

## ĐỀ THI GIỮA KÌ II – Đề số 2

Môn: Toán - Lớp 10

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

## Phần trắc nghiệm

Câu 1. C	Câu 2. D	Câu 3. D	Câu 4. B	Câu 5. A	Câu 6. A	Câu 7. B
Câu 8. C	Câu 9. C	Câu 10. A	Câu 11. C	Câu 12. C	Câu 13. B	Câu 14. B
Câu 15. C	Câu 16. D	Câu 17. C	Câu 18. A	Câu 19. B	Câu 20. B	Câu 21. D
Câu 22. B	Câu 23. C	Câu 24. A	Câu 25. A	Câu 26. C	Câu 27. B	Câu 28. C
Câu 29. C	Câu 30. B	Câu 31. D	Câu 32. B	Câu 33. B	Câu 34. A	Câu 35. C

**Câu 1:** Có bao nhiêu số tự nhiên từ 1 đến 20 không nguyên tố cùng nhau với số 15?

- A. 11 số.                      B. 10 số.                      C. 9 số.                      D. 8 số.

**Lời giải**

**Đáp án C.**

**Câu 2:** Khi chọn thực đơn để tổ chức tiệc sinh nhật, cô Yến yêu cầu nhà hàng chuẩn bị một món khai vị, một món chính và một món tráng miệng. Biết rằng nhà hàng có 3 loại món khai vị, 5 loại món chính và 2 loại món tráng miệng. Hỏi cô Yến có bao nhiêu cách chọn thực đơn cho bữa tiệc sinh nhật?

- A. 10 cách.                      B. 15 cách.                      C. 25 cách.                      D. 30 cách.

**Lời giải**

**Đáp án D.**

**Câu 3:** Mã mở khoá của một chiếc khoá số là một dãy gồm bốn chữ số. Mỗi chữ số có thể là một chữ số bất kỳ từ 0 đến 9. Hỏi có thể có bao nhiêu mã mở khoá khác nhau như vậy?

- A.  $4^9$  mã.                      B.  $9^4$  mã.                      C.  $4^{10}$  mã.                      D.  $10^4$  mã.

**Lời giải**

**Đáp án D.**

**Câu 4:** Trên giá sách có 5 quyển sách Ngữ văn khác nhau, 7 quyển sách Toán khác nhau và 6 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai quyển sách khác môn?

- A. 210 cách.                      B. 107 cách.                      C. 47 cách.                      D. 72 cách.

**Lời giải**

**Đáp án B.**

**Câu 5:** Với  $k, n$  là các số tự nhiên và  $0 \leq k \leq n$ , công thức nào sau đây là đúng?

A.  $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ .      B.  $C_n^k = \frac{n!}{k!}$ .

C.  $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .      D.  $C_n^k = \frac{(n-k)!k!}{n!}$ .

**Lời giải**

**Đáp án A.**

**Câu 6:** Số cách chia 5 chiếc kẹo khác nhau cho 5 bạn nhỏ (mỗi bạn một chiếc kẹo) là:

- A. 5! cách.                      B. 10! cách.                      C. 4! cách.                      D. 16 cách.

**Lời giải**

**Đáp án A.**

**Câu 7:** Có bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau đều là các chữ số lẻ?

- A. 120 số.                      B. 60 số.                      C. 240 số.                      D. 15 số.

**Lời giải**

**Đáp án B.**

**Câu 8:** Có bao nhiêu cách xếp 5 quyển sách Văn khác nhau và 7 quyển sách Toán khác nhau trên một kệ sách dài nếu các quyển sách Văn phải xếp kề nhau?

- A. 12!.                      B. 2.5!.7!.                      C. 8!.5!.                      D. 5!.7!.

**Lời giải**

Ta coi 5 quyển sách Văn là một Quyển và xếp Quyển này với 7 quyển sách Toán khác nhau ta có 8! cách xếp. Mỗi cách đổi vị trí các quyển sách văn cho nhau thì tương ứng sinh ra một cách xếp mới, mà có 5! cách đổi vị trí các quyển sách Văn. Vậy số cách xếp là 8!.5!.

**Đáp án C.**

**Câu 9:** Có 14 người gồm 8 nam và 6 nữ. Có bao nhiêu cách chọn một tổ 6 người trong đó có nhiều nhất 2 nữ?

- A. 1524.                      B. 472.                      C. 1414.                      D. 3003.

**Lời giải**

Ta có các trường hợp sau:

+ Chọn 6 nam và không có nữ có:  $C_8^6 = 28$  (cách),

+ Chọn 1 nữ và 5 nam:  $C_6^1 C_8^5 = 336$  (cách),

+ Chọn 2 nữ 4 nam có:  $C_6^2 C_8^4 = 1050$  (cách).

Theo quy tắc cộng có:  $28 + 336 + 1050 = 1414$  cách để chọn một tổ có 6 người trong đó có nhiều nhất 2 nữ.

**Đáp án C.**

**Câu 10:** Tính số cách chọn ra một nhóm 5 người từ 20 người sao cho trong nhóm đó có 1 tổ trưởng, 1 tổ phó và 3 thành viên còn lại có vai trò như nhau.

- A. 310080.                      B. 930240.                      C. 1860480.                      D. 15505.

**Lời giải**

Có 20 cách để chọn 1 tổ trưởng từ 20 người,

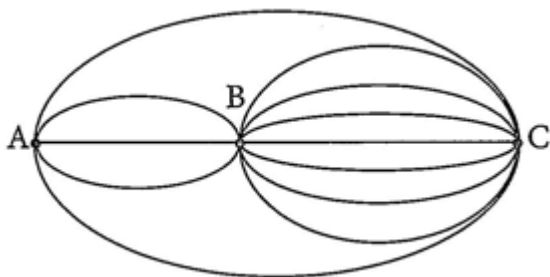
Sau khi chọn 1 tổ trưởng thì có 19 cách để chọn 1 tổ phó,

Sau đó có  $C_{18}^3$  cách để chọn 3 thành viên còn lại.

Vậy có  $20 \cdot 19 \cdot C_{18}^3 = 310080$  cách chọn một nhóm 5 người thỏa yêu cầu bài toán.

**Đáp án A.**

**Câu 11:** Có bao nhiêu cách để đi từ  $A$  đến  $C$  mà qua  $B$  trong hình sau đây?



- A. 15 cách.                      B. 20 cách.                      C. 21 cách.                      D. 24 cách.

**Lời giải**

**Đáp án C.**

**Câu 12:** Cuối buổi liên hoan trước khi ra về, mọi người đều bắt tay nhau, hai người bất kì chỉ bắt tay nhau một lần. Hỏi số người tham dự là bao nhiêu? Biết số cái bắt tay là 28.

- A. 14.                                  B. 7.                                  C. 8.                                  D. 28.

**Lời giải**

Gọi số người tham dự trong buổi liên hoan là  $n, (n \geq 2, n \in \mathbb{N})$ .

Số cái bắt tay của  $n$  người là  $C_n^2$ . Ta có  $C_n^2 = 28 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 28$

$\Leftrightarrow n^2 - n - 56 = 0$ . Suy ra  $n = -7$  (loại);  $n = 8$  (thỏa mãn).

Vậy số người tham dự trong buổi liên hoan là 8.

**Đáp án C.**

**Câu 13:** Một tỉnh tổ chức giải bóng đá cho các trường THPT trong tỉnh. Có 20 đội tham gia thi đấu vòng tròn một lượt (hai đội bất kì gặp nhau 1 lần). Chi phí tối thiểu cho mỗi trận đấu (sân bãi, trọng tài, y tế,...) là 600000 đồng. Chi phí trao giải (tiền thưởng, loa đài,...) là 10 triệu đồng. Hỏi ban tổ chức phải chuẩn bị tối thiểu bao nhiêu tiền để tổ chức giải?

- A. 122 triệu đồng.                      B. 124 triệu đồng.  
C. 120 triệu đồng.                      D. 123 triệu đồng.

**Lời giải**

Cứ hai đội bất kì thì được một trận đấu nên số trận đấu là:  $C_{20}^2 = 190$  trận.

Vậy chi phí tối thiểu ban tổ chức phải chuẩn bị là:

$190 \cdot 600000 + 10000000 = 124000000$  (đồng).

**Đáp án B.**

**Câu 14:** Có bao nhiêu cách xếp 10 học sinh gồm 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ thành một hàng sao cho hai học sinh nữ bất kì không đứng cạnh nhau?

- A. 3628800.                                  B. 86400.                                  C. 14400.                                  D. 120.

**Lời giải**

Xếp 5 học sinh nam vào các vị trí: N1, N2, N3, N4, N5 (như hình dưới đây) thành một hàng có:  $5! = 120$ .

	N1		N2		N3		N4		N5	
--	----	--	----	--	----	--	----	--	----	--

Để các học sinh cùng giới không đứng cạnh nhau thì 5 học sinh nữ được xếp vào 6 vị trí còn trống, số cách xếp 5 học sinh nữ là:  $A_6^5 = 720$ .

Vậy số cách xếp 10 học sinh thỏa mãn yêu cầu bài toán là:  $120 \cdot 720 = 86400$  cách.

**Đáp án B.**

**Câu 15:** Khai triển của  $(x-1)^4$  là:

- A.  $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$ .                      B.  $x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 4x - 1$ .  
 C.  $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$ .                      D.  $x^4 + 4x^3 - 6x^2 + 4x - 1$ .

**Lời giải**

**Đáp án C.**

**Câu 16:** Hệ số tự do trong khai triển của  $(71x+1)^4$  là:

- A. 71.                      B. 70.                      C. 4.                      D. 1.

**Lời giải**

**Đáp án D.**

**Câu 17:** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

- A.  $(x-y)^4 = y^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + x^4$ .      B.  $(x+y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$ .  
 C.  $(x-y)^4 = x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$ .      D.  $(x+y)^4 = [(x+y)^2]^2$ .

**Lời giải**

**Đáp án C.**

**Câu 18:** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

- A.  $(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$ .  
 B.  $(a-b)^5 = a^5 - 5a^4b - 10a^3b^2 - 10a^2b^3 - 5ab^4 + b^5$ .  
 C.  $(a+b)^5 = a^5 + b^5$ .  
 D.  $(a-b)^5 = a^5 - b^5$ .

**Lời giải**

**Đáp án A.**

**Câu 19:** Tìm hệ số của  $x^7$  trong khai triển:  $f(x) = \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$ , với  $x > 0$ , biết tổng ba hệ số đầu của  $x$  trong khai triển bằng 33.

- A. 34.                      B. 8.                      C. 6.                      D. 12.

**Lời giải**

$C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 = 33 \Rightarrow n = 4$ ; Số hạng tổng quát của khai triển  $f(x) = \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^4$  là:

$$T_{k+1} = C_4^k (x^3)^{4-k} \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = 2^k C_4^k x^{12-5k}.$$

Số hạng chứa  $x^7$  trong khai triển ứng với số mũ của  $x$  là:  $12 - 5k = 7 \Leftrightarrow k = 1$ .

Vậy hệ số của  $x^2$  trong khai triển là:  $2^2 C_4^2 = 24$ .

**Đáp án B.**

**Câu 20:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hình bình hành  $ABCD$  có  $A(4;1), B(1;3), C(5;5)$ . Tọa độ điểm  $D$  là:

- A. (2;7).                      B. (8;3).                      C. (0;-1).                      D. (-8;-3).

**Lời giải**

Giả sử  $D(a;b)$ . Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (-3;2)$  và  $\overrightarrow{DC} = (5-a;5-b)$ .

Vì  $ABCD$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = 5 - a \\ 2 = 5 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 3. \end{cases}$  Vậy  $D(8;3)$ .

**Đáp án B.**

**Câu 21:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  và  $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $\vec{a} + \vec{b} = (2;-3)$ .                      B.  $\vec{a} + \vec{b} = (1;-1)$ .  
C.  $\vec{a} + \vec{b} = (3;-4)$ .                      D.  $\vec{a} + \vec{b} = (-1;-2)$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\vec{a} = (2;-3), \vec{b} = (1;-1)$ . Suy ra  $\vec{a} + \vec{b} = (3;-4)$ .

**Đáp án D.**

**Câu 22:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = (2;t), \vec{b} = (1;-5)$  và  $\vec{c} = (7;t)$ . Với giá trị nào của  $t$  dưới đây thì  $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$  ?

- A.  $t = 5$ .                      B.  $t = 15$ .                      C.  $t = -5$ .                      D.  $t = -\frac{5}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $2\vec{a} = (4;2t), 3\vec{b} = (3;-15)$  và  $\vec{c} = (7;t)$ .

Khi đó  $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 4 + 3 \\ t = 2t - 15 \end{cases}$

Suy ra  $t = 15$ .

**Đáp án B.**

**Câu 23:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = (-4;2), \vec{b} = (2k;-k)$ . Với giá trị nào của  $k$  dưới đây thì  $\vec{a} = \vec{b}$  ?

- A.  $k = -\frac{1}{2}$ .                      B.  $k = 2$ .                      C.  $k = -2$ .                      D. Không tồn tại  $k$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 2k \\ 2 = -k \end{cases}$

Suy ra  $k = -2$ .

**Đáp án C.**

**Câu 24:** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = (-m + 2n; -1)$ ,  $\vec{b} = (5; -m - n)$ . Với giá trị nào của  $m, n$  dưới đây thì  $\vec{a} = \vec{b}$ ?

- A.  $m = -1, n = 2$ .      B.  $m = 2, n = -1$ .  
 C.  $m = 2, n = 1$ .      D. Không tồn tại  $m, n$ .

**Lời giải**

**Đáp án A.**

**Câu 25:** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ , cho  $A(2; -3)$ ,  $B(-4; 1)$  và  $C(-1; -1)$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $\vec{AB} = 2\vec{AC}$ .      B.  $\vec{AB} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ .      C.  $\vec{AB} = -2\vec{AC}$ .      D.  $\vec{AB} = -\frac{1}{2}\vec{AC}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\vec{AB} = (-6; 4)$  và  $\vec{AC} = (-3; 2)$ . Suy ra  $\vec{AB} = 2\vec{AC}$ .

**Đáp án A.**

**Câu 26:** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ , cho  $A(2; 3)$ ,  $B(-2; -1)$  và  $C(4; 5)$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A.  $\vec{AB} + 2\vec{AC} = \vec{0}$ .      B.  $\vec{AB} = -2\vec{AC}$ .  
 C.  $\vec{AB} - 2\vec{AC} = \vec{0}$ .      D.  $\vec{BA} = -2\vec{CA}$ .

**Lời giải**

**Đáp án C.**

**Câu 27:** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = (-2; 1)$ ,  $\vec{b} = (3; -2)$  và  $\vec{c} = (0; 1)$ . Biểu thức biểu diễn vectơ  $\vec{c}$  qua hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là:

- A.  $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ .      B.  $\vec{c} = -3\vec{a} - 2\vec{b}$ .      C.  $\vec{c} = -3\vec{a} + 2\vec{b}$ .      D.  $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ .

**Lời giải**

Giả sử  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ , ta có:  $\begin{cases} 0 = -2x + 3y \\ 1 = x - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases}$  Suy ra  $\vec{c} = -3\vec{a} - 2\vec{b}$ .

**Đáp án B.**

**Câu 28:** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-6; -1)$ ,  $B(3; 4)$  và trọng tâm  $G(1; 1)$ . Toạ độ điểm  $C$  là:

- A.  $(6; 3)$ .      B.  $(-6; 3)$ .      C.  $(6; 0)$ .      D.  $(-6; 0)$ .

**Lời giải**

**Đáp án C.**

**Câu 29:** Phương trình của đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M(5; 4)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}(11; -12)$  là:

- A.  $5x + 4y + 7 = 0$ .      B.  $5x + 4y - 7 = 0$ .

C.  $11x - 12y - 7 = 0$ .    D.  $11x - 12y + 7 = 0$ .

**Lời giải**

**Đáp án C.**

**Câu 30:** Phương trình của đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M(5;4)$  và vuông góc với đường thẳng  $x - 2y + 5 = 0$  là:

A.  $x - 2y + 3 = 0$ .    B.  $2x + y - 14 = 0$ .

C.  $x + 2y - 13 = 0$ .    D.  $2x + y = 0$ .

**Lời giải**

**Đáp án B.**

**Câu 31:** Cho đường thẳng  $\Delta$  có phương trình tổng quát là  $x - 2y - 5 = 0$ . Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của  $\Delta$ ?

A.  $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 4 - t \end{cases}$ .    B.  $\begin{cases} x = t \\ y = 5 + 2t \end{cases}$ .    C.  $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$ .    D.  $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = t \end{cases}$ .

**Lời giải**

**Đáp án D.**

**Câu 32:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(5;4), B(-1;0)$ . Đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có phương trình là:

A.  $x - 2y + 5 = 0$ .    B.  $3x + 2y - 10 = 0$ .

C.  $3x + 2y - 5 = 0$ .    D.  $2x + 3y - 1 = 0$ .

**Lời giải**

**Đáp án B.**

**Câu 33:** Góc giữa hai đường thẳng  $\Delta_1: 2x + 4y - 1 = 0$  và  $\Delta_2: x - 3y + 1 = 0$  là:

A.  $0^\circ$ .    B.  $45^\circ$ .    C.  $60^\circ$ .    D.  $90^\circ$ .

**Lời giải**

**Đáp án B.**

**Câu 34:** Góc giữa hai đường thẳng  $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + \sqrt{3}t \\ y = 1 - t \end{cases}$  và  $\Delta_2: \begin{cases} x = 1 + m \\ y = 5 - \sqrt{3}m \end{cases}$  (với  $t, m$  là các tham số) là:

A.  $30^\circ$ .    B.  $60^\circ$ .    C.  $90^\circ$ .    D.  $150^\circ$ .

**Lời giải**

**Đáp án A.**

**Câu 35:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(5;0)$  và đường thẳng  $\Delta: 12x - 5y + 5 = 0$ . Khoảng cách từ  $A$  đến đường thẳng  $\Delta$  là:

A. 2.    B. 8.    C. 5.    D.  $2\frac{1}{2}$

**Lời giải**

**Đáp án C.**

**Phần tự luận (3 điểm)**

**Bài 1.** Tính số các số tự nhiên đôi một khác nhau có 6 chữ số tạo thành từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 sao cho hai chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau.

**Lời giải**

Xét số có hình thức  $\overline{0bcdef}$ .

Số cách hoán đổi vị trí hai chữ số 3,4 (cùng nhóm  $X$ ) là 2.

Số cách hoán đổi vị trí của  $X$  với các chữ số 1,2,5 là: 4!

Vậy số các số được lập theo hình thức này là  $2 \cdot 4! = 48$ .

Xét số có hình thức  $\overline{abcdef}$  trong đó  $a$  được phép bằng 0.

Số cách hoán đổi vị trí của hai chữ số 3,4 (cùng nhóm  $X$ ) là 2.

Số cách hoán đổi vị trí của  $X$  với các chữ số 0,1,2,5 là: 5!

Số các số được lập theo hình thức này là  $2 \cdot 5! = 240$ .

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn đề bài là  $240 - 48 = 192$ .

**Bài 2.** Tìm tất cả nghiệm thực của phương trình  $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8$ .

**Lời giải**

Điều kiện:  $x \in \mathbb{N}, x \geq 10$ .

$$\text{Ta có: } A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-10)!} + \frac{x!}{(x-9)!} = 9 \cdot \frac{x!}{(x-8)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(x-10)!} + \frac{1}{(x-9)!} = 9 \cdot \frac{1}{(x-8)!} \Leftrightarrow \frac{(x-8)!}{(x-10)!} + \frac{(x-8)!}{(x-9)!} = 9 \cdot \frac{(x-8)!}{(x-8)!}$$

$$\Leftrightarrow (x-8)(x-9) + (x-8) = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x = 5 \end{cases} \text{ (tm).}$$

Vậy tập nghiệm phương trình là  $S = \{5; 11\}$ .

**Bài 3.** Cho các vector  $\vec{a} = (1; -2), \vec{b} = (-2; -6), \vec{c} = (m+n; -m-4n)$ .

a) Hai vector  $\vec{a}, \vec{b}$  có cùng phương không? Tìm góc tạo bởi hai vector  $\vec{a}, \vec{b}$ .

b) Tìm hai số  $m, n$  sao cho  $\vec{c}$  cùng phương  $\vec{a}$  và  $|\vec{c}| = 3\sqrt{5}$ .

**Lời giải**

a) Ta có:  $\frac{1}{-2} \neq \frac{-2}{-6} \Rightarrow \vec{a}, \vec{b}$  không cùng phương.

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1(-2) + (-2)(-6)}{\sqrt{1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ.$$

$$\text{b) } \vec{c} \text{ cùng phương } \vec{a} \text{ và } |\vec{c}| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m+n}{1} = \frac{-m-4n}{-2} \\ \sqrt{(m+n)^2 + (-m-4n)^2} = 3\sqrt{5} \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m - 2n = -m - 4n \\ (m+n)^2 + (m+4n)^2 = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2n \\ (3n)^2 + (6n)^2 = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2n \\ (3n)^2 + (6n)^2 = 45 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2n \\ 45n^2 = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} m = -2 \\ n = -1 \end{cases}$$

**Bài 4.** Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  biết rằng:

a)  $\Delta$  chứa các trục tọa độ tại hai điểm  $A(-4;0), B(0;-2)$ .

b)  $\Delta$  qua điểm  $E(2;3)$ , đồng thời cắt các tia  $Ox, Oy$  tại các điểm  $M, N$  (khác gốc tọa độ  $O$ ) biết rằng  $OM + ON$  bé nhất.

**Lời giải**

a)  $\Delta$  có phương trình theo đoạn chắn là  $\frac{x}{-4} + \frac{y}{-2} = 1$  hay  $x + 2y + 4 = 0$ .

b) Gọi  $M(m;0) = \Delta \cap Ox, N(0;n) = \Delta \cap Oy$  với  $m, n > 0$ . Suy ra  $\begin{cases} OM = m \\ ON = n \end{cases}$ .

Phương trình  $\Delta$  được viết theo đoạn chắn  $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$ . Vì  $E(2;3) \in \Delta$  nên  $\frac{2}{m} + \frac{3}{n} = 1 \Rightarrow \frac{2}{m} = \frac{n-3}{n} \Rightarrow m = \frac{2n}{n-3}$ .  
 Vì  $m, n > 0$  nên  $n-3 > 0 \Rightarrow n > 3$ .

Ta có:  $OM + ON = m + n = \frac{2n}{n-3} + n = 2 + \frac{6}{n-3} + n = 5 + \frac{6}{n-3} + (n-3)$ .

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM:  $\frac{6}{n-3} + (n-3) \geq 2\sqrt{\frac{6}{n-3} \cdot (n-3)} = 2\sqrt{6}$ .

Suy ra:  $OM + ON = 5 + \frac{6}{n-3} + (n-3) \geq 5 + 2\sqrt{6}$ .

Khi tổng  $OM + ON$  đạt giá trị nhỏ nhất (bằng  $5 + 2\sqrt{6}$ ) thì dấu bằng của bất đẳng thức trên xảy ra:

$\frac{6}{n-3} = n-3 \Rightarrow (n-3)^2 = 6 \Rightarrow n = \sqrt{6} + 3 (n > 3)$ . Suy ra  $m = \frac{2(\sqrt{6}+3)}{(\sqrt{6}+3)-3} = \frac{2\sqrt{6}+6}{\sqrt{6}} = 2 + \sqrt{6}$ .

Phương trình tổng quát  $\Delta$ :  $\frac{x}{2+\sqrt{6}} + \frac{y}{3+\sqrt{6}} = 1$  hay  $\frac{x}{2+\sqrt{6}} + \frac{y}{3+\sqrt{6}} - 1 = 0$ .