

ĐỀ THI GIỮA KÌ II – ĐỀ SỐ 3

Môn: Toán - Lớp 10

Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

Câu 1. A	Câu 2. C	Câu 3. D	Câu 4. C	Câu 5. A	Câu 6. D	Câu 7. B
Câu 8. B	Câu 9. A	Câu 10. B	Câu 11. A	Câu 12. A	Câu 13. B	Câu 14. D
Câu 15. D	Câu 16. A	Câu 17. B	Câu 18. D	Câu 19. D	Câu 20. B	Câu 21. B
Câu 22. D	Câu 23. B	Câu 24. D	Câu 25. A	Câu 26. C	Câu 27. B	Câu 28. B
Câu 29. B	Câu 30. C	Câu 31. A	Câu 32. C	Câu 33. D	Câu 34. B	Câu 35. A

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-3}{2x-2}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định : $2x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Nên tập xác định của hàm số là : $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Đáp án A.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên: khoảng $(-\infty; 0)$ có mũi tên hướng lên, diễn tả hàm số đồng biến.

Đáp án C.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , biết điểm $M(-1; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số $y = 4x + 7$. Giá trị của y_0 bằng:

- A. 7. B. -1. C. -2. D. 3.

Lời giải

Điểm $M(-1; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số $y = 4x + 7$ nên thay $x = -1$ vào $y = 4x + 7$ ta được:

$$y_0 = 4 \cdot (-1) + 7 = 3. \text{ Vậy } y_0 = 3.$$

Đáp án D.

Câu 4: Parabol (P) : $y = -2x^2 - 6x + 3$ có hoành độ đỉnh là

- A. $x = -3$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. $x = -\frac{3}{2}$. D. $x = 3$.

Lời giải

Parabol (P) : $y = -2x^2 - 6x + 3$ có hoành độ đỉnh là $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2(-2)} = -\frac{3}{2}$.

Đáp án C.

Câu 5: Bảng biến thiên của hàm số $y = -x^2 + 2x - 1$ là:

A.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty \rightarrow 0 \rightarrow -\infty$		

B.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty \rightarrow -1 \rightarrow -\infty$		

C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty \rightarrow 0 \rightarrow +\infty$		

D.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty \rightarrow -1 \rightarrow +\infty$		

Lời giải

$$y = -x^2 + 2x - 1$$

Có $a = -1 < 0$, nên loại C và D.

Tọa độ đỉnh $I(1; 0)$, nên nhận A.

Đáp án A.

Câu 6: Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 3$. Chọn khẳng định đúng.

- A. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} . B. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .
 C. Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

Lời giải

Do $a = -1$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

Đáp án D.

Câu 7: Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - x - 6 \leq 0$.

- A. $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. B. $[-2; 3]$.
 C. $[-3; 2]$. D. $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$.

Tập nghiệm bất phương trình là: $S = [-2; 3]$.

Đáp án B.

Câu 8: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm

- A. $-4 \leq m \leq 4$. B. $m \leq -4$ hay $m \geq 4$.
 C. $m \leq -2$ hay $m \geq 2$. D. $-2 \leq m \leq 2$.

Lời giải

Phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -4$ hay $m \geq 4$

Đáp án B.

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của tham số m thì $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $m \geq 1$. B. $m > 1$. C. $m > 0$. D. $m < 2$.

Lời giải

Ta có $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = 1 - m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1$.

Đáp án A.

Câu 10: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình và $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{x + 2}$ là

- A. 3. B. 4. C. -1. D. -3.

Lời giải

Ta có $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{x + 2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^2 - 3x + 2 = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{0; 4\}$ nên tổng các nghiệm là 4.

Đáp án B.

Câu 11: Phương trình $\sqrt{x - 1} = x - 3$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{5\}$. B. $S = \{2; 5\}$. C. $S = \{2\}$. D. $S = \emptyset$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sqrt{x-1} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-1 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ \begin{cases} x = 2 \Leftrightarrow x = 5 \\ x = 5 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{5\}$.

Đáp án A.

Câu 12: Vector chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -2 + 3t \end{cases}$ là:

- A. $\vec{u} = (-4; 3)$. B. $\vec{u} = (4; 3)$. C. $\vec{u} = (3; 4)$. D. $\vec{u} = (1; -2)$.

Lời giải

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -2 + 3t \end{cases}$ có vector chỉ phương là $\vec{u} = (-4; 3)$.

Đáp án A.

Câu 13: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; -1), B(-6; 2)$ là

- A. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -6 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 + t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-9; 3) \Rightarrow \overrightarrow{u_{AB}} = (3; -1)$.

Suy ra phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 - t \end{cases}$.

Đáp án B.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$ song song với đường thẳng có phương trình nào sau đây?

- A. $x + 2y + 1 = 0$. B. $2x - y = 0$. C. $-x + 2y + 1 = 0$. D. $-2x + 4y - 1 = 0$.

Lời giải

Ta kiểm tra lần lượt các đường thẳng

.+) Với $d_1: x + 2y + 1 = 0$ có $\frac{1}{1} \neq \frac{2}{-2} \Rightarrow d$ cắt d_1 .

.+) Với $d_2: 2x - y = 0$ có $\frac{2}{1} \neq \frac{-1}{-2} \Rightarrow d$ cắt d_2 .

.+) Với $d_3: -x + 2y + 1 = 0$ có $\frac{-1}{1} = \frac{2}{-2} \neq \frac{1}{-1} \Rightarrow d$ trùng d_3 .

.+) Với $d_4: -2x + 4y - 1 = 0$ có $\frac{1}{-2} = \frac{-2}{4} \neq \frac{-1}{-1} \Rightarrow d$ song song d_4 .

Đáp án D.

Câu 15: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $d_1: x + 2y - 7 = 0, d_2: 2x - 4y + 9 = 0$.

- A. $\frac{3}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Ta có $vtpt\vec{n}_{d_1} = (1; 2); vtpt\vec{n}_{d_2} = (2; -4)$

$$\cos(d; d') = \frac{|\vec{n}_{d_1} \cdot \vec{n}_{d_2}|}{|\vec{n}_{d_1}| \cdot |\vec{n}_{d_2}|} = \frac{|1 \cdot 2 - 2 \cdot 4|}{\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}} = \frac{3}{5}.$$

Đáp án D.

Câu 16: Khoảng cách từ điểm $A(-3; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - y + 1 = 0$ bằng:

- A. $\sqrt{10}$. B. $\frac{11\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{10\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{11}{\sqrt{10}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } d(A; \Delta) = \frac{|3 \cdot (-3) - 2 + 1|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}.$$

Đáp án A.

Câu 17: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

- A. $I(-1; 2); R = 4$. B. $I(1; -2); R = 2$. C. $I(-1; 2); R = \sqrt{5}$. D. $I(1; -2); R = 4$.

Lời giải

(C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 - 1} = 2$.

Đáp án B.

Câu 18: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính bằng 3?

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

Lời giải

Phương trình đường tròn tâm $I(-1; 2)$ và bán kính $R = 3$ là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

Đáp án D.

Câu 19: Tọa độ các tiêu điểm của hypebol $(H): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ là

- A. $F_1 = (-5; 0); F_2 = (5; 0)$. B. $F_1 = (0; -5); F_2 = (0; 5)$.

C. $F_1 = (0; -\sqrt{7}); F_2 = (0; \sqrt{7})$.

D. $F_1 = (-\sqrt{7}; 0); F_2 = (\sqrt{7}; 0)$.

Lời giải

Gọi $F_1 = (-c; 0); F_2 = (c; 0)$ là hai tiêu điểm của (H) .

Từ phương trình $(H): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$, ta có: $a^2 = 4$ và $b^2 = 3$ suy ra $c^2 = a^2 + b^2 = 7 \Rightarrow c = \sqrt{7}, (c > 0)$.

Vậy tọa độ các tiêu điểm của (H) là $F_1 = (-\sqrt{7}; 0); F_2 = (\sqrt{7}; 0)$.

Đáp án D.

Câu 20: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của đường parabol?

A. $y^2 = -6x$.

B. $y^2 = 6x$.

C. $x^2 = -6y$.

D. $x^2 = 6y$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của parabol có dạng $y^2 = 2px (p > 0)$ nên chỉ có trường hợp B là phương trình chính tắc của đường parabol.

Đáp án B.

Câu 21: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{2-x} - \frac{4}{\sqrt{x+4}}$.

A. $D = [-4; 2]$.

B. $D = (-4; 2]$.

C. $D = [-4; 2)$.

D. $D = (-2; 4]$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -4 \end{cases}$.

Vậy $D = (-4; 2]$.

Đáp án B.

Câu 22: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{2x}{x-m+1}$ xác định trên khoảng $(0; 2)$?

A. $1 < m < 3$.

B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$.

C. $3 < m < 5$.

D. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{2x}{x-m+1}$ xác định khi $x-m+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m-1$.

Hàm số xác định trên khoảng $(0; 2)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m-1 \leq 0 \\ m-1 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$.

Đáp án D.

Câu 23: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+a}{x+5}$ có $f(-4) = 13$. Khi đó giá trị của a là

A. $a = 11$.

B. $a = 21$.

C. $a = -3$.

D. $a = 3$.

Lời giải

$$\text{Ta có } f(-4) = \frac{2 \cdot (-4) + a}{-4 + 5} = 13 \Leftrightarrow a = 21.$$

Đáp án B.

Câu 24: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^2 - 2(m+1)x - 3$ đồng biến trên khoảng $(4; 2018)$?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Lời giải

Hàm số có $a = 1 > 0$, $\frac{-b}{2a} = m+1$ nên đồng biến trên khoảng $(m+1; +\infty)$.

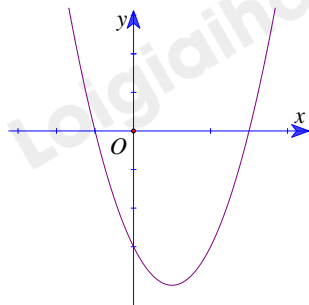
Do đó để hàm số đồng biến trên khoảng $(4; 2018)$ thì ta phải có

$$(4; 2018) \subset (m+1; +\infty) \Leftrightarrow m+1 \leq 4 \Leftrightarrow m \leq 3.$$

Vậy có ba giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là 1, 2, 3.

Đáp án D.

Câu 25: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ ($= c$) âm nên $c < 0$. Suy ra loại B, D.

Đồ thị hướng bề lõm lên trên nên $a > 0$, hoành độ đỉnh $\left(= \frac{-b}{2a} \right)$ dương nên $\frac{-b}{2a} > 0, a > 0 \Rightarrow b < 0$.

Đáp án A.

Câu 26: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn $\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2}$?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 4 \neq 0 \\ x + 2 \neq 0 \\ 2x - x^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}. \text{ Bất phương trình:}$$

$$\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2} \Leftrightarrow \frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} + \frac{2x}{x^2-2x} < 0 \Leftrightarrow \frac{2x+9}{x^2-4} < 0.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{9}{2}$	-2	2	$+\infty$
$2x+9$	-	0	+	+	+
x^2-4	+		+		+
$f(x)$	-	0	+		+

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $\frac{2x+9}{x^2-4} < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{9}{2}\right) \cup (-2; 2)$.

Vậy có chỉ có duy nhất một giá trị nguyên dương của x ($x=1$) thỏa mãn yêu cầu.

Đáp án C.

Câu 27: Định m để hàm số $y = f(x) = -x^2 + 2(m-4)x + 2m - 11$ luôn âm.

A. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$.

B. $1 < m < 5$.

C. $\begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$.

D. $-5 < m < -1$.

Lời giải

$$\text{Ta có } f(x) = -x^2 + 2(m-4)x + 2m - 11 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = (m-4)^2 + 2m - 11 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 5.$$

Đáp án B.

Câu 28: Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{15 - 5x}$ là

A. $S = 7$.

B. $S = -7$.

C. $S = 6$.

D. $S = 4$.

Lời giải

$$\sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{15 - 5x} \Leftrightarrow \begin{cases} 15 - 5x \geq 0 \\ x^2 + 2x - 3 = 15 - 5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x^2 + 7x - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x = 2 \vee x = -9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -9$$

$$\text{Vậy } S = 2 - 9 = -7.$$

Đáp án B.

Câu 29: Phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 3x-2y+1=0$ là:

- A. $3x-2y-7=0$. B. $2x+3y+4=0$. C. $x+3y+5=0$. D. $2x+3y-3=0$.

Lời giải

Do $d \perp \Delta \Rightarrow \vec{n}_d(2;3)$

Mà đường thẳng d đi qua $A(1;-2)$ nên ta có phương trình: $2(x-1)+3(y+2)=0 \Leftrightarrow 2x+3y+4=0$.

Vậy phương trình đường thẳng $d: 2x+3y+4=0$.

Đáp án B.

Câu 30: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;4)$, $B(3;2)$ và $C(7;3)$. Viết phương trình tham số của đường trung tuyến CM của tam giác.

- A. $\begin{cases} x=7 \\ y=3+5t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=3-5t \\ y=-7 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=7+t \\ y=3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=2 \\ y=3-t \end{cases}$.

Lời giải

$\begin{cases} A(1;4) \\ B(3;2) \end{cases} \rightarrow M(2;3) \rightarrow \overline{MC} = (5;0) = 5(1;0) \rightarrow CM: \begin{cases} x=7+t \\ y=3 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Đáp án C.

Câu 31: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho các điểm $A(1;2), B(2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A , sao cho khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng Δ nhỏ nhất có phương trình là?

- A. $3x+y-5=0$. B. $x-3y+5=0$. C. $3x+y-1=0$. D. $x-3y-1=0$.

Lời giải

Ta có $\overline{AB} = (1;-3)$.

Khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng Δ nhỏ nhất khi và chỉ khi Δ đi qua B , suy ra véc-tơ \overline{AB} là véc-tơ chỉ phương của Δ , do đó đường thẳng Δ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\Delta(3;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $3(x-1)+1(y-2)=0 \Leftrightarrow 3x+y-5=0$.

Đáp án A.

Câu 32: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình là.

- A. $x^2 + y^2 + 25x + 19y - 49 = 0$. B. $2x^2 + y^2 - 6x + y - 3 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 6x + xy - 1 = 0$.

Lời giải

Gọi (C) là phương trình đường tròn đi qua ba điểm A, B, C với tâm $I(a;b)$

$\Rightarrow (C)$ có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Vì đường tròn (C) đi qua ba điểm A, B, C nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1+4-2a-4b+c=0 \\ 25+4-10a-4b+c=0 \\ 1+9-2a+6b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a-4b+c=-5 \\ -10a-4b+c=-29 \\ -2a+6b+c=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-\frac{1}{2} \\ c=-1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

Đáp án C.

Câu 33: Trên hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó có phương trình là $3x+4y-9=0$. Viết phương trình của đường tròn (C) .

A. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 2$.

B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 2$.

C. $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$.

D. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Lời giải

Vi đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó là đường thẳng Δ có phương trình là

$$3x+4y-9=0 \text{ nên bán kính của đường tròn là } R = d(I, \Delta) = \frac{|3 \cdot (-3) + 4 \cdot 2 - 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$

Đáp án D.

Câu 34: Cho elip $(E): \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ và điểm M thuộc (E) có hoành độ $x_M = -13$. Khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm của (E) lần lượt là

A. 10 và 6.

B. 8 và 18.

C. 13 và $\pm\sqrt{5}$.

D. 13 và $\pm\sqrt{10}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_M = -13 \\ M \in (E) \end{cases} \Rightarrow y_M = 0 \Rightarrow M(-13;0).$$

$$\text{Ta có } a^2 = 169; b^2 = 144 \Rightarrow c^2 = 25 \Rightarrow c = 5.$$

Các tiêu điểm của (E) là $F_1(-5;0), F_2(5;0)$, suy ra $MF_1 = 8, MF_2 = 18$.

Đáp án B.

Câu 35: Cho parabol $(P): y^2 = 4x$ và hai điểm $M(0;-4), N(-6;4)$. Tìm tọa độ điểm $A \in (P)$ sao cho ΔAMN vuông tại M ?

A. $A_1(16;8), A_2\left(\frac{16}{9}; -\frac{8}{3}\right)$.

B. $A_1(16;9), A_2\left(\frac{16}{9}; -\frac{8}{3}\right)$.

C. $A_1(16;8), A_2\left(\frac{16}{9}; -\frac{1}{3}\right)$.

D. $A_1(16;8), A_2\left(\frac{15}{9}; -\frac{8}{3}\right)$.

Lời giải

Gọi $A\left(\frac{t^2}{4}; t\right) \in (P)$.

$\overrightarrow{MN} = (-6;8), \overrightarrow{MA} = \left(\frac{t^2}{4}; t+4\right)$.

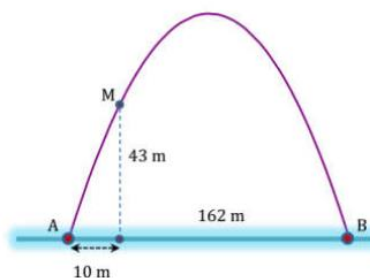
ΔAMN vuông tại $M \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MA} = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2}t^2 + 8t + 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 8 \\ t = -\frac{8}{3} \end{cases}$

Vậy có hai điểm cần tìm là $A_1(16;8), A_2\left(\frac{16}{9}; -\frac{8}{3}\right)$.

Đáp án A.

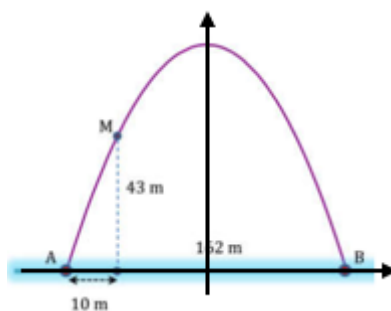
Phần tự luận (3 điểm)

Bài 1. Cổng Arch tại thành phố St.Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành công, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất. Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng Arch.



Lời giải

Gắn hệ toạ độ Oxy sao cho góc toạ độ trùng với trung điểm của AB , tia AB là chiều dương của trục hoành.



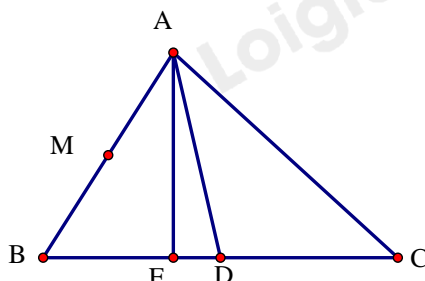
Parabol có phương trình $y = ax^2 + c$, đi qua các điểm: $B(81;0)$ và $M(-71;43)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} 81^2 a + c = 0 \\ 71^2 a + c = 43 \end{cases} \Rightarrow c = \frac{81^2 \cdot 43}{81^2 - 71^2} \approx 185.6$$

Suy ra chiều cao của công là $c \approx 185,6$ m.

Bài 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M(2;0)$ là trung điểm của cạnh AB . Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh A lần lượt có phương trình là $7x - 2y - 3 = 0$ và $6x - y - 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AC .

Lời giải



+) Gọi AH và AD lần lượt là các đường cao và trung tuyến kẻ từ A của tam giác ABC .

+) Tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 7x - 2y - 3 = 0 \\ 6x - y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(1;2)$.

+) M là trung điểm của AB nên $\begin{cases} x_B = 2x_M - x_A = 3 \\ y_B = 2y_M - y_A = -2 \end{cases} \Rightarrow B(3;-2)$.

+) Đường thẳng BC đi qua $B(3;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $AH : 6x - y - 4 = 0$ nên có phương trình $x - 3 + 6(y + 2) = 0 \Leftrightarrow x + 6y + 9 = 0$.

+) D là giao điểm của BC và AN nên tọa độ D là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 7x - 2y - 3 = 0 \\ x + 6y + 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow D\left(0; -\frac{3}{2}\right)$$

mà D là trung điểm của BC suy ra $C(-3;-1)$

+) Đường thẳng AC đi qua $A(1;2)$ và $C(-3;-1)$ có phương trình là $3x - 4y + 5 = 0$.

Bài 3. Tìm m để hàm số $y = \frac{2\sqrt{x-2m+3}}{3(x-m)} + \frac{x-2}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$.

Lời giải

*Gọi D là tập xác định của hàm số $y = \frac{2\sqrt{x-2m+3}}{3(x-m)} + \frac{x-2}{\sqrt{-x+m+5}}$.

$$* x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2m + 3 \geq 0 \\ x - m \neq 0 \\ -x + m + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2m - 3 \\ x \neq m \\ x < m + 5 \end{cases}$$

*Hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$

$$\Leftrightarrow (0;1) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-3 \leq 0 \\ m+5 \geq 1 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2} \\ m \geq -4 \\ \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-4;0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right].$$

Bài 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $C(2; -3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua C cắt tia Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho $OA + OB = 4$ và $OA < OB$.

Lời giải

Gọi $A(a; 0)$, $B(0; b)$ với $a > 0, b > 0$.

$$OA < OB \Leftrightarrow 0 < a < b \quad (1).$$

Đường thẳng Δ qua A, B có phương trình: $\Delta: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

Đường thẳng Δ qua $C \Leftrightarrow \frac{2}{a} + \frac{-3}{b} = 1 \quad (*)$.

$$OA + OB = 4 \Leftrightarrow a + b = 4 \Leftrightarrow b = 4 - a \text{ thay vào, ta có: } \frac{2}{a} + \frac{-3}{4-a} = 1$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 9a + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow b = 3 \\ a = 8 \Rightarrow b = -4 \end{cases} \quad (2).$$

Từ và, suy ra $a = 1, b = 3$.

Phương trình đường thẳng Δ có phương trình là $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} = 1$ hay $3x + y - 3 = 0$.