ĐỀ THI GIỮA KÌ II – Đề số 2

Môn: Toán - Lớp 10

Bộ sách Chân trời sáng tạo

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

Câu 1. D	Câu 2. C	Câu 3. A	Câu 4. D	Câu 5. A	Câu 6. A	Câu 7. D
Câu 8. D	Câu 9. D	Câu 10. A	Câu 11. D	Câu 12. B	Câu 13. B	Câu 14. A
Câu 15. B	Câu 16. D	Câu 17. D	Câu 18. C	Câu 19. C	Câu 20. C	Câu 21. A
Câu 22. B	Câu 23. C	Câu 24. B	Câu 25. B	Câu 26. D	Câu 27. A	Câu 28. B
Câu 29. B	Câu 30. B	Câu 31. D	Câu 32. A	Câu 33. D	Câu 34. C	Câu 35. A

Câu 1: Điều kiện để tam thức bậc hai $ax^2+bx+c(a\neq 0)$ nhận giá trị âm với mọi $x\in\mathbb{R}$ là:

A. $\Delta>0$. **B.** $\Delta<0$. **C.** $\Delta<0$ và $a>0$. **D.** $\Delta<0$ và $a<0$.

Lời giải
Đáp án D.
Câu 2: Bảng xét dấu sau đây là của tam thức bậc hai nào?

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

A. x^2-x+6. **B.** x^2+x+6. **C.** x^2-x-6. **D.** $-x^2+x-6$.

Lời giải
Đáp án C.
Câu 3: Nghiệm của bất phương trình $x^2-8x+15\le 0$ là:

A. $x\in[3;5]$. **B.** $x\in(3;5)$.

C. $x\in(-\infty;3]\cup[5;+\infty)$. **D.** $x\in(-\infty;3)\cup(5;+\infty)$.

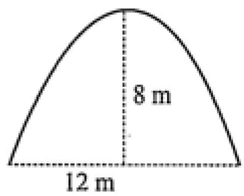
Lời giải
Đáp án A.
Câu 4: Với giá trị nào của m thì bất phương trình $-x^2-x+m\ge 0$ vô nghiệm?

A. $m\ge -\dfrac{1}{4}$. **B.** $m>-\dfrac{1}{4}$. **C.** $m\le -\dfrac{1}{4}$. **D.** $m<-\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Đáp án D.

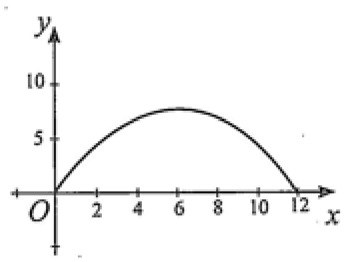
Câu 5: Một đường hầm xuyên thẳng qua núi và có mặt cắt là một parabol (thông số như hình bên). Giả sử một chiếc xe tải có chiều ngang $6m$ đi vào vị trí chính giữa miệng hầm. Hỏi chiều cao h của xe tải cần thoả mãn điều kiện gì để có thể đi vào cửa hầm mà không chạm tường?



A. $0<h<6$. **B.** $0<h\le 6$. **C.** $0<h<7$. **D.** $0<h\le 7$.

Lời giải

Chọn hệ trục toạ độ như hình bên.



Parabol có phương trình dạng $y=ax^2+bx$. Theo đề bài ta có parabol đi qua các điểm $(12;0)$ và $(6;8)$. Suy ra $\begin{cases}144a+12b=0\\36a+6b=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{2}{9}\\b=\dfrac{8}{3}\end{cases}$

Do đó $y=-\dfrac{2}{9}x^2+\dfrac{8}{3}x$. Do chiếc xe tải có chiều ngang $6m$ đi vào vị trí chính giữa hầm nên xe sẽ chạm tường tại điểm $A(3;6)$ và điểm $B(9;6)$. Khi đó chiều cao của xe là $6m$. Vậy điều kiện để xe tải có thể đi vào hầm mà không chạm tường là $0<h<6$.

Đáp án A.

Câu 6: Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2+(m+3)x-(m+1)=0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m\in\left(-\infty;-\dfrac{3}{5}\right)\cup(1;+\infty)\setminus\{3\}$. **B.** $m\in\left(-\dfrac{3}{5};1\right)$.

C. $m\in\left(-\dfrac{3}{5};+\infty\right)$. **D.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a\ne 0\\\Delta'>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m-3\ne 0\\(m+3)^2+4(m-3)(m+1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne 3\\5m^2-2m-3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne 3\\m<-\dfrac{3}{5}\vee m>1\end{cases}$$

Đáp án A.

Câu 7: Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2+(2m-1)x+m<0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=-\frac{1}{2}$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** Không tồn tại m.

Lời giải

Bất phương trình $-x^2+(2m-1)x+m<0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} a<0 \\ \Delta<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<0 \text{ } (\textit{luôn đúng}) \\ (2m-1)^2+4m<0 \end{cases} \Leftrightarrow 4m^2+1<0 \Leftrightarrow m\in\varnothing.$$

Vậy không tồn tại m thỏa mãn đề bài.

Đáp án D.

Câu 8: Với giá trị nào của m thì bất phương trình $x^2-x+m\le 0$ vô nghiệm?

A. $m<1$. **B.** $m>1$. **C.** $m<\frac{1}{4}$. **D.** $m>\frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có: $x^2-x+m\le 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi $x^2-x+m>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1>0 \\ 1-4m<0 \end{cases} \Leftrightarrow m>\frac{1}{4}..$$

Đáp án D.

Câu 9: Bất phương trình $x^2-(m+2)x+m+2\le 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

C. $m\in[-2;2]$. **D.** $m\in(-2;2)$.

Lời giải

Ta có: $x^2-(m+2)x+m+2\le 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

$$x^2-(m+2)x+m+2>0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1>0 \\ m^2-4<0 \end{cases} \Leftrightarrow -2<m<2.$$

Đáp án D.

Câu 10: Xác định m để với mọi x, ta có $-1\le\frac{x^2+5x+m}{2x^2-3x+2}<7$.

A. $-\frac{5}{3}\le m<1$. **B.** $1<m\le\frac{5}{3}$. **C.** $m\le-\frac{5}{3}$. **D.** $m<1$.

Lời giải

Ta có $-1\le\frac{x^2+5x+m}{2x^2-3x+2}<7, \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1(2x-3x+2)\le x^2+5x+m \\ x^2+5x+m<7\left(2x^2-3x+2\right) \end{cases}$$ có tập nghiệm $\mathbb{R}$ (do $2x^2-3x+2>0, \forall x\in\mathbb{R}$)

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2+2x+m+2\ge 0 & (1) \\ 13x^2-26x+14-m>0 & (2) \end{cases}$ có tập nghiệm $\mathbb{R}$

(1) có tập nghiệm là $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{(1)}=3>0 \\ \Delta'_{(1)}=1^2-3(m+2)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -5-3m\le 0 \Leftrightarrow m\ge -\frac{5}{3}$ (3)

(2) có tập nghiệm là $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{(2)}=13>0 \\ \Delta'_{(2)}=(-13)^2-13(14-m)<0 \end{cases} \Leftrightarrow -13+13m<0 \Leftrightarrow m<1$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra: $-\frac{5}{3}\le m<1$ thỏa mãn đề bài.

Đáp án A.

Câu 11: Xác định m để $(x-1)\left[x^2+2(m+3)x+4m+12\right]=0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1.

A. $m<-\frac{7}{2}$

B. $-2<m<1$ và $m\ne -\frac{16}{9}$.

C. $-\frac{7}{2}<m<-1$ và $m\ne -\frac{16}{9}$.

D. $-\frac{7}{2}<m<-3$ và $m\ne -\frac{19}{6}$.

Lời giải

Ta có: $(x-1)\left[x^2+2(m+3)x+4m+12\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2+2(m+3)x+4m+12=0 \quad (*) \end{array}\right.$

Yêu cầu bài toán tương đương $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 lớn hơn -1 và khác $1(**)$.

Theo định li Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=-2(m+3) \\ x_1\cdot x_2=4m+12 \end{cases}$ (giả sử $x_1<x_2$).

Do đó $(**) \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ 1^2+2(m+3)\cdot 1+4m+12\ne 0 \\ x_2>x_1>-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2-(4m+12)>0 \\ 6m+19\ne 0 \\ (x_1+1)+(x_2+1)>0 \\ (x_1+1)(x_2+1)>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2+2m-3>0 \\ m\ne -\frac{19}{6} \\ -2(m+3)+2>0 \\ 4m+12-2(m+3)+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-3 \vee m>1 \\ m\ne -\frac{19}{6} \\ m<-2 \\ m>-\frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{2}<m<-3 \\ m\ne -\frac{19}{6} \end{cases}$.

Đáp án D.

Câu 12: Tam thức bậc hai $f(x)=x^2+(\sqrt{5}-1)x-\sqrt{5}$ nhận giá trị dương khi?

A. $x\in(-\sqrt{5};1)$.

B. $x\in(-\infty;-\sqrt{5})\cup(1;+\infty)$.

C. $x\in(-\sqrt{5};+\infty)$.

D. $x\in(-\infty;1)$.

Lời giải

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-\sqrt{5}$		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

.

Đáp án B.

Câu 13: Cho phương trình $\sqrt{x^4-3x^2+2}=x^2+2$. Nếu đặt $t=x^2,t\ge 0$ thì phương trình đã cho trở thành phương trình nào sau đây?

A. $\sqrt{t^2-3t+2}=t^2+2$.

B. $\sqrt{t^2-3t+2}=t+2$.

C. $\sqrt{t^2-3t+2}=t-2$.

D. $\sqrt{t^2+3t-2}=t+2$.

Lời giải

Đáp án B.

Câu 14: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-4|x|+3}=2x-1$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Đáp án A.

Câu 15: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-4x+3}=x+1$ là:

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\left\{\frac{1}{3}\right\}$. **C.** $S=\{3\}$. **D.** $S=\{1\}$.

Lời giải

Đáp án B.

Câu 16: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-3x+2}=\sqrt{2x^2-7|x|+4}$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Đáp án D.

Câu 17: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-6x-4}=\sqrt{x-8}$ là

A. $S=\left\{\frac{3}{4};1\right\}$. **B.** $S=\left\{\frac{3}{4}\right\}$. **C.** $S=\{1\}$. **D.** $S=\varnothing$.

Lời giải

Đáp án D.

Câu 18: Phương trình $2x^2-6x+4=3\sqrt{x^3+8}$ có hai nghiệm dạng $x=a\pm b\sqrt{13}$ với $a,b\in\mathbb{N}$. Tính a^2-b.

A. 0. **B.** 1. **C.** 8. **D.** -1.

Lời giải

Điều kiện: $x^3+8\ge 0\Leftrightarrow x^3\ge(-2)^3\Leftrightarrow x\ge -2$.

Phương trình tương đương:

$$2\left(x^2-2x+4\right)-2(x+2)-3\sqrt{(x+2)\left(x^2-2x+4\right)}=0.$$

Chia hai vế phương trình cho x^2-2x+4 (với $x^2-2x+4=(x-1)^2+3\neq 0,\forall x\in\mathbb{R}$), ta được:

$$2-2\left(\frac{x+2}{x^2-2x+4}\right)-3\sqrt{\frac{x+2}{x^2-2x+4}}=0.$$

Đặt $t=\sqrt{\frac{x+2}{x^2-2x+4}}(t\geq 0)$.

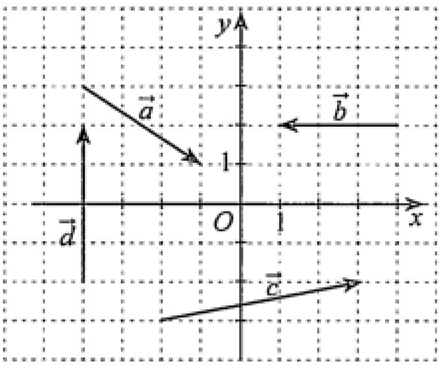
Phương trình trở thành: $2-2t^2-3t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{1}{2}\text{ (n)}\\ t=-2\text{ (l)}\end{array}\right.$.

Với $t=\frac{1}{2}$ thì $\sqrt{\frac{x+2}{x^2-2x+4}}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow 4(x+2)=x^2-2x+4\Leftrightarrow x=3\pm\sqrt{13}$ (nhận).

Do vậy: $a=3,b=1\Rightarrow a^2-b=8$.

Đáp án C.

Câu 19: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho các vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d}$ được vẽ ở hình bên. Ta có các khẳng định sau:



A) $\vec{a}=(2;-3)$; **B)** $\vec{b}=(-3;0)$; **C)** $\vec{c}=(5;1)$; **D)** $\vec{d}=(4;0)$.

Số khẳng định đúng là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Đáp án C.

Câu 20: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $\vec{a}=(2;-3),\vec{b}=(-2;5)$. Toạ độ của vectơ $-\vec{a}+3\vec{b}$ là:

A. $(8;18)$. **B.** $(-8;-18)$. **C.** $(-8;18)$. **D.** $(8;-18)$.

Lời giải

Ta có: $-\vec{a}=(-2;3)$ và $3\vec{b}=(-6;15)$. Suy ra $-\vec{a}+3\vec{b}=(-8;18)$.

Đáp án C.

Câu 21: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $\vec{a}=(1;2),\vec{b}=(3;-3)$. Toạ độ của vectơ $\vec{c}=3\vec{a}-2\vec{b}$ là:

A. $(-3;12)$. **B.** $(3;12)$. **C.** $(9;0)$. **D.** $(-3;0)$.

Lời giải

Ta có: $3\vec{a}=(3;6)$ và $-2\vec{b}=(-6;6)$. Suy ra $3\vec{a}-2\vec{b}=(-3;12)$.

Đáp án A.

Câu 22: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai điểm $A(5;4), B(-1;0)$. Đường trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

A. $x-2y+5=0$. **B.** $3x+2y-10=0$.

C. $3x+2y-5=0$. **D.** $2x+3y-1=0$.

Lời giải

Đáp án B.

Câu 23: Trong mặt phẳng tọ độ Oxy, cho ba điểm $A(2;4), B(0;-2), C(5;3)$. Đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng BC có phương trình là:

A. $x-y+5=0$. **B.** $x+y-5=0$. **C.** $x-y+2=0$. **D.** $x+y=0$.

Lời giải

Đáp án C.

Câu 24: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho ba điểm $A(5;2), B(5;-2), C(4;-3)$. Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là:

A. $x-y+7=0$. **B.** $x+y-7=0$.

C. $x-y-5=0$. **D.** $x+y=0$.

Lời giải

Đáp án B.

Câu 25: Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2;-1)$ là:

A. $2x+y-5=0$. **B.** $2x-y-5=0$.

C. $x+2y+5=0$. **D.** $x+2y-5=0$.

Lời giải

Đáp án B.

Câu 26: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(-1;4)$ là:

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=4+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2-t \\ y=1+4t \end{cases}$.

Lời giải

Đáp án D.

Câu 27: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $M(-1;0), N(3;1)$ là:

A. $x-4y+1=0$. **B.** $x-4y-1=0$.

C. $4x+y+4=0$. **D.** $4x+y-4=0$.

Lời giải

Đáp án A.

Câu 28: Trong mặt phẳng toạ độ, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1-2t\\ y=4+3t.\end{cases}$ Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}=(-1;4)$. **B.** $\vec{u}=(-2;3)$. **C.** $\vec{u}=(3;-2)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Lời giải

Đáp án B.

Câu 29: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm $M(2;4)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=5+3t\\ y=-5-4t\end{cases}$. Khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ là:

A. $\frac{5}{2}$. **B.** 3. **C.** 5. **D.** $\frac{9}{5}$.

Lời giải

Đáp án B.

Câu 30: Cho hai đường thẳng $d_1:3x-4y+5=0, d_2:4x-3y+2=0$. Điểm M nào sau đây cách đều hai đường thẳng trên?

A. $M(1;0)$. **B.** $M(2;3)$. **C.** $M(4;-2)$. **D.** $M(-1;2)$.

Lời giải

Đáp án B.

Câu 31: Trong mặt phẳng toạ độ, cho đường thẳng $\Delta:x-2y-3=0$. Đường thẳng nào sau đây có vị trí tương đối trùng với đường thẳng Δ?

A. $\Delta_1:x+2y-3=0$. **B.** $\Delta_2:2x+y-3=0$.

C. $\Delta_3:2x-4y-1=0$. **D.** $\Delta_4:2x-4y-6=0$.

Lời giải

Đáp án D.

Câu 32: Góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=2+t\\ y=-1+\sqrt{3}t\end{cases}$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=3-\sqrt{3}t\\ y=5-t\end{cases}$ là

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Lời giải

Đáp án A.

Câu 33: Đường tròn nào sau đây có tâm là $I(-3;5)$ và có bán kính là $R=4$?

A. $x^2+y^2-3x+5y+9=0$. **B.** $x^2+y^2-3x+5y-9=0$.

C. $x^2+y^2+6x-10y-18=0$. **D.** $x^2+y^2+6x-10y+18=0$.

Lời giải

Đáp án D.

Câu 34: Phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và đi qua điểm $A(-1;3)$ là:

A. $(x+1)^2+(y+2)^2=25$. **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2=5$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2=5$.　　**D.** $(x-1)^2+(y-2)^2=25$.

Lời giải

Đáp án C.

Câu 35: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai điểm $A(-4;6)$ và $B(-2;4)$. Phương trình đường tròn có đường kính AB là:

A. $(x+3)^2+(y-5)^2=2$.　　**B.** $(x+3)^2+(y+5)^2=2$.

C. $(x-3)^2+(y+5)^2=2\sqrt{2}$.　　**D.** $(x-3)^2+(y-5)^2=2\sqrt{2}$

Lời giải

Đáp án A.

Phần tự luận (3 điểm)

Bài 1. Một vật chuyển động có vận tốc (mét/giây) được biểu diễn theo thời gian t (giây) bằng công thức $v(t)=\frac{1}{2}t^2-4t+10$.

a) Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu giây thì vận tốc của vật không bé hơn $10m/s$ (biết rằng $t>0$)?

b) Trong 10 giây đầu tiên, vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

a) Để vận tốc vật không dưới $10m/s$, ta cần xét:

$$v(t)=\frac{1}{2}t^2-4t+10\ge 10\Rightarrow \frac{1}{2}t^2-4t\ge 0.$$

Xét $f(t)=\frac{1}{2}t^2-4t;\ f(t)=0\Leftrightarrow \frac{1}{2}t^2-4t=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0\\ t=8\end{array}\right.$.

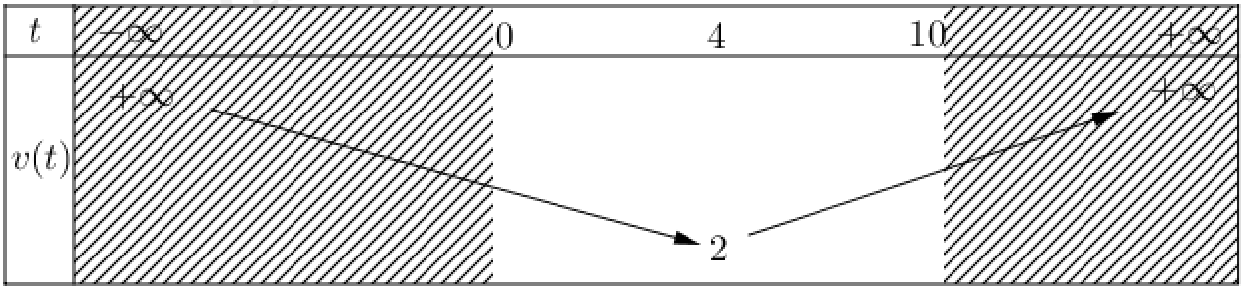
Bảng xét dấu $f(t)$:

t	$-\infty$		0		8		$+\infty$
f(t)		+	0	−	0	+	

Ta có: $f(t)\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\le 0\ (l)\\ t\ge 8\end{array}\right.$.

Vậy, thời gian tối thiểu là 8 giây thì vật sẽ đạt vận tốc không bé hơn $10m/s$.

b) Xét $v(t)=\frac{1}{2}t^2-4t+10$ với $-\frac{b}{2a}=4, a=\frac{1}{2}>0$ nên bề lõm parabol hướng lên. Bảng biến thiên của $v(t)$:



Vậy, ở giây thứ tư thì vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất là $v(t)_{\min} = 2$.

Bài 2. Giải phương trình sau: $\sqrt{2x^2+5} = \sqrt{x^2 - x + 11}$.

Lời giải
Cách 1:

Bình phương hai vế phương trình, ta được:

$2x^2 + 5 = x^2 - x + 11 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -3.$

Thay giá trị $x = 2$ vào phương trình: $\sqrt{13} = \sqrt{13}$ (thỏa mãn).

Thay giá trị $x = -3$ vào phương trình: $\sqrt{23} = \sqrt{23}$ (thỏa mãn).

Vậy tập nghiệm phương trình là $S = \{2; -3\}$.

Cách 2:

Ta có: $\sqrt{2x^2+5} = \sqrt{x^2 - x + 11} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 5 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ 2x^2 + 5 = x^2 - x + 11 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -3 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm phương trình là $S = \{2; -3\}$.

Bài 3. Cho các vecto $\vec{a} = (1; -2), \vec{b} = (-2; -6), \vec{c} = (m+n; -m-4n)$.

a) Hai vecto $\vec{a}, \vec{b}$ có cùng phương không? Tìm góc tạo bởi hai vecto $\vec{a}, \vec{b}$.

b) Tìm hai số m, n sao cho $\vec{c}$ cùng phương $\vec{a}$ và $|\vec{c}| = 3\sqrt{5}$.

Lời giải

a) Ta có: $\dfrac{1}{-2} \neq \dfrac{-2}{-6} \Rightarrow \vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương.

Ta có: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \dfrac{1(-2) + (-2)(-6)}{\sqrt{1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45°$.

b) $\vec{c}$ cùng phương $\vec{a}$ và $|\vec{c}| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m+n}{1} = \dfrac{-m-4n}{-2} \\ \sqrt{(m+n)^2 + (-m-4n)^2} = 3\sqrt{5} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m-2n=-m-4n \\ (m+n)^2+(m+4n)^2=45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2n \\ (3n)^2+(6n)^2=45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2n \\ (3n)^2+(6n)^2=45 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=2n \\ 45n^2=45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ n=1 \end{cases} \vee \begin{cases} m=-2 \\ n=-1 \end{cases}.$$

Bài 4. Viết phương trình đường thẳng Δ biết rằng:

a) Δ chắn các trục tọa độ tại hai điểm $A(-4;0), B(0;-2)$.

b) Δ qua điểm $E(2;3)$, đồng thời cắt các tia Ox, Oy tại các điểm M, N (khác gốc tọa độ O) biết rằng $OM+ON$ bé nhất.

Lời giải

a) Δ có phương trình theo đoạn chắn là $\dfrac{x}{-4}+\dfrac{y}{-2}=1$ hay $x+2y+4=0$.

b) Gọi $M(m;0)=\Delta\cap Ox, N(0;n)=\Delta\cap Oy$ với $m,n>0$. Suy ra $\begin{cases} OM=m \\ ON=n \end{cases}$.

Phương trình Δ được viết theo đoạn chắn $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1$. Vì $E(2;3)\in\Delta$ nên $\dfrac{2}{m}+\dfrac{3}{n}=1 \Rightarrow \dfrac{2}{m}=\dfrac{n-3}{n} \Rightarrow m=\dfrac{2n}{n-3}$. Vì $m,n>0$ nên $n-3>0 \Rightarrow n>3$.

Ta có: $OM+ON=m+n=\dfrac{2n}{n-3}+n=2+\dfrac{6}{n-3}+n=5+\dfrac{6}{n-3}+(n-3)$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM: $\dfrac{6}{n-3}+(n-3)\ge 2\sqrt{\dfrac{6}{n-3}\cdot(n-3)}=2\sqrt{6}$.

Suy ra: $OM+ON=5+\dfrac{6}{n-3}+(n-3)\ge 5+2\sqrt{6}$.

Khi tổng $OM+ON$ đạt giá trị nhỏ nhất (bằng $5+2\sqrt{6}$) thì dấu bằng của bất đẳng thức trên xảy ra: $\dfrac{6}{n-3}=n-3 \Rightarrow (n-3)^2=6 \Rightarrow n=\sqrt{6}+3 (n>3)$. Suy ra $m=\dfrac{2(\sqrt{6}+3)}{(\sqrt{6}+3)-3}=\dfrac{2\sqrt{6}+6}{\sqrt{6}}=2+\sqrt{6}$.

Phương trình tổng quát $\Delta: \dfrac{x}{2+\sqrt{6}}+\dfrac{y}{3+\sqrt{6}}=1$ hay $\dfrac{x}{2+\sqrt{6}}+\dfrac{y}{3+\sqrt{6}}-1=0$.