

CHUYÊN ĐỀ: PHÂN SỐ**Dạng 1: Tính nhanh dãy phân số có quy luật****Loại 1: Dãy phân số có quy luật mẫu số sau gấp mẫu số trước một số không đổi****Phương pháp giải**

Giải sử biểu thức cần tìm là A. Các phân số có tử số bằng nhau và mẫu của phân số sau gấp mẫu số của phân số trước n lần.

Bước 1: Tính $A \times n$

Bước 2: Tính $A \times n - A$

Ví dụ 1: Tính giá trị $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$

Phân tích: Nhận xét thấy mẫu số phân số sau hơn mẫu số phân số trước 2 lần. Như vậy khi ta nhân thêm 2 vào thì phân số phía sau sẽ trở thành phân số phía trước.

Bài giải:

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} 2 \times A &= 2 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \right) \\ &= \frac{2}{2} + \frac{2}{4} + \frac{2}{8} + \frac{2}{16} + \frac{2}{32} + \frac{2}{64} \\ &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \quad (2) \end{aligned}$$

Nhìn vào (1) và (2), chúng ta nhận thấy ở A và $2 \times A$ có nhiều phân số giống nhau. Nếu ta trừ hai vế cho nhau thì được:

$$\begin{aligned} 2 \times A - A &= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \right) \\ A &= 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64} \end{aligned}$$

Ví dụ 2: Tính $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729}$

Phân tích: Ở bài này, mẫu số sau gấp mẫu số trước 3 lần khi đó ta nhân biểu thức với 3 rồi trừ hai vế để triệt tiêu các phân số ở giữa.

Giải:

Ta có $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729}$

$$3 \times A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$$

Trừ hai vế ta có:

$$3 \times A - A = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729}\right)$$

$$2 \times A = 1 - \frac{1}{729} = \frac{728}{729}$$

$$A = \frac{728}{729} : 2 = \frac{364}{729}$$

Ví dụ 3: Tính giá trị $A = \frac{2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{2}{12} + \frac{2}{24} + \dots + \frac{2}{768}$

Ta thấy mẫu số của phân số sau gấp 2 lần mẫu số của phân số trước.

$$\text{Ta có } 2 \times A = 2 \times \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{2}{12} + \frac{2}{24} + \dots + \frac{2}{768}\right)$$

$$2 \times A = \frac{4}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{2}{12} + \dots + \frac{2}{384}$$

$$2 \times A - A = \left(\frac{4}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{2}{12} + \dots + \frac{2}{384}\right) - \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{2}{12} + \frac{2}{24} + \dots + \frac{2}{768}\right)$$

$$A = \frac{4}{3} - \frac{2}{768} = \frac{511}{384}$$

Bài tập áp dụng:

Bài 1: Tính giá trị $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{1024}$

Bài 2: Tính giá trị $A = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{80} + \frac{1}{160} + \frac{1}{320}$

Bài 3: Tính giá trị của $C = \frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{32} + \frac{3}{128} + \frac{3}{512}$

Bài 4: Tính giá trị của $D = \frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} + \frac{5}{486}$

Lời giải chi tiết

Bài 1

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{1024}$$

$$2 \times A = \frac{2}{2} + \frac{2}{4} + \frac{2}{8} + \frac{2}{16} + \frac{2}{32} + \dots + \frac{2}{1024}$$

$$2 \times A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{512}$$

$$2 \times A - A = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{512}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}\right)$$

$$A = 1 - \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$$

Bài 2.

$$A = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{80} + \frac{1}{160} + \frac{1}{320}$$

$$2 \times A = \frac{2}{5} + \frac{2}{10} + \frac{2}{20} + \frac{2}{40} + \frac{2}{80} + \frac{2}{160} + \frac{2}{320}$$

$$2 \times A = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{80} + \frac{1}{160}$$

$$2 \times A - A = \frac{2}{5} - \frac{1}{320}$$

$$A = \frac{127}{320}$$

Bài 3.

$$C = \frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{32} + \frac{3}{128} + \frac{3}{512}$$

$$4 \times C = 4 \times \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{32} + \frac{3}{128} + \frac{3}{512}\right)$$

$$4 \times C = 6 + \frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{32} + \frac{3}{128}$$

$$4 \times C - C = \left(6 + \frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{32} + \frac{3}{128}\right) - \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{32} + \frac{3}{128} + \frac{3}{512}\right)$$

$$3 \times C = 6 - \frac{3}{512} = \frac{3069}{512}$$

$$C = \frac{3069}{512} : 3 = \frac{1023}{512}$$

Bài 4.

$$D = \frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} + \frac{5}{486}$$

$$3 \times D = 3 \times \left(\frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} + \frac{5}{486}\right)$$

$$3 \times D = \frac{15}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162}$$

$$3 \times D - D = \frac{15}{2} - \frac{5}{486}$$

$$2 \times D = \frac{1820}{243}$$

$$D = \frac{1820}{243} : 2 = \frac{910}{243}$$

Loại 2: Tính tổng của nhiều phân số có tử số là n ($n > 0$); mẫu số là tích của 2 thừa số có hiệu bằng n và thừa số thứ 2 của mẫu số phân số liền trước là thừa số thứ nhất của mẫu số phân số liền sau

Phương pháp giải

Tử số bằng hiệu hai thừa số ở mẫu số. Ta tách như sau:

$$\text{Ví dụ: } \frac{1}{2 \times 3} = \frac{3-2}{2 \times 3} = \frac{3}{2 \times 3} - \frac{2}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3 \times 5} = \frac{5-3}{3 \times 5} = \frac{5}{3 \times 5} - \frac{3}{3 \times 5} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$$

Ví dụ 1:

$$A = \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6}$$

$$A = \frac{3-2}{2 \times 3} + \frac{4-3}{3 \times 4} + \frac{5-4}{4 \times 5} + \frac{6-5}{5 \times 6}$$

$$= \frac{3}{2 \times 3} - \frac{2}{2 \times 3} + \frac{4}{3 \times 4} - \frac{3}{3 \times 4} + \frac{5}{4 \times 5} - \frac{4}{4 \times 5} + \frac{6}{5 \times 6} - \frac{5}{5 \times 6}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

Ví dụ 2:

$$B = \frac{3}{2 \times 5} + \frac{3}{5 \times 8} + \frac{3}{8 \times 11} + \frac{3}{11 \times 14}$$

$$B = \frac{5-2}{2 \times 5} + \frac{8-5}{5 \times 8} + \frac{11-8}{8 \times 11} + \frac{14-11}{11 \times 14}$$

$$= \frac{5}{2 \times 5} - \frac{2}{2 \times 5} + \frac{8}{5 \times 8} - \frac{5}{5 \times 8} + \frac{11}{8 \times 11} - \frac{8}{8 \times 11} + \frac{14}{11 \times 14} - \frac{11}{11 \times 14}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{14} = \frac{3}{7}$$

Bài tập áp dụng:

Bài 1. Tính nhanh $B = \frac{4}{3 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \frac{4}{11 \times 15} + \frac{4}{15 \times 19} + \frac{4}{19 \times 23} + \frac{4}{23 \times 27}$

Bài 2. Tính nhanh $C = \frac{4}{3 \times 6} + \frac{4}{6 \times 9} + \frac{4}{9 \times 12} + \frac{4}{12 \times 15}$

Bài 3. Tính nhanh $D = \frac{7}{1 \times 5} + \frac{7}{5 \times 9} + \frac{7}{9 \times 13} + \frac{7}{13 \times 17} + \frac{7}{17 \times 21}$

Bài 4. Tính nhanh $E = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{110}$

Lời giải chi tiết**Bài 1**

$$B = \frac{4}{3 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \frac{4}{11 \times 15} + \frac{4}{15 \times 19} + \frac{4}{19 \times 23} + \frac{4}{23 \times 27}$$

$$B = \frac{7-3}{3 \times 7} + \frac{11-7}{7 \times 11} + \frac{15-11}{11 \times 15} + \frac{19-15}{15 \times 19} + \frac{23-19}{19 \times 23} + \frac{27-23}{23 \times 27}$$

$$B = \frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{23} + \frac{1}{23} - \frac{1}{27}$$

$$B = \frac{1}{3} - \frac{1}{27} = \frac{8}{27}$$

Bài 2.

$$C = \frac{4}{3 \times 6} + \frac{4}{6 \times 9} + \frac{4}{9 \times 12} + \frac{4}{12 \times 15}$$

$$C = 4 \times \left(\frac{1}{3 \times 6} + \frac{1}{6 \times 9} + \frac{1}{9 \times 12} + \frac{1}{12 \times 15} \right)$$

$$C = \frac{4}{3} \times \left(\frac{3}{3 \times 6} + \frac{3}{6 \times 9} + \frac{3}{9 \times 12} + \frac{3}{12 \times 15} \right)$$

$$C = \frac{4}{3} \times \left(\frac{6-3}{3 \times 6} + \frac{9-6}{6 \times 9} + \frac{12-9}{9 \times 12} + \frac{15-12}{12 \times 15} \right)$$

$$C = \frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{12} + \frac{1}{12} - \frac{1}{15} \right)$$

$$C = \frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{15} \right) = \frac{4}{3} \times \frac{4}{15} = \frac{16}{45}$$

Bài 3.

$$D = \frac{7}{1 \times 5} + \frac{7}{5 \times 9} + \frac{7}{9 \times 13} + \frac{7}{13 \times 17} + \frac{7}{17 \times 21}$$

$$D = 7 \times \left(\frac{1}{1 \times 5} + \frac{1}{5 \times 9} + \frac{1}{9 \times 13} + \frac{1}{13 \times 17} + \frac{1}{17 \times 21} \right)$$

$$D = \frac{7}{4} \times \left(\frac{4}{1 \times 5} + \frac{4}{5 \times 9} + \frac{4}{9 \times 13} + \frac{4}{13 \times 17} + \frac{4}{17 \times 21} \right)$$

$$D = \frac{7}{4} \times \left(1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{17} + \frac{1}{17} - \frac{1}{21} \right)$$

$$D = \frac{7}{4} \times \left(1 - \frac{1}{21} \right) = \frac{7}{4} \times \frac{20}{21} = \frac{5}{3}$$

Bài 4.

$$E = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{110}$$

$$E = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{100 \times 101}$$

$$E = 1 - \frac{1}{101} = \frac{100}{101}$$

Dạng 2: Các bài toán về thêm, bớt ở tử số và mẫu số

Phương pháp giải

- Nếu ta cộng thêm (hoặc trừ đi) cả tử số và mẫu số của một phân số với cùng một số tự nhiên thì hiệu của tử số và mẫu số của phân số đó không thay đổi.
- Nếu cộng thêm vào tử số đồng thời bớt đi ở mẫu số của một phân số với cùng một số tự nhiên thì tổng của tử số và mẫu số không thay đổi.
- Nếu ta bớt đi ở tử số đồng thời thêm vào mẫu số của một phân số với cùng một số tự nhiên thì tổng của tử số và mẫu số không thay đổi.

Ví dụ 1: Cho phân số $\frac{56}{81}$. Hỏi cùng thêm vào tử số và mẫu số bao nhiêu đơn vị để được phân số bằng $\frac{3}{4}$?

Giải

Hiệu của mẫu số và tử số của phân số đã cho là $81 - 56 = 25$

Khi ta thêm vào tử số và mẫu số cùng một số tự nhiên thì **hiệu** của mẫu số và tử số vẫn không đổi.



Tử số của phân số mới là $25 : (4 - 3) \times 3 = 75$

Số cộng thêm vào là: $75 - 56 = 19$

Đáp số: 19

Ví dụ 2: Cho phân số $\frac{23}{45}$. Hỏi phải cộng thêm vào tử số và bớt đi ở mẫu số cùng một số tự nhiên nào

để được phân số mới có giá trị bằng $\frac{19}{15}$?

Giải

Tổng của tử số và mẫu số của phân số đã cho là $23 + 45 = 68$

Khi ta cộng thêm vào tử số và bớt đi ở mẫu số cùng một số tự nhiên thì **tổng** của mẫu số và tử số vẫn không đổi và bằng 68.

Gọi số cần tìm là a . Ta có

$$\frac{23+a}{45-a} = \frac{19}{15}$$

Tổng số phần bằng nhau: $19 + 15 = 34$ (phần)

Tử số của phân số mới là: $68 : 34 \times 19 = 38$

Ta có $23 + a = 38$

Vậy $a = 38 - 23 = 15$

Đáp số: 15

Ví dụ 3:

Cho phân số $\frac{26}{45}$. Hãy tìm số tự nhiên c sao cho đem mẫu số của phân số đã cho trừ đi c và giữ

nguyên tử số ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{5}{6}$.

Giải:

Vì tử số giữ nguyên nên ta có:

$$\frac{25}{37-c} = \frac{5}{6} = \frac{25}{30}$$

Hai phân số bằng nhau lại có tử số bằng nhau nên mẫu số của chúng cũng phải bằng nhau.

Tức là $37 - c = 30$. Vậy $c = 7$.

Đáp số: $c = 7$

Ví dụ 4:

Cho phân số $\frac{26}{45}$. Hãy tìm số tự nhiên c sao cho thêm c vào tử số và giữ nguyên mẫu số, ta được

phân số mới có giá trị bằng $\frac{2}{3}$.

Giải:

Theo đề bài, ta có:

$$\frac{26+c}{45} = \frac{2}{3} \text{ hay } \frac{26}{45} + \frac{c}{45} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Từ đó ta có: } \frac{c}{45} = \frac{2}{3} - \frac{26}{45} = \frac{4}{45}$$

Vậy $c = 4$

Đáp số: $c = 4$

Bài tập áp dụng

Bài 1. Cho phân số $\frac{3}{7}$. Cộng thêm vào cả tử số và mẫu số của phân số đó với cùng một số tự nhiên ta

được một phân số bằng $\frac{7}{9}$. Tìm số tự nhiên đó.

Bài 2. Khi bớt cả tử số và mẫu số của phân số $\frac{71}{41}$ đi cùng một số tự nhiên ta nhận được một phân số bằng $\frac{5}{2}$. Tìm số tự nhiên đó.

Bài 3. Cho phân số $\frac{73}{97}$. Hỏi cùng phải bớt ở tử số và mẫu số bao nhiêu đơn vị để được phân số mới có giá trị bằng $\frac{2}{3}$?

Bài 4. Cho phân số $\frac{7}{8}$. Hãy tìm số a sao cho đem tử số của phân số đã cho trừ đi a và thêm a vào mẫu số ta được một phân số mới bằng $\frac{1}{4}$.

Bài 5: Cho phân số $\frac{a}{b}$. Rút gọn phân số $\frac{a}{b}$ ta được phân số $\frac{2}{5}$. Nếu thêm vào tử số 45 đơn vị thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{13}{20}$. Tìm phân số $\frac{a}{b}$.

Lời giải chi tiết

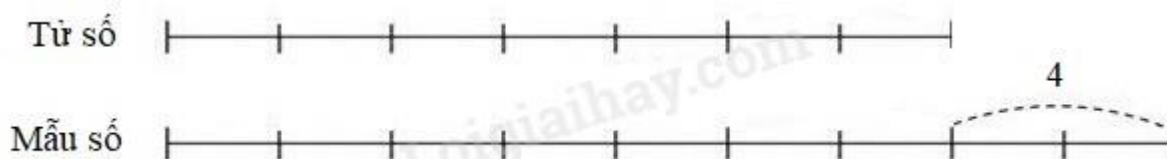
Bài 1.

Hiệu giữa tử số và mẫu số của phân số $\frac{3}{7}$ là:

$$7 - 3 = 4$$

Khi ta cộng thêm vào tử số và mẫu số của một phân số với cùng một số tự nhiên thì **hiệu** giữa tử số và mẫu số không thay đổi.

Ta có sơ đồ biểu diễn tử số và mẫu số của phân số mới:



Tử số của phân số mới là $4 : (9 - 7) \times 7 = 14$

Số cộng thêm vào là: $14 - 3 = 11$

Đáp số: 11

Bài 2.

Hiệu giữa tử số và mẫu số của phân số đã cho là:

$$71 - 41 = 30$$

Ta có sơ đồ biểu diễn tử số và mẫu số của phân số mới:



Mẫu số của phân số mới là:

$$30 : (5 - 2) \times 2 = 20$$

Số tự nhiên cần tìm là:

$$41 - 20 = 21$$

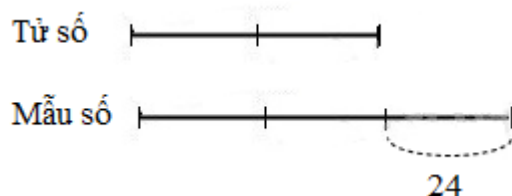
Đáp số: 21

Bài 3.

Hiệu giữa tử số và mẫu số của phân số đã cho là:

$$97 - 73 = 24$$

Ta có sơ đồ biểu diễn tử số và mẫu số của phân số mới:



Tử số của phân số mới là:

$$24 : (3 - 2) \times 2 = 48$$

Số tự nhiên cần tìm là:

$$73 - 48 = 25$$

Đáp số: 25

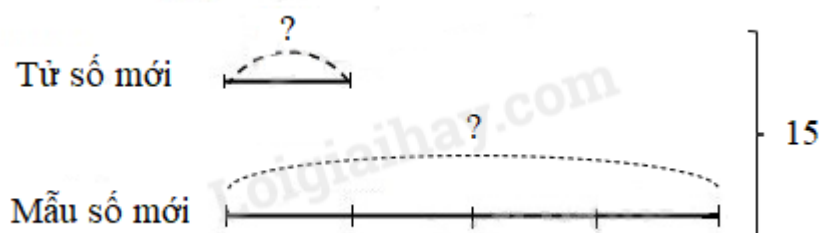
Bài 4.

Tổng của tử số và mẫu số của phân số đã cho là: $7 + 8 = 15$.

Khi bớt a ở tử số và thêm a vào mẫu số thì tổng của tử số và mẫu số không thay đổi.

Tổng của tử số và mẫu số của phân số mới vẫn là 15.

Ta có:
$$\frac{7-a}{8+a} = \frac{1}{4}$$



Tử số của phân số mới là $15 : (1 + 4) = 3$

Hay $7 - a = 3$. Vậy số a cần tìm là 4

Đáp số: $a = 4$

Bài 5.

Cách 1:

Theo đề bài ta có $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$ và $\frac{a+45}{b} = \frac{13}{20}$

$$\text{Hay } \frac{a}{b} + \frac{45}{b} = \frac{13}{20} \quad (*)$$

Thay phân số $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$ vào (*) ta có: $\frac{2}{5} + \frac{45}{b} = \frac{13}{20}$

$$\frac{45}{b} = \frac{13}{20} - \frac{2}{5} = \frac{5}{20} = \frac{45}{180}$$

Vậy $b = 180$.

Cách 2:

Quy đồng hai phân số $\frac{2}{5}$ và $\frac{13}{20}$ ta được phân số $\frac{8}{20}$ và $\frac{13}{20}$.

Hiệu của hai tử số là $13 - 8 = 5$

Giá trị một phần là: $45 : 5 = 9$

Tử số cần tìm là: $8 \times 9 = 72$

Mẫu số cần tìm là: $20 \times 9 = 180$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Hãy chứng tỏ rằng các phân số sau bằng nhau:

a) $\frac{123}{127} = \frac{123123}{127127}$

b) $\frac{13}{15} = \frac{1313}{1515} = \frac{131313}{151515}$

Giải

a) $\frac{123123}{127127} = \frac{123 \times 1001}{127 \times 1001} = \frac{123}{127}$

b) $\frac{1313}{1515} = \frac{13 \times 101}{15 \times 101} = \frac{13}{15}$

$$\frac{131313}{151515} = \frac{13 \times 10101}{15 \times 10101} = \frac{13}{15}$$

Vậy $\frac{13}{15} = \frac{1313}{1515} = \frac{131313}{151515}$

Bài 2. Tính nhanh:

$$a) \frac{2006 \times 2005 - 1}{2004 \times 2006 + 2005}$$

$$b) \frac{1999 \times 2001 - 1}{1998 + 1999 \times 2000} \times \frac{7}{5}$$

$$c) \frac{1313}{2121} \times \frac{165165}{143143} \times \frac{424242}{151515}$$

$$d) \frac{1995 \times 1993 - 18}{1975 + 1993 \times 1994}$$

Giải

$$\begin{aligned} a) \frac{2006 \times 2005 - 1}{2004 \times 2006 + 2005} &= \frac{2006 \times (2004 + 1) - 1}{2004 \times 2006 + 2005} \\ &= \frac{2006 \times 2004 + 2006 - 1}{2004 \times 2006 + 2005} \\ &= \frac{2006 \times 2004 + 2005}{2004 \times 2006 + 2005} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \frac{1999 \times 2001 - 1}{1998 + 1999 \times 2000} \times \frac{7}{5} &= \frac{1999 \times (2000 + 1) - 1}{1998 + 1999 \times 2000} \times \frac{7}{5} \\ &= \frac{1999 \times 2000 + 1999 - 1}{1998 + 1999 \times 2000} \times \frac{7}{5} \\ &= \frac{1999 \times 2000 + 1998}{1998 + 1999 \times 2000} \times \frac{7}{5} \\ &= 1 \times \frac{7}{5} = \frac{7}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \frac{1313}{2121} \times \frac{165165}{143143} \times \frac{424242}{151515} &= \frac{13}{21} \times \frac{165}{143} \times \frac{42}{15} \\ &= \frac{13}{21} \times \frac{15 \times 11}{13 \times 11} \times \frac{21 \times 2}{15} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) \frac{1995 \times 1993 - 18}{1975 + 1993 \times 1994} &= \frac{(1994 + 1) \times 1993 - 18}{1975 + 1993 \times 1994} \\ &= \frac{1994 \times 1993 + 1993 - 18}{1975 + 1993 \times 1994} \\ &= \frac{1994 \times 1993 + 1975}{1975 + 1993 \times 1994} = 1 \end{aligned}$$

Bài 3. Tính nhanh:

$$a) \frac{6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11}{22 \times 20 \times 18 \times 16 \times 14 \times 12}$$

$$b) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{6}\right)$$

Giải

$$a) \frac{6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11}{22 \times 20 \times 18 \times 16 \times 14 \times 12}$$

$$= \frac{6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11}{11 \times 2 \times 10 \times 2 \times 9 \times 2 \times 8 \times 2 \times 7 \times 2 \times 6 \times 2}$$

$$= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$$

$$= \frac{1}{64}$$

$$b) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{6}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$$

$$= \frac{1}{6}$$

Bài 4. Tính:

$$a) A = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$$

$$b) B = \frac{3}{1 \times 3} + \frac{3}{3 \times 5} + \frac{3}{5 \times 7} + \dots + \frac{3}{99 \times 101}$$

Giải

$$a) A = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$$

$$= \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10}$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{10} = \frac{3}{20}$$

$$b) B = \frac{3}{1 \times 3} + \frac{3}{3 \times 5} + \frac{3}{5 \times 7} + \dots + \frac{3}{99 \times 101}$$

$$= \frac{3}{2} \times \left(\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \dots + \frac{2}{99 \times 101} \right)$$

$$= \frac{3}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{101} \right)$$

$$= \frac{3}{2} \times \left(1 - \frac{1}{101}\right)$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{100}{101} = \frac{150}{101}$$

Bài 5. Tính $M = 1 \frac{3}{34} \times 10 \frac{1}{12} \times \frac{8}{9} \times 2 \frac{1}{8} \times \frac{3}{13} \times \frac{26}{37} \times 1 \frac{9}{11} \times \frac{3}{4}$

Giải

$$M = 1 \frac{3}{34} \times 10 \frac{1}{12} \times \frac{8}{9} \times 2 \frac{1}{8} \times \frac{3}{13} \times \frac{26}{37} \times 1 \frac{9}{11} \times \frac{3}{4}$$

$$= \frac{37}{34} \times \frac{121}{12} \times \frac{8}{9} \times \frac{17}{8} \times \frac{3}{13} \times \frac{26}{37} \times \frac{20}{11} \times \frac{3}{4}$$

$$= \frac{37 \times 11 \times 11 \times 8 \times 17 \times 3 \times 13 \times 2 \times 5 \times 4 \times 3}{17 \times 2 \times 4 \times 3 \times 9 \times 8 \times 13 \times 37 \times 11 \times 4}$$

$$= \frac{11 \times 5}{3} = \frac{55}{3}$$

Bài 6. (Cầu Giấy 2013 – 2014)

Tính $A = \left(\frac{3}{10} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{2}\right) : \left(2 \frac{8}{9} - 1 \frac{1}{3}\right) + 2013$

Giải

$$A = \left(\frac{3}{10} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{2}\right) : \left(2 \frac{8}{9} - 1 \frac{1}{3}\right) + 2013$$

$$= \left(\frac{3}{10} + \frac{4}{10}\right) : \left(\frac{26}{9} - \frac{4}{3}\right) + 2013$$

$$= \frac{7}{10} : \frac{14}{9} + 2013$$

$$= \frac{9}{20} + 2013 = 2013 \frac{9}{20}$$

Bài 7. (LTV 2014 – 2015)

Tính giá trị của biểu thức $A = 17 \times \left(\frac{1313}{5151} + \frac{1111}{3434}\right) : \frac{177}{12}$

Giải

$$A = 17 \times \left(\frac{1313}{5151} + \frac{1111}{3434}\right) : \frac{177}{12}$$

$$= 17 \times \left(\frac{13}{51} + \frac{11}{34}\right) \times \frac{12}{177}$$

$$= \left(17 \times \frac{13}{51} + 17 \times \frac{11}{34}\right) \times \frac{12}{177}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{13}{3} + \frac{11}{2} \right) \times \frac{12}{177} \\
 &= \frac{59}{6} \times \frac{12}{177} \\
 &= \frac{59 \times 6 \times 2}{6 \times 59 \times 3} = \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

Bài 8. (ASM 2011 – 2012)

Tìm x sao cho:

$$\left(x + \frac{1}{1 \times 3} \right) + \left(x + \frac{1}{3 \times 5} \right) + \left(x + \frac{1}{5 \times 7} \right) + \dots + \left(x + \frac{1}{23 \times 25} \right) = 11x + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} \right)$$

Giải

$$\left(x + \frac{1}{1 \times 3} \right) + \left(x + \frac{1}{3 \times 5} \right) + \left(x + \frac{1}{5 \times 7} \right) + \dots + \left(x + \frac{1}{23 \times 25} \right) = 11x + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} \right)$$

$$12x + \left(\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{23 \times 25} \right) = 11x + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} \right)$$

$$x + \left(\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{23 \times 25} \right) = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} \right) \quad (1)$$

$$\text{Ta có } A = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{23 \times 25}$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \dots + \frac{2}{23 \times 25} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{25} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{24}{25} = \frac{12}{25}$$

$$\text{Đặt } B = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$$

$$3 \times B - B = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} \right)$$

$$2 \times B = 1 - \frac{1}{243} = \frac{242}{243}$$

$$B = \frac{242}{243} : 2 = \frac{121}{243}$$

Thay giá trị của A và B vào (1) ta được:

$$x + \frac{12}{25} = \frac{121}{243}$$

$$x = \frac{109}{6075}$$

Bài 9. (NTT 2019 – 2020)

Một đội tự nguyện trường Nguyễn Tất thành đi trồng cây ở tỉnh Hà Giang trong 3 ngày. Ngày 1, đội trồng $\frac{1}{3}$ số cây. Ngày 2, đội trồng $\frac{6}{11}$ số cây còn lại. Ngày 3, trồng ít hơn ngày 2 là 30 cây. Tính số cây mà mỗi đội đã trồng được.

Giải

Phần số chỉ số cây còn lại sau ngày 1 là

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ (tổng số cây)}$$

Phần số chỉ số cây đội đó trồng ngày 2 là

$$\frac{6}{11} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{11} \text{ (tổng số cây)}$$

Phần số chỉ số cây đội đó trồng ngày 3 là

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{11}\right) = \frac{10}{33} \text{ (tổng số cây)}$$

Phần số ứng với 30 cây là

$$\frac{4}{11} - \frac{10}{33} = \frac{2}{33} \text{ (tổng số cây)}$$

Tổng số cây đội đó trồng là

$$30 : \frac{2}{33} = 495 \text{ (cây)}$$

Đáp số: 495 cây

Bài 10. (Câu Giấy 2019 – 2020)

Cho một số bóng xanh và vàng. Số bóng vàng bằng $\frac{1}{3}$ bóng xanh. Nếu thêm 6 bóng vàng thì bóng vàng bằng $\frac{5}{9}$ bóng xanh. Tính số bóng xanh.

Giải

6 quả bóng vàng ứng với số phần bóng xanh là

$$\frac{5}{9} - \frac{1}{3} = \frac{2}{9} \text{ (bóng xanh)}$$

Số bóng xanh là

$$6 : \frac{2}{9} = 27 \text{ (quả)}$$

Đáp số: 27 bóng xanh

Bài 11. (ASM 2019 – 2020)

Cho phân số $\frac{14}{17}$. Hỏi cùng thêm vào cả tử số và mẫu số bao nhiêu đơn vị để được phân số mới có giá trị bằng $\frac{6}{7}$.

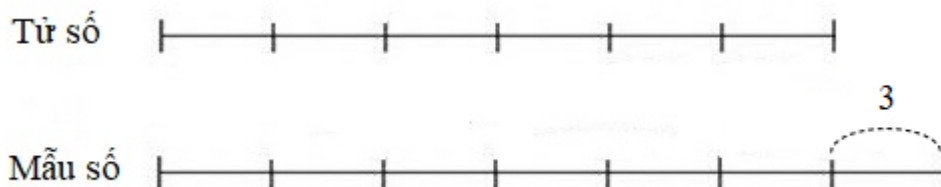
Giải

Hiệu giữa tử số và mẫu số của phân số $\frac{14}{17}$ là

$$17 - 14 = 3$$

Khi ta cùng thêm vào tử số và mẫu số của 1 phân số với cùng một số tự nhiên thì hiệu giữa tử số và mẫu số không đổi.

Ta có sơ đồ về tử số và mẫu số của phân số mới:



Tử số của phân số mới là

$$3 \times 6 = 18$$

Số cộng thêm vào là

$$18 - 14 = 4$$

Đáp số: 4

Bài 12. Cửa hàng có một số hộp sữa đã bán hết trong 4 ngày. Ngày đầu bán $\frac{1}{3}$ số hộp sữa. Ngày thứ hai bán $\frac{1}{3}$ số hộp sữa còn lại. Ngày thứ ba bán $\frac{1}{3}$ số hộp sữa còn lại sau 2 ngày. Ngày thứ tư bán 16 hộp thì hết. Hỏi cả 4 ngày cửa hàng bán hết bao nhiêu hộp sữa?

Giải

Phân số chỉ số hộp sữa bán trong ngày thứ hai là

$$\frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{9} \text{ (tổng số hộp sữa)}$$

Phân số chỉ số hộp sữa bán trong ngày thứ ba là

$$\frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right) = \frac{4}{27} \text{ (tổng số hộp sữa)}$$

Phân số chỉ số hộp sữa bán trong ngày thứ tư là

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{4}{27}\right) = \frac{8}{27} \text{ (tổng số cây)}$$

Cả 4 ngày cửa hàng bán số hộp sữa là

$$16 : \frac{8}{27} = 54 \text{ (hộp)}$$

Đáp số: 54 hộp sữa

Bài 13. Cho phân số $\frac{54}{63}$. Hãy tìm số tự nhiên a sao cho khi bớt a ở tử số và thêm a vào mẫu số ta được phân số mới, rút gọn phân số mới ta được phân số $\frac{4}{5}$.

Giải

Tổng của tử số và mẫu số của phân số $\frac{54}{63}$ là

$$54 + 63 = 117$$

Khi bớt ở tử số a đơn vị và thêm vào mẫu số a đơn vị thì tổng của tử số và mẫu số của phân số mới không thay đổi và bằng 117.

Ta có $\frac{54-a}{63+a} = \frac{4}{5}$

Tử số của phân số mới là $117 : (4 + 5) \times 4 = 52$

Ta có $54 - a = 52$. Vậy $a = 2$

Đáp số: $a = 2$

Bài 14. Cho phân số $\frac{234}{369}$. Hỏi cùng phải bớt ở tử số và mẫu số bao nhiêu đơn vị để được phân số

mới và rút gọn phân số mới đó ta được phân số $\frac{5}{8}$.

Giải:

Hiệu giữa mẫu số và tử số của phân số $\frac{234}{369}$ là:

$$369 - 234 = 135$$

Khi cùng bớt ở tử số và mẫu số một số đơn vị thì hiệu của tử số và mẫu số ở phân số mới không đổi và bằng 135.

Gọi số cần tìm là a ta có:

$$\frac{234-a}{369-a} = \frac{5}{8}$$

Tử số của phân số mới là

$$135 : (8 - 5) \times 5 = 225$$

Ta có $234 - a = 225$. Vậy $a = 9$

Đáp số: $a = 9$

Bài 15. Cho phân số $\frac{a}{b}$. Rút gọn phân số $\frac{a}{b}$ ta được phân số $\frac{5}{7}$. Nếu thêm 71 vào tử số và giữ nguyên mẫu số, ta được phân số $\frac{18}{11}$. Tìm phân số $\frac{a}{b}$.

Giải:

Theo đề bài ta có $\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$ và $\frac{a+71}{b} = \frac{18}{11}$ (*)

Thay phân số $\frac{a}{b}$ bằng giá trị $\frac{5}{7}$ vào (*) ta có:

$$\frac{5}{7} + \frac{71}{b} = \frac{18}{11}$$

$$\text{Vậy } \frac{71}{b} = \frac{18}{11} - \frac{5}{7} = \frac{71}{77}$$

Vậy $b = 77$.

$$\text{Ta có } \frac{a}{77} = \frac{5}{7}$$

Vậy $a = 55$.

Phân số $\frac{a}{b}$ cần tìm là $\frac{55}{77}$

Bài 16. Cho phân số $\frac{12}{21}$. Hỏi phải cùng thêm vào tử số và mẫu số của phân số này bao nhiêu đơn vị để được phân số bằng $\frac{8}{11}$.

Giải

Hiệu của tử số và mẫu số của phân số $\frac{12}{21}$ là

$$21 - 12 = 9$$

Khi cùng thêm vào tử số và mẫu số của phân số này một số đơn vị thì hiệu giữa mẫu số và tử số không đổi và bằng 9.

Ta có tỉ số giữa tử số và mẫu số của phân số mới bằng $\frac{8}{11}$

Tử số của phân số mới là $9 : (11 - 8) \times 8 = 24$

Vậy số cần cộng thêm vào tử số và mẫu số là $24 - 12 = 12$

Đáp số: 12

Bài 17. Một người bán hàng vải, lần thứ nhất bán $\frac{1}{2}$ tấm vải, lần thứ hai bán $\frac{1}{3}$ tấm vải đó thì tấm vải chỉ còn lại 7 m. Hỏi tấm vải đó dài bao nhiêu mét?

Giải

Phần số chỉ số vải bán hai lần đầu là:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \text{ (tấm vải)}$$

Phần số chỉ số vải còn lại là

$$1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \text{ (tấm vải)}$$

Tấm vải dài là:

$$7 : \frac{1}{6} = 42 \text{ (m)}$$

Đáp số: 42 m

Bài 18. Một thửa ruộng năm nay thu hoạch nhiều hơn năm ngoái 30 tạ. Biết $\frac{1}{7}$ số thu hoạch năm ngoái thì bằng $\frac{1}{12}$ số thu hoạch năm nay. Hỏi năm nay thu hoạch ở thửa ruộng đó được bao nhiêu tạ?

Giải

Vì $\frac{1}{7}$ số thu hoạch năm ngoái thì bằng $\frac{1}{12}$ số thu hoạch năm nay nên số thu hoạch của năm ngoái so

với thu hoạch của năm nay là

$$\frac{1}{12} \times 7 = \frac{7}{12} \text{ (số thu hoạch năm nay)}$$

Hiệu số phần bằng nhau là

$$12 - 7 = 5 \text{ (phần)}$$

Năm nay thửa ruộng thu được số tạ thóc là

$$30 : 5 \times 12 = 72 \text{ (tạ)}$$

Đáp số: 72 tạ

Bài 19. Một người bán trứng bán lần thứ nhất $\frac{1}{5}$ số trứng, lần thứ hai bán $\frac{3}{8}$ số trứng thì còn lại 17 quả. Hỏi người đó đem bán bao nhiêu quả trứng và mỗi lần bán bao nhiêu quả?

Giải

Phần số chỉ số quả trứng bán lần thứ nhất và lần thứ hai là

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{8} = \frac{23}{40} \text{ (số trứng)}$$

Phần số chỉ số trứng còn lại là

$$1 - \frac{23}{40} = \frac{17}{40} \text{ (số trứng)}$$

Số trứng người đó đem đi bán là

$$17 : \frac{17}{40} = 40 \text{ (quả)}$$

Số trứng bán lần thứ nhất là

$$40 \times \frac{1}{5} = 8 \text{ (quả)}$$

Số trứng bán lần thứ hai là

$$40 \times \frac{3}{8} = 15 \text{ (quả)}$$

Đáp số: 40 quả

Lần 1: 8 quả, lần 2: 15 quả

Bài 20. Hai chị em được 110 000 đồng tiền mừng tuổi. Nếu chị cho em 2000 đồng thì số tiền của chị bằng $\frac{5}{6}$ số tiền của em. Hỏi mỗi người được bao nhiêu tiền mừng tuổi.

Giải

Khi chị cho em 2000 đồng thì tổng số tiền của hai chị em không đổi vẫn bằng 110 000 đồng.

Số tiền của chị sau khi cho em 2000 đồng là

$$110\ 000 : (5 + 6) \times 5 = 50\ 000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền của chị ban đầu là

$$50\ 000 + 2000 = 52\ 000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền của em là

$$110\ 000 - 52\ 000 = 58\ 000 \text{ (đồng)}$$

Đáp số: 58 000 đồng

Bài 21: Hai chị em đi mua sách hết 112 000 đồng. Biết rằng $\frac{3}{5}$ số tiền sách của em bằng $\frac{1}{3}$ số tiền sách của anh. Hỏi mỗi người mua hết bao nhiêu tiền sách.

Giải

Số tiền sách của anh so với số tiền sách của em là

$$\frac{3}{5} \times 3 = \frac{9}{5} \text{ (số tiền sách của em)}$$

Số tiền sách của anh là

$$112\ 000 : (9 + 5) \times 9 = 72\ 000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền sách của em là

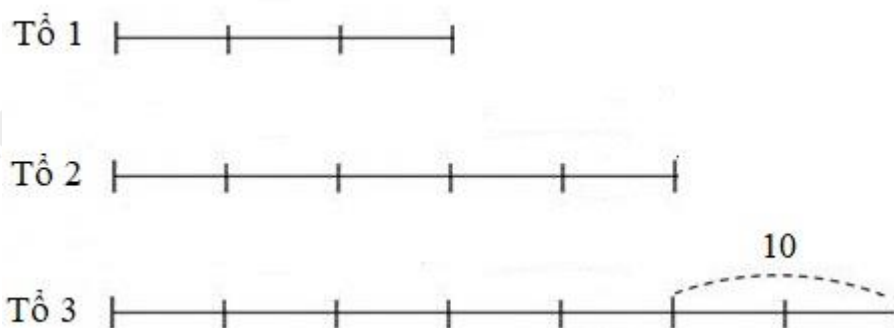
$$112\ 000 - 72\ 000 = 40\ 000 \text{ (đồng)}$$

Đáp số: 40 00 đồng

Bài 22: Có 3 tổ công nhân sản xuất trong nhà máy. Biết rằng $\frac{1}{3}$ số người của tổ thứ nhất bằng $\frac{1}{5}$ số người của tổ thứ hai và bằng $\frac{1}{7}$ số người của tổ thứ ba. Tổ thứ ba nhiều hơn tổ thứ hai 10 người. Hỏi mỗi tổ có bao nhiêu người?

Giải

Ta có sơ đồ:



Số người của tổ 1 là $(10 : 2) \times 3 = 15$ (người)

Số người của tổ 2 là $(10 : 2) \times 5 = 25$ (người)

Số người của tổ 3 là $25 + 10 = 35$ (người)

Đáp số: Tổ 1: 15 người

Tổ 2: 25 người

Tổ 3: 35 người

Bài 23: Có hai thùng dầu chứa tổng cộng 54 lít. Người ta lấy ra ở thùng thứ nhất $\frac{3}{7}$ số dầu, lấy ở thùng thứ hai $\frac{4}{5}$ số dầu thì số dầu còn lại ở hai thùng bằng nhau. Hỏi mỗi thùng có bao nhiêu lít dầu?

Giải

Số dầu còn lại ở thùng thứ nhất là

$$1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7} \text{ (thùng thứ nhất)}$$

Số dầu còn lại ở thùng thứ hai là

$$1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} \text{ (thùng thứ hai)}$$

Theo đề bài ta có: $\frac{1}{5}$ thùng thứ hai bằng $\frac{4}{7}$ thùng thứ nhất

Thùng dầu thứ hai so với thùng dầu thứ nhất thì bằng:

$$\frac{4}{7} \times 5 = \frac{20}{7} \text{ (thùng thứ nhất)}$$

Coi số lít dầu ở thùng thứ nhất là 7 phần thì số lít dầu ở thùng thứ hai là 20 phần.

Tổng số phần bằng nhau là:

$$7 + 20 = 27 \text{ (phần)}$$

Số lít dầu của thùng thứ nhất là

$$54 : 27 \times 7 = 14 \text{ (lít)}$$

Số lít dầu của thùng thứ hai là:

$$54 - 14 = 40 \text{ (lít)}$$

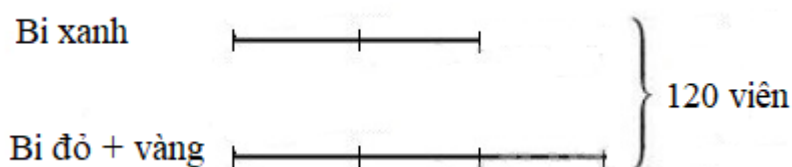
Đáp số: Thùng thứ nhất: 14 lít

Thùng thứ hai: 40 lít

Bài 24: Một hộp bi có ba màu: xanh, đỏ, vàng. Tổng cộng 120 viên bi. Biết rằng số bi xanh bằng $\frac{2}{3}$ tổng số bi đỏ và vàng, số bi vàng bằng $\frac{4}{5}$ số bi đỏ. Hỏi mỗi loại có bao nhiêu viên bi?

Giải

Theo đề bài ta có:



Tổng số phần bằng nhau là:

$$2 + 3 = 5 \text{ (phần)}$$

Số bi xanh là

$$120 : 5 \times 2 = 48 \text{ (viên bi)}$$

Tổng số bi đỏ và bi vàng là

$$120 - 48 = 72 \text{ (viên bi)}$$

Coi số bi vàng gồm 4 phần bằng nhau thì số bi xanh gồm 5 phần.

Tổng số phần bằng nhau:

$$4 + 5 = 9 \text{ (phần)}$$

Số bi vàng là

$$72 : 9 \times 4 = 32 \text{ (viên bi)}$$

Số bi đỏ là:

$$72 - 32 = 40 \text{ (viên vi)}$$

Đáp số: 48 bi xanh, 32 bi vàng, 40 bi đỏ

Bài 25. Tỉ số học sinh nam so với nữ của trường Thăng Lợi đầu năm là $\frac{3}{4}$. Nếu chuyển thêm 60 học sinh nam từ trường khác đến thì tỉ số giữa học sinh nam và nữ là $\frac{9}{10}$.

Tìm số học sinh nữ của trường.

Giải

Lúc đầu số học sinh nam bằng $\frac{3}{4}$ số học sinh nữ. Lúc sau số học sinh nam bằng $\frac{9}{10}$ số học sinh nữ.

Vì số học sinh nữ không đổi, nên 60 học sinh nam chuyển đến so với số học sinh nữ chiếm số phần

là:

$$\frac{9}{10} - \frac{3}{4} = \frac{3}{20} \text{ (số học sinh nữ)}$$

Số học sinh nữ của trường đó là

$$60 : \frac{3}{20} = 400 \text{ (học sinh)}$$

Đáp số: 400 học sinh nữ

Bài 26. Khối 5 gồm 3 lớp có tất cả 102 học sinh. Biết tỉ số số học sinh 5B so với 5A là $\frac{8}{9}$, tỉ số số học sinh 5C so với 5B là $\frac{17}{16}$. Hãy tính số học sinh mỗi lớp.

Giải

$$\text{Ta có } \frac{8}{9} = \frac{16}{18}$$

Theo đề bài tỉ số số học sinh 5B so với 5A là $\frac{16}{18}$, tỉ số số học sinh 5C so với 5B là $\frac{17}{16}$.

Nếu coi số học sinh lớp 5A là 18 phần thì số học sinh lớp 5B là 16 phần và số học sinh lớp 5C là 17 phần bằng nhau.

Tổng số phần bằng nhau là

$$18 + 16 + 17 = 51 \text{ (phần)}$$

Số học sinh lớp 5A là

$$102 : 51 \times 18 = 36 \text{ (học sinh)}$$

Số học sinh lớp 5B là

$$102 : 51 \times 16 = 32 \text{ (học sinh)}$$

Số học sinh lớp 5C là

$$102 - (36 + 32) = 34 \text{ (học sinh)}$$

Đáp số: 5A: 36 học sinh; 5B: 32 học sinh; 5C: 34 học sinh

Bài 27. Một trang trại có 50 con gồm trâu và bò. Biết rằng nếu lấy $\frac{2}{5}$ số trâu cộng với $\frac{3}{4}$ số bò thì được 27 con. Hỏi trang trại có bao nhiêu con trâu, bao nhiêu con bò?

Giải

Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} \text{Số trâu} + \text{số bò} = 50 \text{ con} & (1) \\ \frac{2}{5} \text{ số trâu} + \frac{3}{4} \text{ số bò} = 27 \text{ con} & (2) \end{cases}$$

Nhân (1) với $\frac{2}{5}$ ta được:

$$\begin{cases} \frac{2}{5} \text{ số trâu} + \frac{2}{5} \text{ số bò} = 20 \text{ con} & (3) \\ \frac{2}{5} \text{ số trâu} + \frac{3}{4} \text{ số bò} = 27 \text{ con} & (2) \end{cases}$$

Lấy (2) trừ đi (3) ta được:

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5}\right) \text{ số bò} = 7 \text{ con}$$

$$\frac{7}{20} \text{ số bò} = 7 \text{ con}$$

$$\text{Vậy số bò là } 7 : \frac{7}{20} = 20 \text{ (con)}$$

$$\text{Số trâu là } 50 - 20 = 30 \text{ (con)}$$

Đáp số: 20 con bò, 30 con trâu

Bài 28. Hồng đi chợ đem theo 1 số tiền. Đầu tiên Hồng mua sách hết $\frac{2}{3}$ số tiền mang theo, sau đó

mua vở hết $\frac{3}{4}$ số tiền còn lại, cuối cùng Hồng còn 6000 đồng. Hỏi Hồng đi chợ đem theo bao nhiêu tiền?

Giải

Số tiền còn lại sau khi mua sách là

$$1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ (số tiền đem theo)}$$

Số tiền mua vở bằng:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \text{ (số tiền đem theo)}$$

Số tiền còn lại sau khi mua sách và vở bằng:

$$1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{12} \text{ (số tiền đem theo)}$$

Số tiền Hồng đem theo là

$$6000 : \frac{1}{12} = 72000 \text{ (đồng)}$$

Đáp số: 72000 đồng

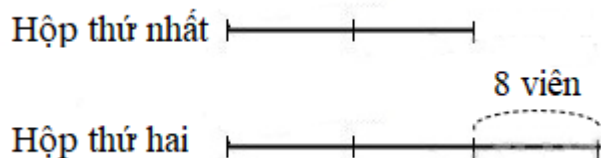
Bài 29. Có hai hộp phấn, hộp thứ nhất ít hơn hộp thứ hai 8 viên phấn, biết rằng $\frac{3}{4}$ số phấn trong hộp thứ nhất bằng $\frac{1}{2}$ số phấn của hộp thứ hai. Hỏi mỗi hộp có bao nhiêu viên phấn?

Giải

Theo đề bài ta có $\frac{1}{2}$ số phấn hộp thứ hai bằng $\frac{3}{4}$ số phấn hộp thứ nhất

Vậy số phấn ở hộp thứ hai bằng $\frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2}$ (số phấn hộp thứ nhất)

Ta có sơ đồ:



Số viên phấn của hộp thứ nhất là $8 \times 2 = 16$ (viên)

Số viên phấn ở hộp thứ hai là

$$16 + 8 = 24 \text{ (viên phấn)}$$

Đáp số: Hộp thứ nhất: 16 viên

Hộp thứ hai: 24 viên

Bài 30. Một cửa hàng bán 1 bao đường làm ba lần. Lần thứ nhất cửa hàng bán $\frac{1}{3}$ bao đường và 5kg, lần thứ hai bán $\frac{3}{7}$ chỗ còn lại và 3kg, lần thứ ba bán 17 kg thì hết bao đường. Hỏi bao đường có bao nhiêu kilôgam?

Giải

Nếu lần thứ hai không bán thêm 3 kg đường thì số đường còn lại sau khi bán lần thứ hai là

$$17 + 3 = 20 \text{ (kg)}$$

20 kg đường tương ứng với:

$$1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7} \text{ (số đường còn lại sau khi bán lần thứ nhất)}$$

Số đường còn lại sau khi bán lần thứ nhất là

$$20 : \frac{4}{7} = 35 \text{ (kg)}$$

Nếu lần thứ nhất không bán thêm 5 kg thì số đường còn lại sau khi bán lần thứ nhất là

$$35 + 5 = 40 \text{ (kg)}$$

40 kg đường bằng:

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ (bao đường)}$$

Số đường có trong bao là:

$$40 : \frac{2}{3} = 60 \text{ (kg)}$$

Đáp số: 60 kg

Bài 31. Hà đọc một quyển sách trong 3 ngày thì xong. Ngày thứ nhất Hà đọc được $\frac{1}{3}$ quyển. Ngày thứ hai Hà đọc $\frac{4}{7}$ số trang còn lại. Ngày thứ ba Hà đọc ít hơn ngày thứ hai là 40 trang. Tính số trang của quyển sách.

Giải

Số trang sách còn lại chưa đọc sau ngày thứ nhất là

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ (quyển sách)}$$

Ngày thứ hai Hà đọc số trang sách bằng:

$$\frac{4}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{21} \text{ (quyển sách)}$$

Ngày thứ ba, Hà đọc số trang sách bằng:

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{8}{21} \right) = \frac{2}{7} \text{ (quyển sách)}$$

40 trang sách bằng:

$$\frac{8}{21} - \frac{2}{7} = \frac{2}{21} \text{ (quyển sách)}$$

Số trang của quyển sách là

$$40 : \frac{2}{21} = 420 \text{ (trang)}$$

Đáp số: 420 trang

Bài 32. Một ô tô chạy quãng đường AB trong 3 giờ. Giờ đầu chạy được $\frac{2}{5}$ quãng đường AB. Giờ thứ hai chạy được $\frac{2}{5}$ quãng đường còn lại và thêm 4 km. Giờ thứ ba chạy nốt 50 km cuối. Tính quãng đường AB.

Giải

Nếu giờ thứ hai không chạy thêm 4 km thì quãng đường còn lại sau giờ thứ hai là:

$$50 + 4 = 54 \text{ (km)}$$

Quãng đường xe chạy trong giờ thứ hai là

$$\left(1 - \frac{2}{5}\right) \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25} \text{ (quãng đường AB)}$$

Quãng đường còn lại sau khi xe chạy 2 giờ là

$$1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{6}{25}\right) = \frac{9}{25} \text{ (quãng đường AB)}$$

Quãng đường AB dài là

$$54 : \frac{9}{25} = 150 \text{ (km)}$$

Đáp số: 150 km

Bài 33. Hai người làm chung một công việc trong 12 giờ thì xong. Người thứ nhất làm một mình $\frac{2}{3}$ công việc thì mất 10 giờ. Hỏi người thứ hai làm $\frac{1}{3}$ công việc còn lại mất bao lâu?

Giải

Trong 1 giờ hai người làm được số phần công việc là

$$1 : 12 = \frac{1}{12} \text{ (công việc)}$$

Trong 1 giờ người thứ nhất làm được số phần công việc là

$$\frac{2}{3} : 10 = \frac{1}{15} \text{ (công việc)}$$

Trong 1 giờ người thứ hai làm được số phần công việc là

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{15} = \frac{1}{60} \text{ (công việc)}$$

Người thứ hai làm $\frac{1}{3}$ công việc còn lại hết số giờ là:

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{60} = 20 \text{ (giờ)}$$

Đáp số: 20 giờ

Bài 34. Một người bán hết 63 kg gạo trong bốn lần. Lần đầu bán $\frac{1}{2}$ số gạo và $\frac{1}{2}$ kg gạo. Lần thứ hai bán $\frac{1}{2}$ số gạo còn lại và $\frac{1}{2}$ kg gạo. Lần thứ ba bán $\frac{1}{2}$ số gạo còn lại sau hai lần bán và $\frac{1}{2}$ kg gạo. Hỏi lần thứ tư người đó bán được bao nhiêu ki-lô-gam gạo?

Giải

Ngày đầu bán số kg gạo là

$$63 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 32 \text{ (kg)}$$

Ngày thứ hai bán số kg gạo là

$$(63 - 32) \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 16 \text{ (kg)}$$

Ngày thứ ba bán được số kg là

$$(63 - 32 - 16) \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 8 \text{ (kg)}$$

Ngày thứ tư bán được số kg là

$$63 - (32 + 16 + 8) = 7 \text{ (kg)}$$

Đáp số: 7 kg

Bài 35. Lớp 5A có số học sinh nữ bằng $\frac{1}{3}$ số học sinh nam. Sau bài thi chuyên đề, có 3 học sinh nữ chuyển lớp và thay vào đó là 3 học sinh nam lớp khác do đó số học sinh nữ bằng $\frac{1}{6}$ số học sinh nam. Tính số học sinh lớp 5A.

Giải

Lúc đầu số học sinh nữ bằng $\frac{1}{3}$ số học sinh nam hay số học sinh nữ bằng $\frac{1}{4}$ số học sinh cả lớp.

Sau khi chuyển lớp, số học sinh nữ bằng $\frac{1}{6}$ số học sinh nam hay số học sinh nữ bằng $\frac{1}{7}$ số học sinh cả lớp.

Vì số học sinh cả lớp không đổi nên 3 học sinh nữ chuyển đi so với số học sinh cả lớp bằng:

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{7} = \frac{3}{28} \text{ (số học sinh cả lớp)}$$

Số học sinh lớp 5A là

$$3 : \frac{3}{28} = 28 \text{ (học sinh)}$$

Đáp số: 28 học sinh

Bài 36. Cả ba tấm vải dài tổng cộng 117m. Nếu cắt bớt $\frac{3}{7}$ tấm vải xanh, $\frac{1}{5}$ tấm vải đỏ và $\frac{1}{3}$ tấm vải trắng thì phần còn lại của 3 tấm vải dài bằng nhau. Tính chiều dài mỗi tấm vải?

Giải

Sau khi cắt ba tấm vải ta có:

Tấm vải xanh còn lại là

$$1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7} \text{ (tấm vải xanh)}$$

Tấm vải đỏ còn lại là

$$1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \text{ (tấm vải đỏ)}$$

Tấm vải trắng còn lại là

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6} \text{ (tấm vải trắng)}$$

$$\text{Ta có } \frac{4}{7} \text{ tấm vải xanh} = \frac{4}{5} \text{ tấm vải đỏ} = \frac{4}{6} \text{ tấm vải trắng}$$

Coi tấm vải xanh là 7 phần bằng nhau, tấm vải đỏ là 5 phần bằng nhau, tấm vải trắng là 6 phần bằng nhau.

Tổng số phần bằng nhau là

$$7 + 5 + 6 = 18 \text{ (phần)}$$

Vậy tấm vải xanh dài là

$$117 : 18 \times 7 = 45,5 \text{ (m)}$$

Tấm vải đỏ dài là

$$117 : 18 \times 5 = 32,5 \text{ (m)}$$

Tấm vải trắng dài là

$$117 - (45,5 + 32,5) = 39 \text{ (m)}$$

Đáp số: Vải xanh 45,5m; Vải đỏ 32,5 m; Vải trắng 39m

Bài 37. Bốn người góp vốn thành lập một công ty. Người thứ nhất góp 64 triệu đồng; người thứ hai góp bằng $\frac{2}{3}$ số tiền của ba người còn lại; người thứ ba góp bằng $\frac{1}{4}$ số tiền của ba người còn lại và người thứ tư góp bằng $\frac{2}{5}$ số tiền của ba người còn lại. Hỏi mỗi người đã góp bao nhiêu tiền?

Giải

Theo đề bài ta có: Người thứ hai góp $\frac{2}{5}$ số vốn công ty, người thứ ba góp $\frac{1}{5}$ số vốn công ty, người thứ tư góp $\frac{2}{7}$ số vốn công ty.

Phần số chỉ số tiền của người thứ hai, người thứ ba và người thứ tư góp là

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} + \frac{2}{7} = \frac{31}{35} \text{ (số vốn)}$$

Phần số chỉ số tiền người thứ nhất góp là

$$1 - \frac{31}{35} = \frac{4}{35}$$

Tổng số vốn của công ty là

$$64 : \frac{4}{35} = 560 \text{ (triệu đồng)}$$

Số tiền người thứ hai góp là

$$\frac{2}{5} \times 560 = 224 \text{ (triệu đồng)}$$

Số tiền người thứ ba góp là

$$\frac{1}{5} \times 560 = 112 \text{ (triệu đồng)}$$

Số tiền người thứ tư góp là

$$560 - (64 + 224 + 112) = 160 \text{ (triệu đồng)}$$

Đáp số: 64 triệu đồng, 224 triệu đồng

112 triệu đồng, 160 triệu đồng

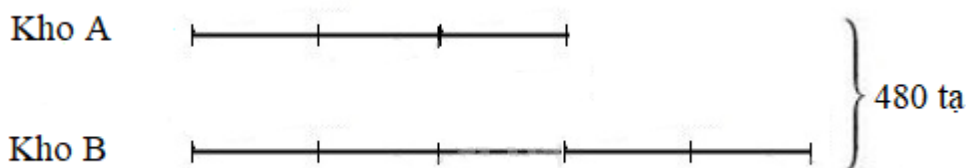
Bài 38. Hai kho có tất cả 450 tạ thóc. Sau khi kho A nhập thêm 55 tạ thóc và kho B xuất đi 25 tạ thóc thì số thóc của kho A bằng $\frac{3}{5}$ số thóc kho B. Hỏi lúc đầu mỗi kho có bao nhiêu tạ thóc?

Giải

Sau khi kho A nhập thêm 55 tạ thóc và kho B xuất đi 25 tạ thóc thì số thóc ở hai kho là

$$450 + 55 - 25 = 480 \text{ (tạ)}$$

Lúc này ta có sơ đồ:



Tổng số phần bằng nhau là

$$3 + 5 = 8 \text{ (phần)}$$

Số thóc ở kho A sau khi nhập thêm 55 tạ là

$$480 : 8 \times 3 = 180 \text{ (tạ)}$$

Số thóc ở kho A lúc đầu là

$$180 - 55 = 125 \text{ (tạ)}$$

Số thóc ban đầu ở kho B là

$$450 - 125 = 325 \text{ (tạ)}$$

Đáp số: Kho A: 125 tạ

Kho B: 325 tạ

Bài 39. Ba lớp 5 có tất cả 63 học sinh đạt học sinh giỏi. Số học sinh giỏi của lớp 5A bằng $\frac{3}{4}$ số học sinh giỏi của lớp 5B. Số học sinh giỏi của lớp 5C bằng $\frac{7}{6}$ số học sinh giỏi của lớp 5A. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh giỏi?

Giải

Ta có: số học sinh giỏi của lớp 5A bằng $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ số học sinh giỏi của lớp 5B, số học sinh giỏi của lớp 5C bằng $\frac{7}{6}$ số học sinh giỏi của lớp 5A.

Vậy số học sinh giỏi của lớp 5C so với lớp 5B là

$$\frac{7}{6} \times \frac{6}{8} = \frac{7}{8} \text{ (số học sinh giỏi lớp 5B)}$$

Coi số học sinh giỏi của lớp 5B là 8 phần thì số học sinh giỏi của lớp 5A là 6 phần, số học sinh giỏi của lớp 5C là 7 phần.

Tổng số phần bằng nhau là

$$8 + 6 + 7 = 21 \text{ (phần)}$$

Số học sinh giỏi lớp 5A là

$$63 : 21 \times 6 = 18 \text{ (học sinh)}$$

Số học sinh giỏi của lớp 5B là

$$63 : 21 \times 8 = 24 \text{ (học sinh)}$$

Số học sinh giỏi của lớp 5C là

$$63 - (18 + 24) = 21 \text{ (học sinh)}$$

Đáp số: Lớp 5A: 18 học sinh

Lớp 5B: 24 học sinh

Lớp 5C: 21 học sinh

Bài 40. Ba xe ô tô chở 98 học sinh đi tham quan, biết $\frac{2}{3}$ số học sinh ở xe thứ nhất bằng $\frac{3}{4}$ số học sinh ở xe thứ hai và bằng $\frac{4}{5}$ số học sinh ở xe thứ ba. Hỏi mỗi xe chở bao nhiêu học sinh?

Giải

Có $\frac{2}{3}$ số học sinh ở xe thứ nhất bằng $\frac{3}{4}$ số học sinh ở xe thứ hai và bằng $\frac{4}{5}$ số học sinh ở xe thứ ba.

Quy đồng tử số các phân số ta được:

$$\frac{12}{18} \text{ số học sinh ở xe thứ nhất} = \frac{12}{16} \text{ số học sinh ở xe thứ hai} = \frac{12}{15} \text{ số học sinh ở xe thứ ba}$$

Gọi số học sinh ở xe thứ nhất là 18 phần bằng nhau thì số học sinh ở xe thứ hai là 16 phần và số học sinh ở xe thứ ba là 15 phần.

Tổng số phần bằng nhau là

$$18 + 16 + 15 = 49 \text{ (phần)}$$

Xe thứ nhất chở số học sinh là

$$98 : 49 \times 18 = 36 \text{ (học sinh)}$$

Xe thứ hai chở số học sinh là

$$98 : 49 \times 16 = 32 \text{ (học sinh)}$$

Xe thứ ba chở số học sinh là

$$98 - (36 + 32) = 30 \text{ (học sinh)}$$

Đáp số: Xe thứ nhất: 36 học sinh

Xe thứ hai: 32 học sinh

Xe thứ ba: 30 học sinh