

**ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ 2****Môn: Toán - Lớp 11****Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống****BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM****Mục tiêu**

- Ôn tập và củng cố lại các kiến thức, áp dụng giải các dạng bài tập liên quan của chương trình học kì 2 sách giáo khoa Toán 11 – Kết nối tri thức.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải các kiến thức học kì 2 – chương trình Toán 11.

**A. NỘI DUNG ÔN TẬP****1. Hàm số mũ và hàm số logarit**

- Lũy thừa với số mũ thực
- Logarit
- Hàm số mũ và hàm số logarit
- Phương trình, bất phương trình mũ và logarit

**2. Quan hệ vuông góc trong không gian**

- Hai đường thẳng vuông góc
- Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng
- Phép chiếu vuông góc. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng
- Hai mặt phẳng vuông góc
- Khoảng cách
- Thể tích

**3. Các quy tắc tính xác suất**

- Biến cố hợp, biến cố giao, biến cố độc lập
- Công thức cộng xác suất
- Công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập

**4. Đạo hàm**

- Định nghĩa và ý nghĩa của đạo hàm
- Các quy tắc tính đạo hàm
- Đạo hàm cấp hai

**B. BÀI TẬP****I. Phần trắc nghiệm****1. Hàm số mũ và hàm số logarit****Câu 1.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ 

- A.  $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$
- B.  $D = [-1; 3]$
- C.  $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$
- D.  $D = (-1; 3)$

**Câu 2.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \ln(x^2 - 2mx + m)$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

- A.  $m < 0$
- B.  $0 < m < 1$
- C.  $m \leq 0; m \geq 1$
- D.  $0 \leq m \leq 1$

**Câu 3.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$
- B.  $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}\right)^x$
- C.  $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$
- D.  $y = \left(\frac{\pi}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^x$

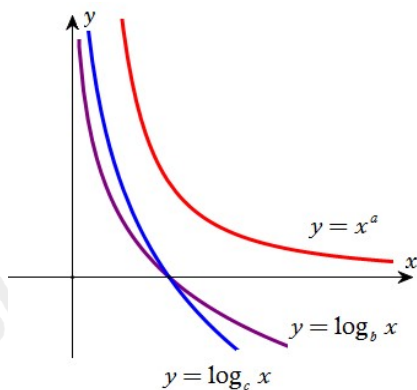
**Câu 4.** Cho  $a$  là một số thực dương khác 1 và các mệnh đề sau:

- 1)  $a^x > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .
- 2) Hàm số  $y = a^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .
- 3) Hàm số  $y = e^{2017x}$  là hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .
- 4) Đồ thị hàm số  $y = a^x$  nhận trục  $Ox$  làm tiệm cận ngang.

Hỏi có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

**Câu 5.** Cho  $a$  là số thực tùy ý và  $b, c$  là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số  $G$ ,  $A(1; -1; -2)$  và  $y = x^a, x > 0$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A.  $a < c < b$ .
- B.  $a < b < c$ .
- C.  $\left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{8}{3}\right)$
- D.  $a > c > b$ .

**Câu 6.** Cho  $9^x + 9^{-x} = 23$ . Tính giá trị biểu thức  $P = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}}$ .

- A.  $P = 2$ .

B.  $P = \frac{3}{2}$ .

C.  $P = \frac{1}{2}$ .

D.  $P = -\frac{5}{2}$ .

**Câu 7.** Phương trình  $(5 + 2\sqrt{6})^{3x+1} = (5 - 2\sqrt{6})^{5x+8}$  có tích các nghiệm là?

A.  $-\frac{7}{8}$

B. 4

C.  $-\frac{9}{8}$

D.  $\frac{1}{8}$

**Câu 8.** Giải phương trình  $2^{x-3} = 3^{x^2-5x+6}$

A.  $S = \{2 + \log_3 2; 3\}$

B.  $S = \{\log_3 2; 3\}$

C.  $S = \{2 + \log_3 2\}$

D.  $S = \{2 + \log_3 2; 1\}$

**Câu 9.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{2x} < 2^{x+6}$

A.  $(-\infty; 6)$

B.  $(0; 64)$

C.  $(6; +\infty)$

D.  $(0; 6)$

**Câu 10.** Giải bất phương trình  $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$  được tập nghiệm là  $(a; b)$ . Hãy tính tổng  $S = a + b$ .

A.  $S = \frac{26}{5}$

B.  $S = \frac{11}{5}$

C.  $S = \frac{28}{15}$

D.  $S = \frac{8}{3}$

## 2. Quan hệ vuông góc trong không gian

**Câu 11.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $c$  khi  $b$  song song với  $c$  (hoặc  $b$  trùng với  $c$ ).

B. Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $c$  thì  $b$  song song với  $c$ .

C. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.

D. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

**Câu 12.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

**B.** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

**C.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

**D.** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

**Câu 13.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa  $AC$  và  $DA'$  là:

**A.**  $45^\circ$ .

**B.**  $90^\circ$ .

**C.**  $60^\circ$ .

**D.**  $120^\circ$ .

**Câu 14.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng

**A.**  $60^\circ$ .

**B.**  $30^\circ$ .

**C.**  $90^\circ$ .

**D.**  $45^\circ$ .

**Câu 15.** Cho hai đường thẳng  $a, b$  và mặt phẳng  $(P)$ . Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

**A.** Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \parallel (P)$ .

**B.** Nếu  $a \parallel (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a \perp b$ .

**C.** Nếu  $a \parallel (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \parallel (P)$ .

**D.** Nếu  $a \parallel (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \perp (P)$ .

**Câu 16.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SC$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?

**A.**  $IO \perp (ABCD)$ .

**B.**  $BC \perp SB$ .

**C.** Tam giác  $SCD$  vuông ở  $D$ .

**D.**  $(SAC)$  là mặt phẳng trung trực của  $BD$ .

**Câu 17.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$  và độ dài các cạnh bên  $SA = SB = SC = b$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Độ dài đoạn thẳng  $SG$  bằng

**A.**  $\frac{\sqrt{9b^2 + 3a^2}}{3}$ .

**B.**  $\frac{\sqrt{b^2 - 3a^2}}{3}$ .

C.  $\frac{\sqrt{9b^2 - 3a^2}}{3}$ .

D.  $\frac{\sqrt{b^2 + 3a^2}}{3}$ .

**Câu 18.** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $O$ , cạnh bằng  $2a$ . Trên đường thẳng qua  $O$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  lấy điểm  $S$ . Biết góc giữa đường thẳng  $SA$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Độ dài cạnh  $SO$  bằng

A.  $SO = a\sqrt{3}$ .

B.  $SO = a\sqrt{2}$ .

C.  $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

D.  $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 19.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật có cạnh  $AB = a$ ,  $BC = 2a$ . Hai mặt bên  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$ , cạnh  $SA = a\sqrt{15}$ . Tính góc tạo bởi đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABD)$ .

A.  $30^\circ$

B.  $45^\circ$

C.  $60^\circ$

D.  $90^\circ$

**Câu 20.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ , tam giác  $SBC$  là tam giác đều có bằng cạnh  $2a$  và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(ABC)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $\varphi = 60^\circ$ .

B.  $\tan \varphi = 2\sqrt{3}$ .

C.  $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{6}$ .

D.  $\tan \varphi = \frac{1}{2}$ .

**Câu 21.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA = a\sqrt{3}$  và vuông góc với mặt đáy  $(ABC)$ . Tính khoảng cách  $d$  từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

A.  $d = \frac{a\sqrt{15}}{5}$ .

B.  $d = a$ .

C.  $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$ .

D.  $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 22.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , tâm  $O$ . Cạnh bên  $SA = 2a$  và vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Gọi  $H$  và  $K$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $BC$  và  $CD$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $HK$  và  $SD$ .

A.  $\frac{a}{3}$ .

B.  $\frac{2a}{3}$ .

C.  $2a$ .

D.  $\frac{a}{2}$ .

**Câu 23.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  đáy là hình chữ nhật có  $AB = 2a$ ,  $AD = 6a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AD$ , biết khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(A'BM)$  bằng  $\frac{12a}{7}$ . Thể tích khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  là

A.  $24a^3$

B.  $12a^3$

C.  $3a^3$

D.  $8a^3$

### 3. Các quy tắc tính xác suất

**Câu 24.** Cho  $A, B$  là hai biến cố xung khắc. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A.  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

B.  $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$

C.  $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$

D.  $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$

**Câu 25.**  $A, B$  là hai biến cố độc lập.  $P(A) = 0,5$ ,  $P(A \cap B) = 0,2$ . Xác suất  $P(A \cup B)$  bằng:

A. 0,3

B. 0,5

C. 0,6

D. 0,7

**Câu 26.** Gieo một con xúc sắc 4 lần. Tìm xác suất của biến cố  $A$ : "Mặt 3 chấm xuất hiện đúng một lần".

A.  $P(A) = \frac{5}{24}$

B.  $P(A) = \frac{5}{32}$

C.  $P(A) = \frac{5}{324}$

D.  $P(A) = \frac{5}{34}$

**Câu 27.** Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài nên khoanh lụi một câu trả lời. Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

A.  $P(A) = 0,7124$

B.  $P(A) = 0,7759$

C.  $P(A) = 0,7336$

D.  $P(A) = 0,783$

**Câu 28.** Một người gọi điện thoại nhưng quên mất chữ số cuối. Tính xác suất để người đó gọi đúng số điện thoại mà không phải thử quá hai lần.

A.  $\frac{1}{5}$

B.  $\frac{1}{10}$

C.  $\frac{19}{90}$

D.  $\frac{2}{9}$

#### 4. Đạo hàm

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{4 - x}}{4} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ . Tính  $f'(0)$ .

A.  $f'(0) = \frac{1}{4}$ .

B.  $f'(0) = \frac{1}{16}$ .

C.  $f'(0) = \frac{1}{32}$ .

D. Không tồn tại.

**Câu 30.** Một viên đạn được bắn lên cao theo phương trình  $s(t) = 196t - 4,9t^2$  trong đó  $t > 0$ ,  $t$  tính bằng giây kể từ thời điểm viên đạn được bắn lên cao và  $s(t)$  là khoảng cách của viên đạn so với mặt đất được tính bằng mét. Tại thời điểm vận tốc của viên đạn bằng 0 thì viên đạn cách mặt đất bao nhiêu mét?

A. 1690m.

B. 1069m.

C. 1906m.

D. 1960m.

**Câu 31.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm với đường thẳng  $y = -2$ .

A.  $y = -9x + 7; y = -2$ .

B.  $y = -2$ .

C.  $y = 9x + 7; y = -2$ .

D.  $y = 9x + 7; y = 2$ .

**Câu 32.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = (x^3 - 2x^2)^{2016}$ .

A.  $y' = 2016(x^3 - 2x^2)^{2015}$ .

B.  $y' = 2016(x^3 - 2x^2)^{2015}(3x^2 - 4x)$ .

C.  $y' = 2016(x^3 - 2x^2)(3x^2 - 4x)$ .

D.  $y' = 2016(x^3 - 2x^2)(3x^2 - 2x)$ .

**Câu 33.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 2}$ .

A.  $y' = 1 + \frac{3}{(x + 2)^2}$ .

B.  $y' = \frac{x^2 + 6x + 7}{(x + 2)^2}$ .

C.  $y' = \frac{x^2 + 4x + 5}{(x + 2)^2}$ .

D.  $y' = \frac{x^2 + 8x + 1}{(x + 2)^2}$ .

**Câu 34.** Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$  tại điểm  $x = 0$ .

A.  $f'(0) = \frac{1}{2}$ .

B.  $f'(0) = \frac{1}{3}$ .



C.  $f'(0) = 1$ .

D.  $f'(0) = 2$ .

**Câu 35.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos^3(2x - 1)$ .

A.  $y' = -3\sin(4x - 2)\cos(2x - 1)$ .

B.  $y' = 3\cos^2(2x - 1)\sin(2x - 1)$ .

C.  $y' = -3\cos^2(2x - 1)\sin(2x - 1)$ .

D.  $y' = 6\cos^2(2x - 1)\sin(2x - 1)$ .

## II. Phần tự luận

### 1. Hàm số mũ và hàm số logarit

**Câu 1.** Tìm tập xác định D của hàm số  $y = \log_2 \frac{x-1}{x}$ .

**Câu 2.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

**Câu 3.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $a$  để hàm số  $y = (a^2 - 3a + 3)^x$  đồng biến

**Câu 4.** Cho  $a, b$  là các số thực thỏa mãn  $a^2 + b^2 > 1$  và  $\log_{a^2+b^2} a + b \geq 1$ . Tìm giá trị lớn nhất  $P_{\max}$  của biểu thức  $P = 2a + 4b - 3$ .

**Câu 5.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hình vuông  $ABCD$  có diện tích bằng 36, đường thẳng chứa cạnh  $AB$  song song với trục  $Ox$ , các đỉnh  $A, B$  và  $C$  lần lượt nằm trên đồ thị của các hàm số  $y = \log_a x$ ,  $y = \log_{\sqrt{a}} x$  và  $y = \log_{\sqrt[3]{a}} x$  với  $a$  là số thực lớn hơn 1. Tìm  $a$ .

**Câu 6.** Phương trình  $4^{x^2+x} + 2^{1-x^2} = 2^{(x+1)^2} + 1$  có tất cả bao nhiêu nghiệm?

**Câu 7.** Biết rằng phương trình  $2\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}}(1 - \sqrt{x}) = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x - 2\sqrt{x} + 2)$  có nghiệm duy nhất có dạng  $a + b\sqrt{3}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính tổng  $S = a + b$ .

**Câu 8.** Gọi  $a, b$  lần lượt là nghiệm nhỏ nhất và nghiệm lớn nhất của bất phương trình  $3.9^x - 10.3^x + 3 \leq 0$ . Tính  $P = b - a$ .

**Câu 9.** Giải bất phương trình sau :  $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 1) < \log_{\frac{1}{5}}(3x - 3)$ .

**Câu 10.** Tìm  $m$  để phương trình :

a)  $4^x - m.2^{x+1} + 2m = 0$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 2$ .

b)  $2017^{2x-1} - 2m.2017^x + m = 0$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 1$ .

### 2. Quan hệ vuông góc trong không gian

**Câu 11.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Tính số đo của góc  $(IJ, CD)$  ?

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ , tam giác  $SBC$  là tam giác đều có cạnh bằng  $2a$  và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Tính góc giữa đường thẳng  $SA$  và mặt phẳng đáy  $(ABC)$

**Câu 13.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = a$ ,  $BC = 2a$ . Tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $S$  vuông góc với  $AB$ . Tính diện tích  $S$  của thiết diện tạo bởi  $(\alpha)$  với hình chóp đã cho?

**Câu 14.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA = x$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Xác định  $x$  để hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$  tạo với nhau một góc  $60^\circ$ .

**Câu 15.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $AB = a\sqrt{2}$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SB = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$

### 3. Các quy tắc tính xác suất

**Câu 16.** Trong kì thi thử THPT Quốc Gia, An làm đề thi trắc nghiệm môn Toán. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng; trả lời đúng mỗi câu được 0,2 điểm. An trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu, 5 câu còn lại An chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi môn Toán của An không dưới 9, 5 điểm.

**Câu 17.** Có 3 chiếc hộp  $A, B, C$ . Hộp  $A$  chứa 4 bi đỏ, 3 bi trắng. Hộp  $B$  chứa 3 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp  $C$  chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên một hộp từ 3 hộp này, rồi lấy ngẫu nhiên một bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được một bi đỏ.

**Câu 18.** Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của một cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được năm ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván, tính xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng.

**Câu 19.** Trong trận đấu bóng đá giữa 2 đội Real madrid và Barcelona, trọng tài cho đội Barcelona được hưởng một quả Penalty. Cầu thủ sút phạt ngẫu nhiên vào 1 trong bốn vị trí 1, 2, 3, 4 và thủ môn bay người cản phá ngẫu nhiên đến 1 trong 4 vị trí 1, 2, 3, 4 với xác suất như nhau (thủ môn và cầu thủ sút phạt đều không đoán được ý định của đối phương). Biết nếu cầu thủ sút và thủ môn bay cùng vào vị trí 1 (hoặc 2) thì thủ môn cản phá được cú sút đó, nếu cùng vào vị trí 3 (hoặc 4) thì xác suất cản phá thành công là 50%. Tính xác suất của biến cố "cú sút đó không vào lưới"?

**Câu 20.** Tung một đồng xu không đồng chất 2020 lần. Biết rằng xác suất xuất hiện mặt sấp là 0,6. Tính xác suất để mặt sấp xuất hiện đúng 1010 lần

### 4. Đạo hàm

**Câu 21.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$  bởi  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 4x^2 + 3x & \text{khi } x \neq 1 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Tính  $f'(1)$ .

**Câu 22.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x+5}{x^2+3x+3}$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$ . Với giá trị nào của  $k$  thì  $f'(1) = \frac{3}{2}$ ?

**Câu 24.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos(\tan x)$ .

Câu 25. Cho hàm số  $y = x \cdot \cos x$ . Tính giá trị biểu thức  $M = xy + xy'' - 2(y' - \cos x)$ .

**I. Trắc nghiệm**

|           |           |           |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Câu 1. C  | Câu 2. B  | Câu 3. B  | Câu 4. C  | Câu 5. B  | Câu 6. D  | Câu 7. C  |
| Câu 8. B  | Câu 9. A  | Câu 10. B | Câu 11. A | Câu 12. D | Câu 13. C | Câu 14. C |
| Câu 15. B | Câu 16. D | Câu 17. C | Câu 18. B | Câu 19. C | Câu 20. B | Câu 21. A |
| Câu 22. A | Câu 23. B | Câu 24. A | Câu 25. D | Câu 26. C | Câu 27. B | Câu 28. A |
| Câu 29. B | Câu 30. D | Câu 31. C | Câu 32. B | Câu 33. A | Câu 34. A | Câu 35. A |

**II. Phân tự luận****1. Hàm số mũ và hàm số logarit**

**Câu 1.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_2 \frac{x-1}{x}$ .

**Phương pháp**

Tập xác định của hàm số  $y = \log_a f(x)$  ( $0 < a \neq 1$ ) là  $f(x) > 0$

**Lời giải chi tiết**

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \frac{x-1}{x} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là  $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ .

**Đáp án**  $D = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

**Câu 2.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

**Phương pháp**

$$\text{Hàm số } y = ax^2 + bx + c (a \neq 0) > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

**Lời giải chi tiết**

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' = 1 + m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$$

**Câu 3.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $a$  để hàm số  $y = (a^2 - 3a + 3)^x$  đồng biến

**Phương pháp**

Hàm số  $y = a^x$  đồng biến khi  $a > 1$ , nghịch biến khi  $0 < a < 1$

**Lời giải chi tiết**

$$\text{Hàm số đồng biến khi } a^2 - 3a + 3 > 1 \Leftrightarrow a^2 - 3a + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a < 1 \\ a > 2 \end{cases}$$

**Câu 4.** Cho  $a, b$  là các số thực thỏa mãn  $a^2 + b^2 > 1$  và  $\log_{a^2+b^2} a + b \geq 1$ . Tìm giá trị lớn nhất  $P_{\max}$  của biểu thức  $P = 2a + 4b - 3$ .

### Phương pháp

Sử dụng bất đẳng thức Bunhiacopxky

### Lời giải chi tiết

Do  $a^2 + b^2 > 1$  nên  $\log_{a^2+b^2} (a+b) \geq 1 \Leftrightarrow a+b \geq a^2 + b^2 \Leftrightarrow \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{2}$ . (1)

Ta có  $a + 2b = \left[\left(a - \frac{1}{2}\right) + 2\left(b - \frac{1}{2}\right)\right] + \frac{3}{2}$ . Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxky ta có

$$\left[\left(a - \frac{1}{2}\right) + 2\left(b - \frac{1}{2}\right)\right]^2 \leq (1^2 + 2^2) \left[\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2\right] \leq 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{2}.$$

Do đó  $\left(a - \frac{1}{2}\right) + 2\left(b - \frac{1}{2}\right) \leq \frac{\sqrt{10}}{2} \longrightarrow a + 2b \leq \frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{3}{2} \longrightarrow P = 2a + 4b - 3 \leq \sqrt{10}$ .

Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow a = \frac{5 + \sqrt{10}}{10}; b = \frac{5 + 2\sqrt{10}}{10}$ .

**Câu 5.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hình vuông  $ABCD$  có diện tích bằng 36, đường thẳng chứa cạnh  $AB$  song song với trục  $Ox$ , các đỉnh  $A, B$  và  $C$  lần lượt nằm trên đồ thị của các hàm số  $y = \log_a x$ ,  $y = \log_{\sqrt{a}} x$  và  $y = \log_{\sqrt[3]{a}} x$  với  $a$  là số thực lớn hơn 1. Tìm  $a$ .

### Phương pháp

Lập phương trình diện tích  $ABCD$  để tìm  $m$

### Lời giải chi tiết

Do  $AB \parallel Ox \longrightarrow A, B$  nằm trên đường thẳng  $y = m$  ( $m \neq 0$ ).

Lại có  $A, B$  lần lượt nằm trên đồ thị của các hàm số  $y = \log_a x$ ,  $y = \log_{\sqrt{a}} x$ .

Từ đó suy ra  $A(a^m; m)$ ,  $B\left(a^{\frac{m}{2}}; m\right)$ .

Vì  $ABCD$  là hình vuông nên suy ra  $x_C = x_B = a^{\frac{m}{2}}$ .

Lại có  $C$  nằm trên đồ thị hàm số  $y = \log_{\sqrt[3]{a}} x$ , suy ra  $C\left(a^{\frac{m}{2}}; \frac{3m}{2}\right)$ .

$$\text{Theo đề bài } S_{ABCD} = 36 \longrightarrow \begin{cases} AB = 6 \\ BC = 6 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \left|a^m - a^{\frac{m}{2}}\right| = 6 \\ \left|\frac{3m}{2} - m\right| = 6 \end{cases}$$

$$\longleftrightarrow \begin{cases} m = -12 \\ a = \sqrt[6]{\frac{1}{3}} < 1 (\text{loại}) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} m = 12 \\ a = \sqrt[6]{3} \end{cases}$$

**Câu 6.** Phương trình  $4^{x^2+x} + 2^{1-x^2} = 2^{(x+1)^2} + 1$  có tất cả bao nhiêu nghiệm?

**Phương pháp**

Đưa về cùng cơ số và đặt ẩn phụ

**Lời giải chi tiết**

Phương trình  $\Leftrightarrow 2^{2x^2+2x} + 2^{1-x^2} = 2^{x^2+2x+1} + 1$ .

Đặt  $\begin{cases} a = 2^{2x^2+2x} > 0 \\ b = 2^{1-x^2} > 0 \end{cases}$ , suy ra  $2^{x^2+2x+1} = ab$ . Khi đó phương trình trở thành  $a + b = ab + 1$

$$\Leftrightarrow a - ab + b - 1 = 0 \Leftrightarrow a(1-b) + (b-1) = 0 \Leftrightarrow (1-b)(a-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Với  $a = 1$ , ta được  $2^{2x^2+2x} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$ .

Với  $b = 1$ , ta được  $2^{1-x^2} = 1 \Leftrightarrow 1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ .

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm  $x = 0, x = \pm 1$

**Câu 7.** Biết rằng phương trình  $2\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}}(1-\sqrt{x}) = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x-2\sqrt{x}+2)$  có nghiệm duy nhất có dạng  $a+b\sqrt{3}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính tổng  $S = a+b$ .

**Phương pháp**

Đưa về cùng cơ số

**Lời giải chi tiết**

Điều kiện:  $0 < x < 1$ .

Phương trình  $\Leftrightarrow \log_2 x^2 - \log_2(1-\sqrt{x}) = \log_2(x-2\sqrt{x}+2)$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{x^2}{1-\sqrt{x}} = \log_2(x-2\sqrt{x}+2) \Leftrightarrow \frac{x^2}{1-\sqrt{x}} = x-2\sqrt{x}+2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{1-\sqrt{x}} = x+2(1-\sqrt{x}) \Leftrightarrow \frac{x^2}{(1-\sqrt{x})^2} = \frac{x}{1-\sqrt{x}} + 2 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{1-\sqrt{x}}\right)^2 - \left(\frac{x}{1-\sqrt{x}}\right) - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{1-\sqrt{x}} = -1 \text{ (vô nghiệm) hoặc } \frac{x}{1-\sqrt{x}} = 2$$

$$\Leftrightarrow x+2\sqrt{x}-2=0 \longrightarrow \sqrt{x} = -1+\sqrt{3} \longrightarrow x = 4-2\sqrt{3} \longrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \end{cases}$$

Vậy  $S = a+b = 2$

**Câu 8.** Gọi  $a, b$  lần lượt là nghiệm nhỏ nhất và nghiệm lớn nhất của bất phương trình  $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ .

Tính  $P = b - a$ .

### Phương pháp

Đưa về cùng cơ số và đặt ẩn phụ, đưa về bất phương trình bậc hai ẩn  $t$

### Lời giải chi tiết

Bất phương trình tương đương với  $3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ .

Đặt  $t = 3^x, t > 0$ . Bất phương trình trở thành  $3t^2 - 10t + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq t \leq 3$ .

$$\longrightarrow \frac{1}{3} \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1 \longrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \longrightarrow P = b - a = 2.$$

**Câu 9.** Giải bất phương trình sau :  $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 1) < \log_{\frac{1}{5}}(3x - 3)$ .

### Phương pháp

Nếu  $0 < a < 1$  thì  $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$

### Lời giải chi tiết

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ 3x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Bất phương trình:  $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 1) < \log_{\frac{1}{5}}(3x - 3) \Leftrightarrow x^2 - 1 > 3x - 3$  (chú ý với cơ số  $\frac{1}{5} < 1$ )

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{dk: } x > 1} x > 2.$$

**Câu 10.** Tìm  $m$  để phương trình :

a)  $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 2$ .

b)  $2017^{2x-1} - 2m \cdot 2017^x + m = 0$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 1$ .

### Phương pháp

Đặt ẩn phụ, đưa bài toán về tìm  $m$  để phương trình bậc hai có hai nghiệm dương phân biệt thỏa mãn yêu cầu bài toán

### Lời giải chi tiết

a) Phương trình tương đương với  $(2^x)^2 - 2m \cdot 2^x + 2m = 0$ .

Đặt  $t = 2^x > 0$ , phương trình trở thành  $t^2 - 2mt + 2m = 0$ . (\*)

Để phương trình đã cho có hai nghiệm  $\Leftrightarrow$  phương trình (\*) có hai nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m \geq 0 \\ 2m > 0 \\ 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2.$$

Theo định lí Viet, ta có  $2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2m \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 2m \Leftrightarrow 4 = 2m \Leftrightarrow m = 2$  (thỏa mãn).

b) Phương trình  $\Leftrightarrow \frac{1}{2017}(2017^x)^2 - 2m \cdot 2017^x + m = 0$

$$\Leftrightarrow (2017^x)^2 - 4034m \cdot 2017^x + 2017m = 0.$$

Giả sử phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$ .

Theo Viet, ta có  $2017^{x_1} \cdot 2017^{x_2} = 2017m \Leftrightarrow 2017^{x_1+x_2} = 2017m \Leftrightarrow 2017 = 2017m \Leftrightarrow m = 1$ .

Thử lại với  $m = 1$  ta thấy thỏa mãn

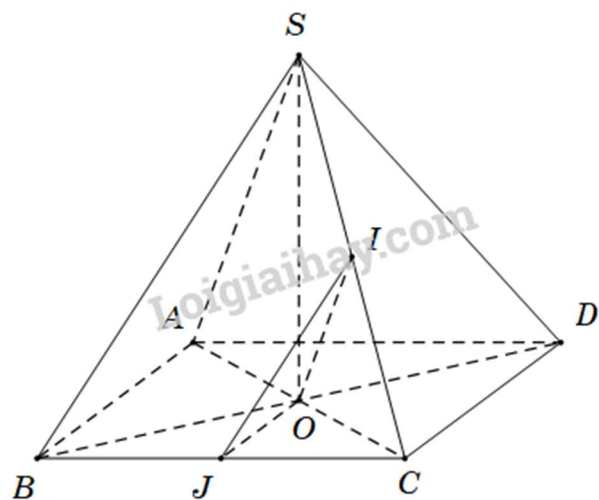
## 2. Quan hệ vuông góc trong không gian

**Câu 11.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Tính số đo của góc  $(IJ, CD)$  ?

### Phương pháp

Kẻ đường thẳng cắt  $IJ$  và song song với  $CD$

### Lời giải chi tiết



Gọi  $O$  là tâm của hình thoi  $ABCD \Rightarrow OJ$  là đường trung bình của  $\triangle BCD$ .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} OJ \parallel CD \\ OJ = \frac{1}{2}CD \end{cases}.$$

Vì  $CD \parallel OJ \Rightarrow (IJ, CD) = (IJ, OJ)$ .



Xét tam giác  $IOJ$ , có 
$$\begin{cases} IJ = \frac{1}{2}SB = \frac{a}{2} \\ OJ = \frac{1}{2}CD = \frac{a}{2} \\ IO = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow \Delta IOJ \text{ đều.}$$

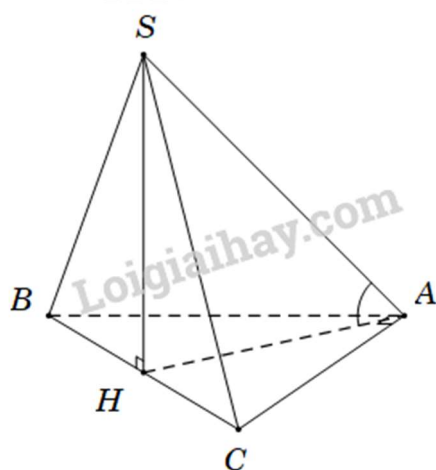
Vậy  $(IJ, CD) = (IJ, OJ) = \widehat{IJO} = 60^\circ$

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ , tam giác  $SBC$  là tam giác đều có cạnh bằng  $2a$  và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Tính góc giữa đường thẳng  $SA$  và mặt phẳng đáy  $(ABC)$

**Phương pháp**

$$\widehat{(SA, (ABC))} = \widehat{(SA, AH)} = \widehat{SAH}$$

**Lời giải chi tiết**



Gọi  $H$  là trung điểm của  $BC$ , suy ra  $SH \perp (ABC)$ .

Vì  $SH \perp (ABC)$  nên  $HA$  là hình chiếu của  $SA$  trên mặt phẳng  $(ABC)$ .

Do đó  $\widehat{(SA, (ABC))} = \widehat{(SA, AH)} = \widehat{SAH}$ .

Tam giác  $SBC$  đều cạnh  $2a$  nên  $SH = a\sqrt{3}$ .

Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  nên  $AH = \frac{1}{2}BC = a$ .

Tam giác vuông  $SAH$ , có  $\tan \widehat{SAH} = \frac{SH}{AH} = \sqrt{3}$ , suy ra  $\widehat{SAH} = 60^\circ$ .

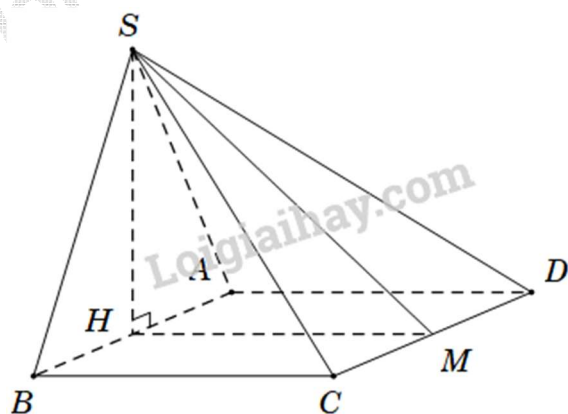
**Câu 13.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = a$ ,  $BC = 2a$ . Tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $S$  vuông góc với  $AB$ . Tính diện tích  $S$  của thiết diện tạo bởi  $(\alpha)$  với hình chóp đã cho

**Phương pháp**

Xác định thiết diện tạo bởi  $(\alpha)$  với hình chóp

Thiết diện là tam giác vuông

**Lời giải chi tiết**



Gọi  $H$  là trung điểm  $AB \Rightarrow SH \perp AB$ . Suy ra:

$$SH \subset (\alpha).$$

$SH \perp (ABCD)$  (do  $(SAB) \perp (ABCD)$  theo giao tuyến  $AB$ ).

Kẻ  $HM \perp AB$  ( $M \in CD$ )  $\Rightarrow HM \subset (\alpha)$ .

Do đó thiết diện là tam giác  $SHM$  vuông tại  $H$ .

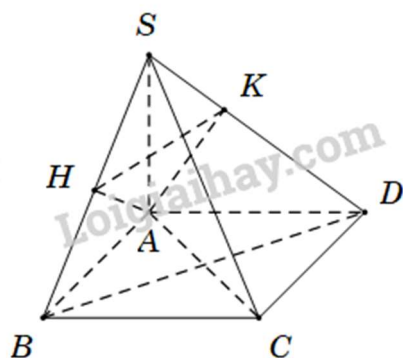
$$\text{Ta có } SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, HM = BC = 2a. \text{ Vậy } S_{\Delta SHM} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 2a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

**Câu 14.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA = x$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Xác định  $x$  để hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$  tạo với nhau một góc  $60^\circ$ .

**Phương pháp**

Sử dụng phương pháp xác định góc giữa hai mặt phẳng

**Lời giải chi tiết**



Từ  $A$  kẻ  $AH$  vuông góc với  $SB$  ( $H \in SB$ ).

$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH \text{ mà } AH \perp SB \text{ suy ra } AH \perp (SBC).$$

Từ  $A$  kẻ  $AK$  vuông góc với  $SD$  ( $K \in SD$ ), tương tự, chứng minh được  $SK \perp (SCD)$ .

Khi đó  $SC \perp (AHK)$  suy ra  $(\widehat{SBC}); (\widehat{SCD}) = (\widehat{AH}; \widehat{AK}) = \widehat{HAK} = 60^\circ$ .

Lại có  $\triangle SAB = \triangle SAD \Rightarrow AH = AK$  mà  $\widehat{HAK} = 60^\circ$  suy ra tam giác  $AHK$  đều.

Tam giác  $SAB$  vuông tại  $S$ , có  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{xa}{\sqrt{x^2 + a^2}}$ .

Suy ra  $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} \Rightarrow \frac{SH}{SB} = \frac{x^2}{x^2 + a^2}$ .

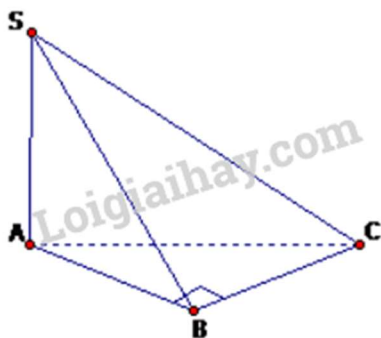
Vì  $HK \parallel BD$  suy ra  $\frac{SH}{SB} = \frac{HK}{BD} \Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2 + a^2} = \frac{xa}{\sqrt{x^2 + a^2} \cdot a\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = a$ .

**Câu 15.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $AB = a\sqrt{2}$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SB = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$

### Phương pháp

Công thức tính thể tích chóp  $V = \frac{1}{3}h.S_{ABC}$

### Lời giải chi tiết



Tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  nên

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{1}{2}a\sqrt{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$$

Tam giác  $SAB$  vuông tại  $A$  có  $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$

Vậy thể tích khối chóp  $S.ABC$  là  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \frac{a^2\sqrt{2}}{2} a = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

### 3. Các quy tắc tính xác suất

**Câu 16.** Trong kì thi thử THPT Quốc Gia, An làm đề thi trắc nghiệm môn Toán. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng; trả lời đúng mỗi câu được 0,2 điểm. An trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu, 5 câu còn lại An chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi môn Toán của An không dưới 9, 5 điểm.

### Phương pháp

Sử dụng quy tắc cộng xác suất

**Lời giải chi tiết**

Đề An đúng được không dưới 9,5 điểm thì bạn ấy phải chọn đúng nhiều hơn 2 trong 5 câu còn lại.

Xác suất mỗi câu chọn đúng là  $\frac{1}{4}$  và không chọn đúng là  $\frac{3}{4}$ .

Đề An đúng được không dưới 9,5 điểm thì bạn ấy phải chọn đúng hoặc 3 hoặc 4 hoặc 5 trong 5 câu còn lại.

Do đó xác suất cần tìm là  $\left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^4 \left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{13}{1024}$

**Câu 17.** Có 3 chiếc hộp  $A, B, C$ . Hộp  $A$  chứa 4 bi đỏ, 3 bi trắng. Hộp  $B$  chứa 3 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp  $C$  chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên một hộp từ 3 hộp này, rồi lấy ngẫu nhiên một bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được một bi đỏ.

**Phương pháp**

Sử dụng quy tắc cộng xác suất

**Lời giải chi tiết**

Xác suất để chọn hộp  $A$  là  $\frac{1}{3}$ , xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp  $A$  là  $\frac{4}{7}$

$\Rightarrow$  Xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp  $A$  là  $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7}$

Tương tự, xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp  $B$ , hộp  $C$  lần lượt là  $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4}$

Vậy xác suất để lấy được bi đỏ là  $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{39}{70}$

**Câu 18.** Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của một cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được năm ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván, tính xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng.

**Phương pháp**

Sử dụng quy tắc cộng xác suất

**Lời giải chi tiết**

Theo giả thiết hai người ngang tài ngang sức nên xác suất thắng thua trong một ván đấu là 0,5; 0,5.

Xét tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai thắng 2 ván.

Để người thứ nhất chiến thắng thì người thứ nhất cần thắng 1 ván và người thứ hai thắng không quá hai ván.

Có ba khả năng:

TH1: Đánh 1 ván. Người thứ nhất thắng xác suất là 0,5 .

TH2: Đánh 2 ván. Người thứ nhất thắng ở ván thứ hai xác suất là  $(0,5)^2$

TH3: Đánh 3 ván. Người thứ nhất thắng ở ván thứ ba xác suất là  $(0,5)^3$

Vậy  $P=0,5+(0,5)^2+(0,5)^3=78$

**Câu 19.** Trong trận đấu bóng đá giữa 2 đội Real Madrid và Barcelona, trọng tài cho đội Barcelona được hưởng một quả Penalty. Cầu thủ sút phạt ngẫu nhiên vào 1 trong bốn vị trí 1, 2, 3, 4 và thủ môn bay người cản phá ngẫu nhiên đến 1 trong 4 vị trí 1, 2, 3, 4 với xác suất như nhau (thủ môn và cầu thủ sút phạt đều không đoán được ý định của đối phương). Biết nếu cầu thủ sút và thủ môn bay cùng vào vị trí 1 (hoặc 2) thì thủ môn cản phá được cú sút đó, nếu cùng vào vị trí 3 (hoặc 4) thì xác suất cản phá thành công là 50%. Tính xác suất của biến cố “cú sút đó không vào lưới”?



### Phương pháp

Sử dụng quy tắc cộng xác suất và quy tắc nhân xác suất

### Lời giải chi tiết

Gọi  $A_i$  là biến cố “cầu thủ sút phạt vào vị trí  $i$ ”

$B_i$  là biến cố “thủ môn bay người cản phá vào vị trí thứ  $i$ ”

Và  $C$  là biến cố “Cú sút phạt không vào lưới”

Dễ thấy  $P(A_i) = P(B_i) = \frac{1}{4}$

Ta có:

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A_1) \cdot P(B_1) + P(A_2) \cdot P(B_2) + \frac{1}{2} P(A_3) \cdot P(B_3) + \frac{1}{2} P(A_4) \cdot P(B_4) \\ &= \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{3}{16} \end{aligned}$$

**Câu 20.** Tung một đồng xu không đồng chất 2020 lần. Biết rằng xác suất xuất hiện mặt sấp là 0,6. Tính xác suất để mặt sấp xuất hiện đúng 1010 lần

### Phương pháp

Sử dụng quy tắc cộng xác suất và quy tắc nhân xác suất

### Lời giải chi tiết

Ta có  $C_{2020}^{1010}$  cách chọn 1010 vị trí trong 2020 lần tung đồng xu để mặt xấp xuất hiện, các lần tung còn lại không xuất hiện mặt sấp. Ứng với mỗi cách chọn cố định 1010 vị trí xuất hiện mặt xấp ta có xác suất của trường hợp đó tính như sau:

+) Tại những lần mặt xấp xuất hiện thì xác suất xảy ra là 0,6 .

+) Tại những lần mặt ngửa xuất hiện thì xác suất xảy ra là 1-0,6.

Do có 1010 lần xuất hiện mặt sấp và 1010 xuất hiện mặt ngửa nên ứng với mỗi cách chọn cố định 1010 vị trí xuất hiện mặt xấp thì có xác suất là  $0,6^{1010} \cdot (1-0,6)^{1010} = 0,24^{1010}$

Vậy xác Suất cần tính là  $C_{2020}^{1010} \cdot 0,24^{1010}$

#### 4. Đạo hàm

**Câu 21.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$  bởi  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - 3x + 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Tính  $f'(1)$ .

#### Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm theo định nghĩa

#### Lời giải chi tiết

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)(x-3)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-3)}{x-2} = 2.$$

Ta thấy:  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1)$ . Do đó, hàm số không liên tục tại điểm  $x = 1$ .

Vậy hàm số không tồn tại đạo hàm tại điểm  $x = 1$ .

**Câu 22.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x+5}{x^2+3x+3}$ .

#### Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

#### Lời giải chi tiết

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y' &= \frac{(2x+5)'(x^2+3x+3) - (2x+5)(x^2+3x+3)'}{(x^2+3x+3)^2} \\ &= \frac{2(x^2+3x+3) - (2x+5)(2x+3)}{(x^2+3x+3)^2} = \frac{-2x^2 - 10x - 9}{(x^2+3x+3)^2}. \end{aligned}$$

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$ . Với giá trị nào của  $k$  thì  $f'(1) = \frac{3}{2}$ ?

#### Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

#### Lời giải chi tiết

$$\text{Ta có } (\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} \text{ và } (\sqrt[3]{u})' = \frac{u'}{3\sqrt[3]{u^2}}.$$

$$\text{Do đó } f'(x) = \frac{k}{3\sqrt{x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \longrightarrow f'(1) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}k + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}k = 1 \Leftrightarrow k = 3.$$

**Câu 24.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos(\tan x)$ .

**Phương pháp**

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

**Lời giải chi tiết**

$$\text{Ta có } y' = -(\tan x)' \sin(\tan x) = -\frac{1}{\cos^2 x} \cdot \sin(\tan x)$$

**Câu 25.** Cho hàm số  $y = x \cdot \cos x$ . Tính giá trị biểu thức  $M = xy + xy'' - 2(y' - \cos x)$ .

**Phương pháp**

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

**Lời giải chi tiết**

$$\text{Ta có } y' = \cos x - x \cdot \sin x \longrightarrow y'' = -2 \sin x - x \cdot \cos x.$$

$$\text{Khi đó } xy + xy'' = x^2 \cos x + x(-2 \sin x - x \cos x) = -2x \sin x.$$

$$\text{Và } 2(y' - \cos x) = 2(\cos x - x \sin x - \cos x) = -2x \sin x.$$

$$\text{Vậy } xy + xy'' = 2(y' - \cos x) \Rightarrow M = 0.$$