.\tan 55^0 \approx 21,42m$

Câu 5: Cho ΔEMF vuông tại M có đường cao MI. Vẽ $IP \perp ME \left(P \in ME\right)$, $IQ \perp MF \left(Q \in MF\right)$.

a) Cho biết $ME = 4cm, \sin MFE = \dfrac{3}{4}$. Tính độ dài các đoạn EF, EI, MI.

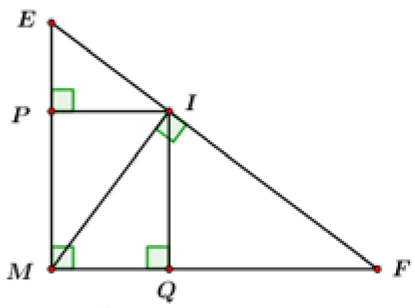
b) Chứng minh $MP.PE + MQ.QF = MI^2$.

Phương pháp:

a) Sử dụng hệ thức liên hệ giữa cạnh và góc trong tam giác vuông để tính độ dài các cạnh EF, EI, MI.

b) Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để chứng minh đẳng thức.

Cách giải:



a) Cho biết $ME = 4cm, \sin MFE = \dfrac{3}{4}$. ***Tính độ dài các đoạn*** EF, EI, MI.

Xét ΔMEF vuông tại M ta có: $EF = \dfrac{ME}{\sin MFE} = \dfrac{4}{\frac{3}{4}} = \dfrac{16}{3}cm.$

$$\Rightarrow MF = \sqrt{EF^2 - ME^2} = \sqrt{\left(\frac{16}{3}\right)^2 - 4^2} = \sqrt{\frac{112}{9}} = \frac{4\sqrt{7}}{3}cm.$$

Xét ΔMIF vuông tại I ta có: $MI = MF.\sin MFE = \dfrac{4\sqrt{7}}{3}.\dfrac{3}{4} = \sqrt{7}\,cm.$

Áp dụng định lý Pitago trong ΔMIE vuông tại I ta có:

$$EI = \sqrt{ME^2 - MI^2} = \sqrt{4^2 - \left(\sqrt{7}\right)^2} = \sqrt{9} = 3cm.$$

Vậy $EF = \dfrac{16}{3}cm, EI = 3cm, MI = \sqrt{7}\,cm.$

b) Chứng minh $MP.PE + MQ.QF = MI^2$.

Theo đề bài ta có: $\begin{cases} IP \perp ME = \{P\} \\ IQ \perp MF = \{Q\} \end{cases}$

Xét tứ giác MPIQ ta có: $IPM = PMQ = MQI = 90^0$

$\Rightarrow MPIQ$ là hình chữ nhật (dhnb).

$\Rightarrow \begin{cases} MP = IQ \\ PI = MQ \end{cases}$ (tính chất hình chữ nhật).

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔMEI vuông tại I có đường cao IP ta có: $IP^2 = MP.PE$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔMFI vuông tại I có đường cao IQ ta có: $IQ^2 = MQ.QF$.

$\Rightarrow MP^2 = IQ^2 = MQ.QF$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔMPI ta có:

$MI^2 = MP^2 + PI^2 = MP.PE + MQ.QF \ (dpcm)$.

Câu 6: Cho 4 số thực dương *a, b, c, d* chứng mình rằng trong 4 số $a^2 + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$; $b^2 + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}$;

$c^2 + \frac{1}{d} + \frac{1}{a}; d^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ tồn tại ít nhất 1 số không nhỏ hơn 3.

Phương pháp:

Chứng minh bằng phản chứng

Cách giải:

Giả sử bốn số $a^2 + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}; b^2 + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}; c^2 + \frac{1}{d} + \frac{1}{a}; d^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ đều nhỏ hơn 3

Suy ra $a^2 + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + b^2 + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + c^2 + \frac{1}{d} + \frac{1}{a} + d^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < 12 \quad (1)$

Ta lại có

$a^2 + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + b^2 + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + c^2 + \frac{1}{d} + \frac{1}{a} + d^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} + \frac{2}{d}$

$a^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{a} \geq 3\sqrt[3]{a^2.\frac{1}{a}.\frac{1}{a}} = 3 \left(BDT\ Co-si\right)$

Tương tự với b; c; d

Suy ra $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} + \frac{2}{d} \geq 3.4 = 12 \left(2\right)$

Từ (1) và (2) suy ra vô lý

Vậy tồn tại ít nhất 1 số không nhỏ hơn 3 (đpcm).

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 13

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Phần I: Trắc nghiệm (3 điểm).

Câu 1: Giá trị của biểu thức $P=\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}$ là

A. 10. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\sqrt{x}-1=3$ là

A. 8. **B.** 9. **C.** 16. **D.** 11.

Câu 3: Rút gọn biểu thức $\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\frac{2}{\sqrt{3}+1}$ thu được kết quả là

A. 0. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $-2\sqrt{3}$.

Câu 4: Điều kiện xác định của $\sqrt{2022-2023x}$ là

A. $x\ge\frac{2022}{2023}$. **B.** $x\le\frac{2022}{2023}$. **C.** $x\ge\frac{2023}{2022}$. **D.** $x\le\frac{2023}{2022}$.

Câu 5: Cho ΔABC vuông tại A có $AB=6\text{cm}, AC=8\text{cm}$. Độ dài đường cao AH bằng

A. $\frac{5}{24}\text{cm}$. **B.** $4,8\text{cm}$. **C.** $23,04\text{cm}$. **D.** 10cm.

Câu 6: Cho ΔABC vuông tại A, có $AB=3, AC=4$. Khi đó tanB bằng

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Phần II. Tự luận (7 điểm):

Câu 7: (1,5d) Thực hiện phép tính:

a) $(3\sqrt{5}-2\sqrt{3})\cdot\sqrt{5}+\sqrt{60}$.

b) $\sqrt{125}-4\sqrt{45}+3\sqrt{20}+\sqrt{80}$.

Câu 8: (1,5đ) Giải phương trình:

a) $\sqrt{4x+20}+\sqrt{x+5}-\frac{1}{3}\sqrt{9x+45}=4$;

b) $\frac{2\sqrt{x}-7}{3}+\sqrt{x}-\frac{3\sqrt{x}-5}{2}=1$

Câu 9: (2đ) Cho biểu thức $A=\frac{a^2+\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}+1}-\frac{2a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}}+1$ với $a>0$,

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm a để $A=2$.

c) Tìm a để A đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 10: (2đ) Cho ΔABC vuông tại A có $B=30^0, AB=6\text{cm}$.

a) Giải ΔABC.

b) Vẽ đường cao AH và trung tuyến AM của ΔABC. Tính diện tích ΔAHM.

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm

1.A	2.C	3.B	4.B	5.B	6.C

Câu 1: Giá trị của biểu thức $P = \sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$ là

A. 10 . **B.** 5 . **C.** 6 . **D.** 8 .

Phương pháp:

Công thức khai phương căn bậc hai, trục căn thức.

Lời giải:

$P = \sqrt{5}.\sqrt{20} = \sqrt{5.20} = \sqrt{100} = 10$

Đáp án A.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\sqrt{x} - 1 = 3$ là

A. 8 . **B.** 9 . **C.** 16 . **D.** 11 .

Phương pháp:

Bình phương 2 vế

Lời giải:

$\sqrt{x} - 1 = 3\left(ĐK: x \ge 0\right)$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 16$

Đáp án C.

Câu 3: Rút gọn biểu thức $\dfrac{2}{\sqrt{3}-1} - \dfrac{2}{\sqrt{3}+1}$ thu được kết quả là

A. 0 . **B.** 2 . **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $-2\sqrt{3}$.

Phương pháp:

Trục căn thức và rút gọn.

Lời giải:

$$\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2\left(\sqrt{3}+1\right) - 2\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)} = \frac{4}{3-1} = 2$$

Đáp án B.

Câu 4: Điều kiện xác định của $\sqrt{2022 - 2023x}$ là

A. $x \ge \dfrac{2022}{2023}$. **B.** $x \le \dfrac{2022}{2023}$. **C.** $x \ge \dfrac{2023}{2022}$. **D.** $x \le \dfrac{2023}{2022}$.

Phương pháp:

$\sqrt{A}$ xác định khi $A \ge 0$

Lời giải:

$\sqrt{2022-2023x}$ xác định khi $2022-2023x\geq 0\Leftrightarrow x\leq \dfrac{2022}{2023}$

Đáp án B.

Câu 5: Cho ΔABC vuông tại A có $AB=6\text{cm}, AC=8\text{cm}$. Độ dài đường cao AH bằng

A. $\dfrac{5}{24}\text{cm}$. **B.** $4,8\text{cm}$. **C.** $23,04\text{cm}$. **D.** 10cm.

Phương pháp:

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông

Lời giải:

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}\Leftrightarrow \frac{1}{AH^2}=\frac{1}{6^2}+\frac{1}{8^2}=\frac{25}{576}\Rightarrow AH=\frac{24}{5}=4,8cm$$

Đáp án B.

Câu 6: Cho ΔABC vuông tại A, có $AB=3, AC=4$. Khi đó tanB bằng

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{5}$.

Phương pháp:

Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn

Lời giải:

Ta có $\tan B=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{4}{3}$

Đáp án C.

Phần II: Tự luận

Câu 7: (1,5d) Thực hiện phép tính:

a) $(3\sqrt{5}-2\sqrt{3})\cdot\sqrt{5}+\sqrt{60}$.

b) $\sqrt{125}-4\sqrt{45}+3\sqrt{20}+\sqrt{80}$.

Phương pháp:

Công thức khai phương căn bậc hai, trục căn thức.

Lời giải:

a) $(3\sqrt{5}-2\sqrt{3})\cdot\sqrt{5}+\sqrt{60}=3\sqrt{5.5}-2\sqrt{3.5}+\sqrt{4.15}=3.5-2\sqrt{15}+2\sqrt{15}=15$

b) $\sqrt{125}-4\sqrt{45}+3\sqrt{20}+\sqrt{80}=5\sqrt{5}-12\sqrt{5}+6\sqrt{5}+4\sqrt{5}=3\sqrt{5}$

Câu 8: (1,5đ) Giải phương trình:

a) $\sqrt{4x+20}+\sqrt{x+5}-\dfrac{1}{3}\sqrt{9x+45}=4$;

b) $\dfrac{2\sqrt{x}-7}{3}+\sqrt{x}-\dfrac{3\sqrt{x}-5}{2}=1$

Phương pháp:

a) Tìm điều kiện xác định, đưa các hệ số ra ngoài căn và rút gọn

b) Quy đồng bỏ mẫu và rút gọn, giải phương trình

Lời giải:

a) ĐKXĐ: $x \ge -5$

Khi đó $\sqrt{4x+20}+\sqrt{x+5}-\frac{1}{3}\sqrt{9x+45}=4$

$\Leftrightarrow \sqrt{4(x+5)}+\sqrt{x+5}-\frac{1}{3}\sqrt{9(x+5)}=4 \Leftrightarrow 2\sqrt{x+5}+\sqrt{x+5}-\frac{1}{3}\cdot 3\sqrt{x+5}=4$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x+5}+\sqrt{x+5}-\sqrt{x+5}=4 \Leftrightarrow \sqrt{x+5}=2 \Leftrightarrow x+5=4$

$\Leftrightarrow x=-1$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy phương trình có nghiệm là $x=-1$

b) ĐKXĐ: $x \ge 0$

Khi đó $\frac{2\sqrt{x}-7}{3}+\sqrt{x}-\frac{3\sqrt{x}-5}{2}=1 \Leftrightarrow 2(2\sqrt{x}-7)+6\sqrt{x}-3(3\sqrt{x}-5)=6$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{x}-14+6\sqrt{x}-9\sqrt{x}+15=6 \Leftrightarrow \sqrt{x}=5 \Leftrightarrow x=25$ (thỏa mãn)

Vây phương trình có nghiệm là $x=25$

Câu 9: (2đ) Cho biểu thức $A=\frac{a^2+\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}+1}-\frac{2a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}}+1$ với $a>0$,

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm a để $A=2$.

c) Tìm a để A đạt giá trị nhỏ nhất.

Phương pháp:

a) Rút gọn các phân thức rồi rút gọn biểu thức.

b) Giải phương trình $A=2$ tìm a

c) Áp dụng hằng đẳng thức.

Lời giải:

a) Với $a>0$ ta có:

$$A=\frac{a^2+\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}+1}-\frac{2a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}}+1$$
$$=\frac{\sqrt{a}\left(\sqrt{a^3}+1\right)}{a-\sqrt{a}+1}-\frac{\sqrt{a}(2\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}}+1$$
$$=\frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)(a-\sqrt{a}+1)}{a-\sqrt{a}+1}-(2\sqrt{a}+1)+1$$
$$=\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)-2\sqrt{a}-1+1$$
$$=a+\sqrt{a}-2\sqrt{a}$$
$$=a-\sqrt{a}$$

Vậy với $a>0$ thì $A=a-\sqrt{a}$.

b) Để $A=2$ thì $a-\sqrt{a}=2\Leftrightarrow a-\sqrt{a}-2=0\Leftrightarrow a+\sqrt{a}-2\sqrt{a}-2=0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a}(\sqrt{a}+1)-2(\sqrt{a}+1)=0$$
$$\Leftrightarrow (\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-2)=0$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{a}-2=0(\text{ do } \sqrt{a}+1>0)$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{a}=2\Leftrightarrow a=4(TM)$$

Vậy $a=4$.

c) $A=a-\sqrt{a}$
$$=a-2\sqrt{a}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}$$
$$=\left(\sqrt{a}-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\ge-\frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow A_{\min}=-\frac{1}{4}\Leftrightarrow\sqrt{a}-\frac{1}{2}=0\Leftrightarrow\sqrt{a}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow a=\frac{1}{4}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $-\frac{1}{4}$, đạt được khi $a=\frac{1}{4}$.

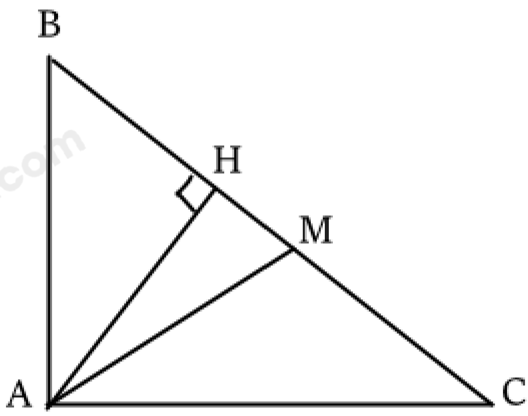
Câu 10: (2đ) Cho ΔABC vuông tại A có $B=30^0, AB=6\,\text{cm}$.

a) Giải ΔABC.

b) Vẽ đường cao AH và trung tuyến AM của ΔABC. Tính diện tích ΔAHM.

Phương pháp:

Áp dụng tỉ số lượng giác góc nhọn $\sin, \cos, \tan, \cot$.



Lời giải:

a) Ta có $C=90^0-B=90^0-30^0=60^0$

Xét ΔABC vuông tại A, đường cao AH. Ta có :

$$AC=AB.\tan B=6.\tan 30^0=2\sqrt{3}\,\text{cm}$$
$$BC=\frac{AB}{\cos B}=\frac{6}{\cos 30^0}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$$

b) Xét ΔABH, ta có

$AH = AB.\sin B = 6.\sin 30^0 = 6\cdot\frac{1}{2} = 3\text{cm}$

$HB = AB.\cos B = 6.\cos 30^0 = 6\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\text{cm}$

$MB = \frac{BC}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}\text{cm}$

$HM = HB - MB = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}\text{cm}$

Diện tích ΔAHM là: $S_{\Delta AHM} = \frac{AH\cdot HM}{2} = \frac{3\cdot\sqrt{3}}{2} \approx 2,6\text{cm}^2$

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 14

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Phần I: Trắc nghiệm

Câu 1: Kết quả của phép tính $\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}-1}+2\sqrt{3}$ bằng:

A. $-3\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $-\sqrt{3}$.

Câu 2: Căn bậc hai số học của 4 là:

A. 2 **B.** 2 và -2 **C.** 16 **D.** 16 và -16

Câu 3: Các căn bậc hai của $\sqrt{16}$ là:

A. – 4 **B.** 4 **C.** -4 **D.** - 2

Câu 4: Căn bậc ba của (-27) là:

A. 3 **B.** -3 **C.** 3 và -3 **D.** 9 và -9

Câu 5: Với $\sqrt{16x}-\sqrt{25x}=-3$ khi đó x bằng:

A. 3 **B.** 0 **C.** -9 **D.** 9

Câu 6: Điều kiện xác định của căn thức : $\sqrt{6+2x}$ là:

A. $x\le 3$ **B.** $x\ge 0$ **C.** $x\ge -3$ **D.** $x\le 6$

Câu 7: Với $x>0$ biểu thức $\sqrt{(3-2x)^2}$ bằng

A. $3-2x$. **B.** $2x-3$. **C.** $3-2x$ hoặc $2x-3$. **D.** $3-2x$ và $2x-3$

Câu 8: Phép tính nào có kết quả đúng:

A. $\sqrt{100}=\pm 10$ **B.** $\sqrt{1}+\sqrt{2}=\sqrt{3}$ **C.** $\sqrt{9}-\sqrt{4}=\sqrt{5}$ **D.** $\sqrt{10}:\sqrt{2}=\sqrt{5}$

Câu 9: Biểu thức $\sqrt{(3-\sqrt{5})^2}$ sau khi bỏ dấu căn là:

A. $3-\sqrt{5}$ **B.** $\sqrt{5}+3$ **C.** $2\sqrt{5}$ **D.** $\sqrt{5}-3$

Câu 10: Kết quả so sánh 3 và $\sqrt{10}$ là:

A. $3\le\sqrt{10}$ **B.** $3<\sqrt{10}$ **C.** $3\ge\sqrt{10}$ **D.** $3>\sqrt{10}$

Câu 11: Rút gọn biểu thức $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ là:

A. $\sqrt{2}+1$ **B.** $\sqrt{2}-1$ **C.** $-\sqrt{2}$ **D.** $\sqrt{2}$

Câu 12. Tam giác MNP vuông tại M , khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $MP=NP.\sin N$. **B.** $MP=NP.\sin P$. **C.** $MP=NP.\cos N$. **D.** $MP=MN.\cot N$.

Câu 13: Một cột điện cao 5m có bóng trên mặt đất dài 4m. Khi đó phương tia nắng tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng (làm tròn đến phút)

A. $38^\circ 40'$. **B.** $53^0 8'$. **C.** $36^\circ 52'$. **D.** $51^0 20'$.

Câu 14: Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao $\text{AH}, \text{Sin B}$ bằng

A. $\frac{AH}{AC}$ **B.** $\frac{AH}{AB}$ **C.** $\frac{AB}{BC}$ **D.** $\frac{AH}{BC}$

Câu 15. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\text{AB} = 6\text{cm}; \text{AC} = 8\text{cm}$. Khi đó AH bằng

A. 7cm **B.** $3,5\text{cm}$ **C.** $4,8\text{cm}$ **D.** $5,2\text{cm}$

Phần II. Tự luận

Câu 1:

a) Thực hiện phép tính và thu gọn các biểu thức sau:

$A = (3\sqrt{18} + \sqrt{6} - 2\sqrt{32})\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

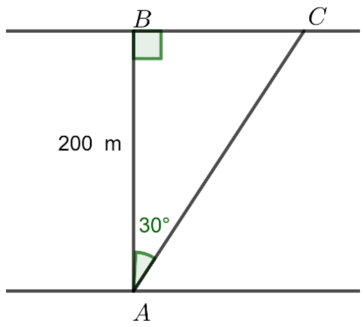
$B = \left(\frac{4}{1-\sqrt{5}} + \frac{1}{2+\sqrt{5}} - \frac{4}{3-\sqrt{5}}\right) \cdot (\sqrt{5} - 6)$

b) Giải phương trình $\sqrt{9x-45} - 14\sqrt{\frac{x-5}{49}} + \frac{1}{4}\sqrt{4x-20} = 3$

Câu 2: Với $x \geq 0, x \neq 9$. Cho hai biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 3}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9}$.

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 49$.
2. Rút gọn biểu thức B.
3. Tìm x để $\frac{B}{A-1} < \frac{-1}{3}$.

Câu 3: Một khúc sông rộng 200m. Một chiếc xuồng máy dự định chèo vuông góc với bờ sông để sang bờ bên kia (từ A đến B) nhưng bị dòng nước đẩy xiên đi một góc 30 độ (đến C). Hỏi chiếc xuồng máy đã phải đi một quãng đường dài hơn so với dự định là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4: Cho hình vuông ABCD và điểm E nằm trên cạnh BC biết $AB = 4cm$, $BE = \frac{3}{4}BC$. Tia Ax vuông góc với AE tại A cắt tia CD tại F.

a) Tính diện tích tam giác AEF.

b) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng EF, tia AI cắt cạnh CD tại K. Chứng minh $AE^2 = KF.CF$.

Câu 5: (0,5 điểm) Cho x là số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau: $M = x^2 + \frac{9}{x} - 5x + 2011$.

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm

1.B	2.A	3.B	4.B	5.D
6.C	7.C	8.C	9.A	10.B
11.A	12.A	13.D	14.B	15.C

Câu 1: Kết quả của phép tính $\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}-1}+2\sqrt{3}$ bằng:

A. $-3\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $-\sqrt{3}$.

Lời giải:

$$\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}-1}+2\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}\left(1-\sqrt{3}\right)}{\sqrt{3}-1}+2\sqrt{3}=-\sqrt{3}+2\sqrt{3}=\sqrt{3}$$

Chọn B.

Câu 2: Căn bậc hai số học của 4 là:

A. 2 **B.** 2 và -2 **C.** 16 **D.** 16 và -16

Lời giải:

Căn bậc hai số học của 4 là $\sqrt{4}=2$

Chọn A.

Câu 3: Các căn bậc hai của $\sqrt{16}$ là:

A. – 4 **B.** 4 **C.** -4 **D.** - 2

Lời giải:

Các căn bậc hai của $\sqrt{16}$ hay các căn bậc hai của 4 là 2 và -2

Chọn B.

Câu 4: Căn bậc ba của (-27) là:

A. 3 **B.** -3 **C.** 3 và -3 **D.** 9 và -9

Lời giải:

Căn bậc ba của (-27) là $\sqrt[3]{-27}=-3$

Chọn B.

Câu 5: Với $\sqrt{16x}-\sqrt{25x}=-3$ khi đó x bằng:

A. 3 **B.** 0 **C.** -9 **D.** 9

Lời giải:

$\sqrt{16x}-\sqrt{25x}=-3\left(dk: x\ge 0\right)$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{x}-5\sqrt{x}=-3$

$\Leftrightarrow -\sqrt{x}=-3$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}=3 \Leftrightarrow x=9$

Chọn D.

Câu 6: Điều kiện xác định của căn thức : $\sqrt{6+2x}$ là:

A. $x\le 3$ **B.** $x\ge 0$ **C.** $x\ge -3$ **D.** $x\le 6$

Lời giải:

$\sqrt{6+2x}$ xác định khi $6+2x\ge 0 \Leftrightarrow x\ge -3$

Chọn C.

Câu 7: Với $x>0$ biểu thức $\sqrt{(3-2x)^2}$ bằng

A. $3-2x$. **B.** $2x-3$. **C.** $3-2x$ hoăc $2x-3$. **D.** $3-2x$ và $2x-3$

Lời giải:

$$\sqrt{(3-2x)^2}=|3-2x|=\begin{cases}3-2x \; khi \; x\le \dfrac{3}{2}\\ 2x-3 \; khi \; x>\dfrac{3}{2}\end{cases}$$

Chọn C.

Câu 8: Phép tính nào có kết quả đúng:

A. $\sqrt{100}=\pm 10$ **B.** $\sqrt{1}+\sqrt{2}=\sqrt{3}$ **C.** $\sqrt{9}-\sqrt{4}=\sqrt{5}$ **D.** $\sqrt{10}:\sqrt{2}=\sqrt{5}$

Lời giải:

$\sqrt{100}=10$ nên A sai

$\sqrt{1}+\sqrt{2}=1+\sqrt{2}$ nên B sai

$\sqrt{9}-\sqrt{4}=3-2=1$ nên C sai

$\sqrt{10}:\sqrt{2}=\sqrt{5}$ đúng

Chọn C.

Câu 9: Biểu thức $\sqrt{(3-\sqrt{5})^2}$ sau khi bỏ dấu căn là:

A. $3-\sqrt{5}$ **B.** $\sqrt{5}+3$ **C.** $2\sqrt{5}$ **D.** $\sqrt{5}-3$

Lời giải:

$$\sqrt{(3-\sqrt{5})^2}=\left|3-\sqrt{5}\right|=3-\sqrt{5}$$

Chọn A.

Câu 10: Kết quả so sánh 3 và $\sqrt{10}$ là:

A. $3\le\sqrt{10}$ **B.** $3<\sqrt{10}$ **C.** $3\ge\sqrt{10}$ **D.** $3>\sqrt{10}$

Lời giải:

$$9<10\Rightarrow\sqrt{9}<\sqrt{10}\Leftrightarrow 3<\sqrt{10}$$

Chọn B.

Câu 11: Rút gọn biểu thức $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ là:

A. $\sqrt{2}+1$ **B.** $\sqrt{2}-1$ **C.** $-\sqrt{2}$ **D.** $\sqrt{2}$

Lời giải:

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}=\frac{\sqrt{2}+1}{2-1}=\sqrt{2}+1$$

Chọn A.

Câu 12. Tam giác MNP vuông tại M , khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $MP=NP.\sin N$. **B.** $MP=NP.\sin P$. **C.** $MP=NP.\cos N$. **D.** $MP=MN.\cot N$.

Lời giải:

$$MP=NP.\sin N=NP.\cos P$$

Chọn A.

Câu 13: Một cột điện cao $5m$ có bóng trên mặt đất dài $4m$. Khi đó phương tia nắng tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng (làm tròn đến phút)

A. $38^\circ 40'$. **B.** $53^0 8'$. **C.** $36^\circ 52'$. **D.** $51^0 20'$.

Lời giải:

$$\tan\alpha = \frac{5}{4} \Rightarrow \alpha = 51,20^0$$

Chọn D.

Câu 14: Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao $AH, \operatorname{Sin} B$ bằng

A. $\frac{AH}{AC}$ **B.** $\frac{AH}{AB}$ **C.** $\frac{AB}{BC}$ **D.** $\frac{AH}{BC}$

Lời giải:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{AH}{AB}$$

Chọn B.

Câu 15. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6cm; AC = 8cm$. Khi đó AH bằng

A. $7cm$ **B.** $3,5cm$ **C.** $4,8cm$ **D.** $5,2cm$

Lời giải:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} \Rightarrow AH = 4,8$$

Chọn C.

Phần II: Tự luận

Câu 1:

a) Thực hiện phép tính và thu gọn các biểu thức sau:

$$A = (3\sqrt{18} + \sqrt{6} - 2\sqrt{32})\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$

$$B = \left(\frac{4}{1-\sqrt{5}} + \frac{1}{2+\sqrt{5}} - \frac{4}{3-\sqrt{5}}\right) \cdot (\sqrt{5} - 6)$$

b) Giải phương trình $\sqrt{9x-45} - 14\sqrt{\frac{x-5}{49}} + \frac{1}{4}\sqrt{4x-20} = 3$

Phương pháp:

a) Công thức khai phương căn bậc hai, trục căn thức.

b) Tìm điều kiện xác định, đưa các hệ số ra ngoài căn và rút gọn

Lời giải:

a) $A = (3\sqrt{18} + \sqrt{6} - 2\sqrt{32})\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

$= \left(3\sqrt{9.2} + \sqrt{6} - 2\sqrt{16.2}\right)\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

$= \left(9\sqrt{2} + \sqrt{6} - 8\sqrt{2}\right)\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

$= \left(\sqrt{2} + \sqrt{6}\right).\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

$= 2 + \sqrt{12} - 2\sqrt{3}$

$= 2 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2$

$$B=\left(\frac{4}{1-\sqrt{5}}+\frac{1}{2+\sqrt{5}}-\frac{4}{3-\sqrt{5}}\right)\cdot(\sqrt{5}-6)$$

$$=\left(\frac{4\left(1+\sqrt{5}\right)}{\left(1-\sqrt{5}\right)\left(1+\sqrt{5}\right)}+\frac{\left(2-\sqrt{5}\right)}{\left(2+\sqrt{5}\right)\left(2-\sqrt{5}\right)}-\frac{4\left(3+\sqrt{5}\right)}{\left(3-\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{5}\right)}\right)\cdot\left(\sqrt{5}-6\right)$$

$$=\left(\frac{4\left(1+\sqrt{5}\right)}{-4}+\frac{\left(2-\sqrt{5}\right)}{-1}-\frac{4\left(3+\sqrt{5}\right)}{4}\right)\cdot\left(\sqrt{5}-6\right)$$

$$=\left(-1-\sqrt{5}-2+\sqrt{5}-3-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5}-6\right)$$

$$=\left(-6-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5}-6\right)$$

$$=\left(6+\sqrt{5}\right)\left(6-\sqrt{5}\right)$$

$$=36-5=31$$

b) Giải phương trình $\sqrt{9x-45}-14\sqrt{\frac{x-5}{49}}+\frac{1}{4}\sqrt{4x-20}=3$

ĐKXĐ: $x\ge 5$

$$pt\Leftrightarrow\sqrt{9x-45}-14\sqrt{\frac{x-5}{49}}+\frac{1}{4}\sqrt{4x-20}=3$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{9\left(x-5\right)}-14.\frac{1}{7}\sqrt{x-5}+\frac{1}{4}.\sqrt{4\left(x-5\right)}=3$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x-5}-2\sqrt{x-5}+\frac{1}{2}\sqrt{x-5}=3$$

$$\Leftrightarrow\frac{3}{2}\sqrt{x-5}=3$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{x-5}=2$$

$$\Leftrightarrow x-5=4$$

$$\Leftrightarrow x=9\left(tm\right)$$

$$\Rightarrow S=\left\{9\right\}$$

Câu 2: Với $x\ge 0, x\ne 9$. Cho hai biểu thức $A=\frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{3x+3}{x-9}$.

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=49$.
2. Rút gọn biểu thức B.
3. Tìm x để $\frac{B}{A-1}<\frac{-1}{3}$.

Lời giải:

Với $x\ge 0, x\ne 9$.

Cho hai biểu thức $A=\frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{3x+3}{x-9}$.

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=49$**.**

Thay $x=49$ vào biểu thức A ta có $A=\dfrac{2\sqrt{49}-2}{\sqrt{49}-3}=\dfrac{2.7-2}{7-3}=\dfrac{12}{4}=3$.

2. Rút gọn biểu thức B.

$$B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{3x+3}{x-9}$$

$$B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{3x+3}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)+\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)-\left(3x+3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{2x-6\sqrt{x}+x+3\sqrt{x}-3x-3}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{-3\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{-3\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

3. Tìm x ***để*** $\dfrac{B}{A-1}<\dfrac{-1}{3}$**.**

$$\frac{B}{A-1}=\frac{-3\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}:\left(\frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}-1\right)$$

$$\frac{B}{A-1}=\frac{-3\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}:\frac{2\sqrt{x}-2-\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$$

$$\frac{B}{A-1}=\frac{-3\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$

$$\frac{B}{A-1}=\frac{-3\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}.\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$$

$$\frac{B}{A-1}=\frac{-3}{\sqrt{x}+3}$$

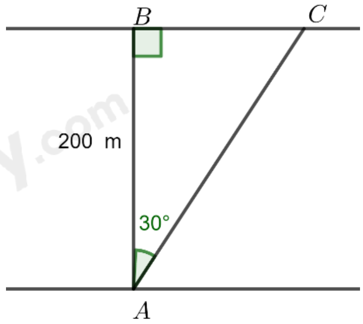
$$\frac{B}{A-1}<-\frac{1}{3}\Leftrightarrow\frac{-3}{\sqrt{x}+3}+\frac{1}{3}<0$$

$$\Leftrightarrow\frac{-9+\sqrt{x}+3}{3\left(\sqrt{x}+3\right)}<0\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}-6}{3\left(\sqrt{x}+3\right)}<0$$

Ta có $x\ge 0\Rightarrow\sqrt{x}\ge 0\Rightarrow 3\left(\sqrt{x}+3\right)>0$

Để $\dfrac{\sqrt{x}-6}{3\left(\sqrt{x}+3\right)}<0$ thì $\sqrt{x}-6<0\Leftrightarrow\sqrt{x}<6\Leftrightarrow x<36$.

Kết hợp điều kiện: $\begin{cases} 0 \le x < 36 \\ x \ne 9 \end{cases}$.

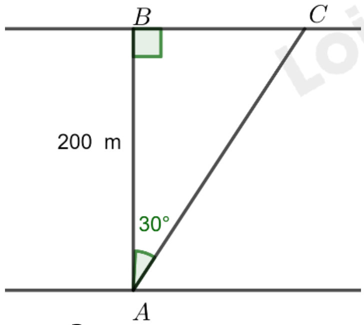


Câu 3: Một khúc sông rộng 200m. Một chiếc xuồng máy dự định chèo vuông góc với bờ sông để sang bờ bên kia (từ A đến B) nhưng bị dòng nước đẩy xiên đi một góc 30 độ (đến C). Hỏi chiếc xuồng máy đã phải đi một quãng đường dài hơn so với dự định là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị).

Phương pháp:

Dựa vào công thức lượng giác $\cos\alpha = \dfrac{ck}{ch}$ (ck là cạnh góc vuông kề góc α, ch là cạnh huyền của tam giác vuông) để tính AC.

Lời giải:



Xét tam giác vuông ABC có:

$$\cos A = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow \cos 30^0 = \frac{200}{AC} \Leftrightarrow AC = 200 : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{400}{\sqrt{3}} \approx 231$$

Vậy chiếc xuồng máy phải đi một quãng đường dài hơn so với dự định là $231 - 200 = 31\,(m)$.

Câu 4: Cho hình vuông ABCD và điểm E nằm trên cạnh BC biết $AB = 4cm$, $BE = \dfrac{3}{4}BC$. Tia Ax vuông góc với AE tại A cắt tia CD tại F.

a) Tính diện tích tam giác AEF.

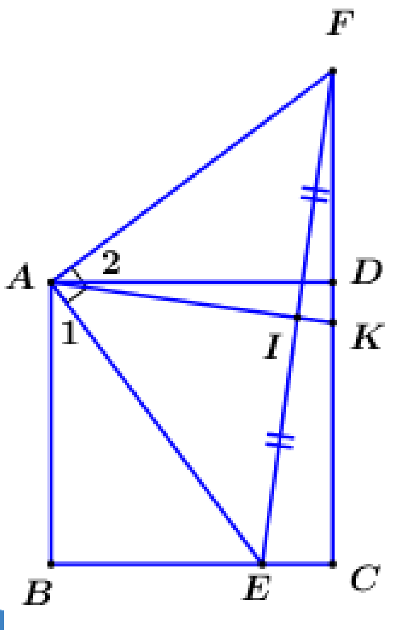
b) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng EF, tia AI cắt cạnh CD tại K. Chứng minh $AE^2 = KF.CF$.

Phương pháp:

a) ΔAEF vuông tại cân $A \Rightarrow AF = AE$, tính AE bằng cách sử dụng định lí Pytago trong tam giác vuông ABE

b) $\Delta FIK \backsim \Delta FCE(g.g)$ suy ra các tỉ lệ thức tương ứng, kết hợp với $AF = AE$

Lời giải:



a) Ta có: $\begin{cases} A_1 + EAD = BAD = 90^0 \\ EAD + A_2 = EAF = 90^0 \end{cases} \Rightarrow A_1 = A_2$

Xét ΔABE và ΔADF có:

$ABE = ADF = 90^0$

$A_1 = A_2\,(cmt)$

$AB = AD\,(gt)$

$\Rightarrow \Delta ABE = \Delta ADF$ (cạnh góc vuông – góc nhọn kề)

$\Rightarrow AE = AF$ (2 cạnh tương ứng).

Theo Giải Câu ra ta có $BE = \frac{3}{4}BC = \frac{3}{4}.4 = 3(cm)$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông ABE ta có

$$AE^2 = AB^2 + BE^2$$
$$\Rightarrow AE^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$
$$\Rightarrow AE = \sqrt{25} = 5(cm) = AF$$

Vậy $S_{\Delta AEF} = \frac{1}{2}AE.AF = \frac{1}{2}.5.5 = \frac{25}{2}(cm^2)$.

b) Ta có $AE = AF\,(cmt) \Rightarrow \Delta AEF$ cân tại A.

Lại có AI là đường trung tuyến nên đồng thời là đường cao $\Rightarrow AI \perp EF$.

Xét ΔFIK và ΔFCE có:

$$FIK = FCE = 90^0$$
$$EFC\ chung$$
$$\Rightarrow \Delta FIK \backsim \Delta FCE(g.g)$$

$\Rightarrow \frac{KF}{EF} = \frac{IF}{CF}$ (2 cạnh tương ứng) $\Rightarrow KF.CF = EF.IF\ (1)$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AEF, đường cao AI ta có: $AF^2 = EF.IF = AE^2\ (2)$

Từ (1) và (2) ta có $AE^2 = KF.CF$ (đpcm).

Câu 5: (0,5 điểm) Cho x là số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau: $M = x^2 + \frac{9}{x} - 5x + 2011.$

Phương pháp:

Biến đổi dùng hằng đẳng thức và bất đẳng thức Cosi

Lời giải:

$$M = x^2 + \frac{9}{x} - 5x + 2011.(\ x > 0)$$
$$M = (x^2 - 6x + 9) + \left(x + \frac{9}{x}\right) + 2002$$
$$M = (x-3)^2 + \left(x + \frac{9}{x}\right) + 2002$$
$$M \ge 0 + 2\sqrt{x \cdot \frac{9}{x}} + 2002 = 2.3 + 2002$$
$$M \ge 2008$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x - 3 = 0 \\ x = \frac{9}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \pm 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3(\text{ tmdk})$

Vậy GTNN của M là 2008 khi và chỉ khi $x = 3$

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 15

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Câu 1: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\sqrt{(3-\sqrt{5})^2}+\frac{3}{4}\sqrt{80}-6$

b) $B=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}+\frac{4}{\sqrt{5}-1}-\frac{3+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$

c) $C=\sin^2 33^0-\frac{\tan 29^0}{\cot 61^0}-\frac{1}{2}\cdot\cos^2 60^0+\sin^2 57^0$

Câu 2: Giải các phương trình sau:

a) $9\sqrt{x+2}-\frac{1}{3}\sqrt{9x+18}=24$

b) $\sqrt{x^2-6x+9}-2\sqrt{x-3}=0$

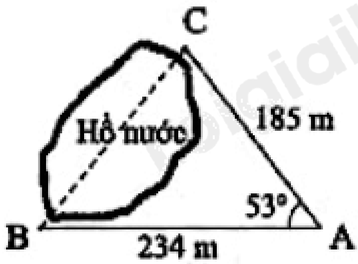
Câu 3: Cho biểu thức $P=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{1}{x-\sqrt{x}}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{x-1}\right)$.

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P biết $x=7-4\sqrt{3}$

c) Tìm x biết $P=\frac{3}{2}$

Câu 4:



1) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết AB = 6cm và diện tích tam giác ABC bằng $24cm^2$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC,BC,AH.

2) Tính khoảng cách giữa hai điểm B và C, biết rằng từ vị trí A ta đo được $AB=234m$, $AC=185m$ và $BAC=53^0$ (kết quả tính bằng mét và làm tròn đến hàng đơn vị).

3) Cho tam giác ABC vuông tại $A\left(AB<AC\right)$ với đường cao AH. Goi D và E lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC. Chứng minh:

a) $AB.AD=AC.AE$

b) $\frac{AB^2}{AC^2}=\frac{BH}{CH}$

Câu 5: Cho các số thực $x,y>0$ thỏa mãn $\sqrt{x}+\sqrt{y}=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=x+y-2022\sqrt{xy}$$

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\sqrt{(3-\sqrt{5})^2}+\frac{3}{4}\sqrt{80}-6$

b) $B=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}+\frac{4}{\sqrt{5}-1}-\frac{3+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$

c) $C=\sin^2 33^0-\frac{\tan 29^0}{\cot 61^0}-\frac{1}{2}\cdot\cos^2 60^0+\sin^2 57^0$

Phương pháp:

Công thức khai phương căn bậc hai, trục căn thức.

Cách giải:

a) $A=\sqrt{(3-\sqrt{5})^2}+\frac{3}{4}\sqrt{80}-6=\left|3-\sqrt{5}\right|+\frac{3}{4}\sqrt{16.5}-6=3-\sqrt{5}+3\sqrt{5}-6=2\sqrt{5}-3$

b) $B=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}+\frac{4}{\sqrt{5}-1}-\frac{3+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{18}{6}}+\frac{4\left(\sqrt{5}+1\right)}{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)}-\frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)}{\sqrt{3}+1}=\sqrt{3}+\sqrt{5}+1-\sqrt{3}=\sqrt{5}+1$

c) $C=\sin^2 33^0-\frac{\tan 29^0}{\cot 61^0}-\frac{1}{2}\cdot\cos^2 60^0+\sin^2 57^0$

$=\sin^2 33^0-\frac{\tan 29^0}{\tan 29^0}-\frac{1}{2}\cdot\cos^2 60^0+\cos^2 31^0$

$=\sin^2 33^0+\cos^2 31^0-1-\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{2}\right)^2=1-1-\frac{1}{8}=-\frac{1}{8}$

Câu 2: Giải các phương trình sau:

a) $9\sqrt{x+2}-\frac{1}{3}\sqrt{9x+18}=24$

b) $\sqrt{x^2-6x+9}-2\sqrt{x-3}=0$

Phương pháp:

a) Tìm điều kiện xác định, đưa các hệ số ra ngoài căn và rút gọn

b) Tìm điều kiện xác định. Chuyển vế và bình phương 2 vế.

Cách giải:

a) $9\sqrt{x+2}-\frac{1}{3}\sqrt{9x+18}=24$

ĐK: $x\ge -2$.

$\Leftrightarrow 9\sqrt{x+2}-\sqrt{x+2}=24$

$\Leftrightarrow 8\sqrt{x+2}=24$

$\Leftrightarrow \sqrt{x+2}=3$

$\Leftrightarrow x+2=9$

$\Leftrightarrow x=7$ (TMĐK).

Vậy phương trình có nghiệm $x=7$.

b) $\sqrt{x^2-6x+9}-2\sqrt{x-3}=0$

ĐK: $x \ge 3$.

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-6x+9} = 2\sqrt{x-3}$

$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 4(x-3)$

$\Leftrightarrow (x-3)(x-7) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-3=0 \\ x-7=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3(tm) \\ x=7(tm) \end{array}\right.$

Phương trình có tập nghiệm là $S = \{3;7\}$.

Câu 3: Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{1}{x-\sqrt{x}}\right) : \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1} + \dfrac{2}{x-1}\right)$.

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P biết $x = 7-4\sqrt{3}$

c) Tìm x biết $P = \dfrac{3}{2}$

Cách giải:

Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{1}{x-\sqrt{x}}\right) : \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1} + \dfrac{2}{x-1}\right)$.

a) Rút gọn P

ĐKXĐ: $x > 0, x \ne 1$.

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1}\right)$$

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}\right)$$

$$P = \frac{x-1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)} : \frac{\sqrt{x}-1+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$P = \frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)} : \frac{\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$P = \frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)} . \frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1}$$

$$P = \frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}}$$

$$P = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$$

b) Tính giá trị của P ***biết*** $x = 7-4\sqrt{3}$

$x = 7-4\sqrt{3} = 2^2 - 2.2\sqrt{3} + \left(\sqrt{3}\right)^2 = \left(2-\sqrt{3}\right)^2 (tmdk)$

Thay vào P:

$$P=\frac{\left(7-4\sqrt{3}\right)-1}{\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}}=\frac{6-4\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{\left(6-4\sqrt{3}\right).\left(2+\sqrt{3}\right)}{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}$$

$$P=\frac{12+6\sqrt{3}\ -8\sqrt{3}\ -12}{4-3}=\frac{-2\sqrt{3}}{1}=\ -2\sqrt{3}$$

c) Tìm x biết $P=\frac{3}{2}$

$$P=\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{x-1}{\sqrt{x}}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow 2\left(x-1\right)=3\sqrt{x}\ \Leftrightarrow 2x-3\sqrt{x}\ -2=0$$

Đặt $\sqrt{x}\ =t\left(t>0,t\ne 1\right)$.

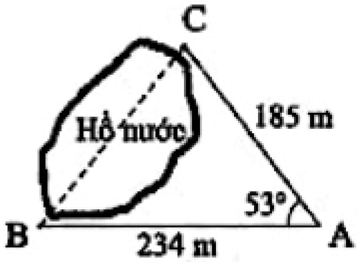
Phương trình $\Leftrightarrow 2t^2-3t-2=0\Leftrightarrow\left(2t+1\right)\left(t-2\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\left(tm\right)\\ t=-\frac{1}{2}\left(ktm\right)\end{array}\right.$

$t=2\Leftrightarrow\sqrt{x}\ =2\Leftrightarrow x=4\left(tmdk\right)$.

Câu 4:

1) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết AB = 6cm và diện tích tam giác ABC bằng $24cm^2$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC,BC,AH.

2) Tính khoảng cách giữa hai điểm B và C, biết rằng từ vị trị A ta đo được $AB=234m,\ AC=185m$ và $BAC=53^0$ (kết quả tính bằng mét và làm tròn đến hàng đơn vị).



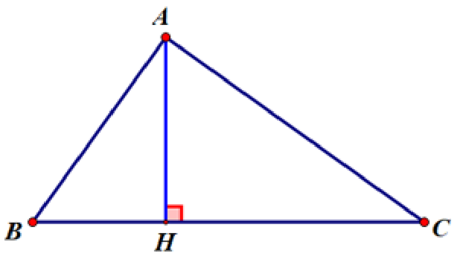
3) Cho tam giác ABC vuông tại $A\left(AB<AC\right)$ với đường cao AH. Goi D và E lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC. Chứng minh:

a) $AB.AD=AC.AE$

b) $\frac{AB^2}{AC^2}=\frac{BH}{CH}$

1) Tam giác ABC vuông tại A, khi đó ta có: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=24\Leftrightarrow\frac{1}{2}.6.AC=24\Rightarrow AC=8cm$

Tam giác ABC vuông tại A, áp dụng dịnh lý Py – ta – go, ta có:



$BC^2=AB^2+AC^2$
$\Leftrightarrow BC^2=6^2+8^2$
$\Leftrightarrow BC^2=100$
$\Rightarrow BC=10cm$

Tam giác ABC có đường cao AH, khi đó ta có: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AH.BC=24\Leftrightarrow\frac{1}{2}AH.10=24\Leftrightarrow AH=4{,}8cm$

2) Từ C, dựng đường vuông góc với AB, cắt AB tại D. Khi đó ta có: CD là đường cao của ΔABC.

Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong ΔACD vuông tại D ta có:

$\sin \angle A = \dfrac{CD}{CA} \Rightarrow CD = CA.\sin A$

$\Rightarrow CD = 185.\sin 53^0.$

$\cos A = \dfrac{AD}{AC} \Rightarrow AD = CA.\cos A$

$\Rightarrow AD = 185.\cos 53^0.$

$\Rightarrow BD = AB - AD = 234 - 185.\cos 53^0.$

Áp dụng định lý Pitago cho ΔBCD để tính BC.

$BC^2 = BD^2 + CD^2 = \left(234 - 185.\cos 53^0\right)^2 + \left(185.\sin 53^0\right)^2$

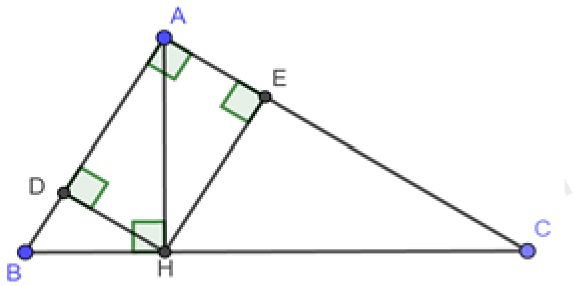
$\Leftrightarrow BC^2 = 234^2 - 2.234.185\cos 53^0 + \left(185.\cos 53^0\right)^2 + \left(185.\sin 53^0\right)^2$

$\Leftrightarrow BC^2 = 234^2 - 2.234.185\cos 53^0 + 185^2$

$\Leftrightarrow BC^2 \approx 36875,86$

$\Rightarrow BC \approx 192m.$

3)



a) $AB.AD = AC.AE$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔABH vuông tại H có đường cao DH ta có: $AB.AD = AH^2$ (1)

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔACH vuông tại H có đường cao HE ta có: $AE.AC = AH^2\,(2)$

Từ $(1),(2) \Rightarrow AB.AD = AC.AE\left(= AH^2\right).$

b) $\dfrac{AB^2}{AC^2} = \dfrac{BH}{CH}$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔABC vuông tại A có đường cao AH ta có: $\begin{cases} BH.BC = AB^2 \\ CH.BC = AC^2 \end{cases}.$

Ta có: $\left.\begin{array}{l} AB^2.CH = BH.BC.CH \\ AC^2.BH = CH.BC.BH \end{array}\right\} \Rightarrow AB^2.CH = AC^2.BH \Rightarrow \dfrac{AB^2}{AC^2} = \dfrac{BH}{CH}\,(dpcm)$

Câu 5: Cho các số thực $x, y > 0$ thỏa mãn $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x + y - 2022\sqrt{xy}$$

Cách giải:

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $\sqrt{x}, \sqrt{y}$ ta có

$2 = \sqrt{x} + \sqrt{y} \ge 2\sqrt{\sqrt{x}.\sqrt{y}} = 2\sqrt{\sqrt{xy}}$

$\Rightarrow \sqrt{xy} \le 1 \Rightarrow -2022\sqrt{xy} \ge -2022 \ (1)$

Áp dụng bất đẳng thức cô-si cho 2 số dương x, y ta có

$x + y \ge 2\sqrt{xy}$

$\Rightarrow 2x + 2y \ge x + y + 2\sqrt{xy} = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = 2^2 = 4$

$\Rightarrow x + y \ge 2 \ (2)$

Cộng từng vế của (1) và (2) ta được $P = x + y - 2022\sqrt{xy} \ge 2 - 2022 = -2020.$

Dấu bằng xảy ra khi $x = y = 1$.

Vậy $P_{\min} = -2020$ khi $x = y = 1$.