ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 30

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức học kì 1 của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1: (2,5 điểm)

Cho biểu thức $A=\dfrac{x-4}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{1-\sqrt{x}}+\dfrac{\sqrt{x}-4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm x để biểu thức $M=A.B$ nhận giá trị nguyên.

Phương pháp giải

a) Tìm ĐKXĐ của biểu thức A và biểu thức B

Với $x=16$ (tmđk) thay vào biểu thức A và tính.

b) Xác định mẫu thức chung

Thực hiện các phép tính với các phân thức đại số

c) Tìm miền chặn của biểu thức M để tìm được giá trị M nguyên

Với M nguyên tìm được x thỏa mãn

Lời giải

ĐKXĐ: $x\ge 0;x\ne 1;x\ne 4$

a) Với $x=16$ (tmđk) thay vào A ta được: $A=\dfrac{16-4}{\sqrt{16}+1}=\dfrac{12}{4+1}=\dfrac{12}{5}$

Vậy $x=16$ thì $A=\dfrac{12}{5}$

b) $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{1-\sqrt{x}}+\dfrac{\sqrt{x}-4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$ với $x\ge 0;x\ne 1;x\ne 4$

$= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$

$= \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)-\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)+\left(\sqrt{x}-4\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$

$= \frac{x-1-x+4+\sqrt{x}-4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$

$= \frac{\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$

$= \frac{1}{\sqrt{x}-2}$

Vậy $B = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x \ge 0; x \ne 1; x \ne 4$

c) Ta có: $M = A.B = \frac{x-4}{\sqrt{x}+1}.\frac{1}{\sqrt{x}-2} = \frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$

$$M = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1+1}{\sqrt{x}+1} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

Vì $x \ge 0 \Rightarrow 1 + \frac{1}{\sqrt{x}+1} > 1$

$\Rightarrow M > 1$

Vì $x \ge 0 \Rightarrow \sqrt{x}+1 \ge 1$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}+1} \le 1$

$\Rightarrow 1 + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \le 2$

$\Rightarrow M \le 2$

Vậy $1 < M \le 2$, mà M là số nguyên nên $M = 2$

* Với $M = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} = 2$

$\Leftrightarrow 2\left(\sqrt{x}+1\right) = \sqrt{x}+2$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}+2 = \sqrt{x}+2$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 0$

$\Leftrightarrow x = 0\left(tmdk\right)$

Vậy $x = 0$ thì $M = A.B$ là số nguyên.

Câu 2: (2 điểm)

Cho hàm số $y=(1-m)x+m+2$ (với m là tham số) có đồ thị là đường thẳng d. Xác định m để:

a) Đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

b) Đường thẳng d song song với đường thẳng $y=2x-1$

c) Đường thẳng d cắt trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B sao cho tam giác AOB vuông cân.

Phương pháp giải

a) Thay tọa độ $(2;0)$ vào hàm số của đường thẳng $d \Rightarrow$ tìm được m

b) Đường thẳng $(d): y=ax+b$ song song với đường thẳng $(d'): y=a'x+b'$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a=a' \\ b\ne b' \end{cases}$.

c) Tìm tọa độ điểm $A; B$

Tính $OA=OB$

ΔAOB vuông cân cần thêm điều kiện: $OA=OB$

Lời giải

a) Đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên ta có:

$2(1-m)+m+2=0$

$\Leftrightarrow 2-2m+m+2=0$

$\Leftrightarrow -m+4=0$

$\Leftrightarrow m=4$

Vậy $m=4$

b) Đường thẳng d song song với đường thẳng $y=2x-1$ khi và chỉ khi $\begin{cases} 1-m=2 \\ m+2\ne -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m\ne -3 \end{cases} \Leftrightarrow m=-1$

Vậy $m=-1$

c) *Với $m=1$, ta có: $d: y=3$ là đường thẳng song song với trục hoành Ox

$\Rightarrow m=1$ (ktm)

*Với $m=1$, ta có: $y=(1-m)x+m+2$ là đường thẳng cắt trục Ox, Oy

Đường thẳng d cắt Ox tại $A \Rightarrow A\left(\dfrac{m+2}{m-1};0\right)$

Do đó, $OA=\left|\dfrac{m+2}{m-1}\right|$

Đường thẳng d cắt Oy tại $B \Rightarrow B(0;m+2)$

Do đó, $OB=|m+2|$

Vì ΔOAB vuông cân ở $O \Rightarrow OA=OB$

$$\Leftrightarrow \left|\frac{m+2}{m-1}\right| = |m+2|$$

$$\Leftrightarrow |m+2|\left(\frac{1}{|m-1|}-1\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |m+2| = 0 \\ \dfrac{1}{|m-1|} = 1 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+2 = 0 \\ |m-1| = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ \left[\begin{array}{l} m-1 = 1 \\ m-1 = -1 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2(tmdk) \\ m = 2(tmdk) \\ m = 0(tmdk) \end{array}\right.$$

Vậy $m \in \{-2;0;2\}$

Câu 3: (1,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2|x-1| - \dfrac{3}{\sqrt{y+3}} = -3 \\ |x-1| + \dfrac{1}{\sqrt{y+3}} = 1 \end{cases}$

2) Giá niêm yết của các chiếc tủ lạnh cùng loại trong siêu thị là như nhau. Gian hàng A bán với giá khuyên mãi 20%. Gian hàng B, lần 1 giảm giá 10% cũng bán được chưa được nên giảm tiếp 10% nữa so với giá đã giảm lần thứ nhất. Nếu là người mua hàng, để mua được giá rẻ hơn em sẽ chọn mua ở gian hàng nào? Vì sao?

Phương pháp giải

1) Đặt $\begin{cases} |x-1| = a\left(a \ge 0\right) \\ \dfrac{1}{\sqrt{y+3}} = b\left(b > 0\right) \end{cases}$, khi đó có hệ phương trình bậc nhất hai ẩn a,b

Sử dụng phương pháp cộng đại số, tìm a,b (đối chiếu điều kiện)

Từ a,b tìm được, tìm được nghiệm của hệ phương trình $(x;y)$

2) Tính giá bán của gian hàng A sau giảm

Tính giá bán của gian hàng B sau giảm

So sánh và kết luận

Lời giải

ĐKXĐ: $y > -3$

Đặt $\begin{cases} |x-1| = a\left(a \ge 0\right) \\ \dfrac{1}{\sqrt{y+3}} = b\left(b > 0\right) \end{cases}$, khi đó hệ phương trình ban đầu trở thành:

$$\begin{cases}2a-3b=-3\\a+b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a-3b=-3\\3a+3b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5a=0\\a+b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0(tmdk)\\b=1(tmdk)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}|x-1|=0\\\dfrac{1}{\sqrt{y+3}}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-1=0\\\sqrt{y+3}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y+3=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;-2)$

2) Gọi giá niêm yết chiếc tủ lạnh là: x đồng.

Gian hàng A bán với giá là: $100\%x-20\%x=80\%x$ (đồng)

Gian hàng B bán với giá giảm lần 1 là: $100\%x-10\%x=90\%x$ (đồng)

Gian hàng B bán với giá giảm lần 2 là: $90\%x-10\%.90\%x=81\%x$ (đồng)

Vậy gian hàng A có giá bán rẻ hơn so với gian hàng B nên chọn mua ở gian hàng A.

Câu 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Điểm E thay đổi thuộc đoạn OC, nối AE cắt đường tròn (O) tại M .

a) Chứng minh 4 điểm O,B,M,E cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh $AE.AM$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm E trên đoạn OC .

c) Xác định vị trí của E trên đoạn OC để $MA=2MB$.

d) Xác định vị trí của điểm E trên đoạn OC để chu vi ΔMAB đạt giá trị lớn nhất.

Phương pháp giải

a) O,M cùng thuộc đường tròn đường kính BE

b) $\Delta AOE\backsim\Delta AMB(g.g)\Rightarrow AE.AM=2R^2$ không đổi

c) $\Delta AOE\backsim\Delta AMB(cmt)\Rightarrow OE=\dfrac{OC}{2}$

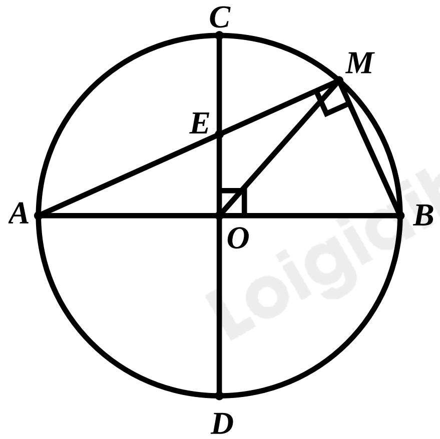
$\Rightarrow E$ là trung điểm của OC

d) Ta có: $C_{\Delta MAB}=AB+AM+MB=2R+AM+MB$

Vì $AB=2R$ không đổi nên $C_{\Delta MAB}\max\Leftrightarrow(AM+MB)\max$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki tìm $(AM+MB)\max$

Lời giải



a) Ta có: $AB \perp CD$ tại $O \Rightarrow \angle BOC = 90^0 \Rightarrow \angle BOE = 90^0$

$\Rightarrow \Delta BOE$ vuông tại $O \Rightarrow O$ thuộc đường tròn đường kính BE

M thuộc đường tròn đường kính $AB \Rightarrow \angle AMB = 90^0$

$\Rightarrow \Delta BME$ vuông tại $M \Rightarrow M$ thuộc đường tròn đường kính BE

Vậy O, M thuộc đường tròn đường kính BE nên bốn điểm B, M, E, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Xét ΔAOE và ΔAMB có:

$$\left.\begin{array}{l} \angle BAM \quad chung \\ \angle AOE = \angle AMB = 90^0 \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta AOE \backsim \Delta AMB\left(g.g\right)$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AO}{AM}$$

$$\Rightarrow AE.AM = AO.AB = R.2R = 2R^2$$

Mà R không đổi nên $AE.AM$ không đổi khi E thay đổi.

c) Ta có: $\Delta AOE \backsim \Delta AMB\left(cmt\right)$

$$\Rightarrow \frac{AO}{AM} = \frac{OE}{MB}$$

$$\Rightarrow OE = \frac{AO.BM}{AM} = \frac{R.BM}{2BM} = \frac{R}{2} = \frac{OC}{2}$$

Lại có: $E \in OC$

$\Rightarrow E$ là trung điểm của OC

d) Ta có: $C_{\Delta MAB} = AB + AM + MB = 2R + AM + MB$

Vì $AB = 2R$ không đổi nên $C_{\Delta MAB} \max \Leftrightarrow \left(AM + MB\right)\max$

Ta có: $\left(MA + MB\right)^2 \le \left(1^2 + 1^2\right)\left(MA^2 + MB^2\right)$

$\Leftrightarrow \left(MA + MB\right)^2 \le 2AB^2$ (vì ΔAMB vuông tại $M \Rightarrow AB^2 = MA^2 + MB^2$ (định lý Py – ta – go)

$\Leftrightarrow (MA+MB)^2 \le 2(2R)^2$

$\Leftrightarrow MA+MB \le 2\sqrt{2}R$

$\Leftrightarrow MA+MB+AB \le 2\sqrt{2}R+AB$

$\Leftrightarrow C_{\Delta MAB} \le 2\sqrt{2}R+2R$

$\Leftrightarrow C_{\Delta MAB} \le 2R\left(\sqrt{2}+1\right)$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow AM = BM$

Mà ΔMAB vuông tại M

$\Rightarrow \Delta MAB$ là tam giác vuông cân

$\Rightarrow E \equiv C$

Câu 5: (0,5 điểm) Giải phương trình: $3x-2\sqrt{x-3}=8\sqrt{x}-6$

Phương pháp giải

Sử dụng hằng đẳng thức: $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$; $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

Giải phương trình: $\sqrt{f(x)}=g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)\ge 0\,(g(x)\ge 0)\\f(x)=g^2(x)\end{cases}$

Lời giải

ĐKXĐ: $x\ge 3$

$$\begin{aligned}&3x-2\sqrt{x-3}=8\sqrt{x}-6\\&\Leftrightarrow 8\sqrt{x}+2\sqrt{x-3}-6-3x=0\\&\Leftrightarrow -(x-3)+2\sqrt{x-3}-1-2\left(x-4\sqrt{x}+4\right)-3+1+8-6=0\\&\Leftrightarrow -\left(\sqrt{x-3}-1\right)^2-2\left(\sqrt{x}-2\right)^2=0\\&\Leftrightarrow \left(\sqrt{x-3}-1\right)^2+2\left(\sqrt{x}-2\right)^2=0\end{aligned}$$

Vì $\begin{cases}\left(\sqrt{x-3}-1\right)^2\ge 0,\forall x\ge 3\\2\left(\sqrt{x}-2\right)^2\ge 0,\forall x\ge 3\end{cases}$

$\Rightarrow \left(\sqrt{x-3}-1\right)^2+2\left(\sqrt{x}-2\right)^2\ge 0$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x-3}-1=0\\\sqrt{x}-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x-3}=1\\\sqrt{x}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-3=1\\x=4\end{cases}\Leftrightarrow x=4\,(tmdk)$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=4$