

ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 1

Môn: Toán - Lớp 11

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức học kì 2 của chương trình sách giáo khoa Toán 11.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải các kiến thức học kì 2 – chương trình Toán 11.

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{12^{5+\sqrt{3}}}{2^{5+2\sqrt{3}} \cdot 3^{7+\sqrt{3}}}$.

A. 288

B. $\frac{32}{9}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. 18.

Câu 2: Chọn đáp án đúng:

A. $\sqrt[8]{(x-1)^8} = x-1$.

B. $\sqrt[8]{(x-1)^8} = x+1$.

C. $\sqrt[8]{(x-1)^8} = |x-1|$.

D. $\sqrt[8]{(x-1)^8} = -x+1$.

Câu 3: Một chất điểm chuyển động có phương trình $s(t) = t^2 + 2t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 3s$ bằng.

A. $1m/s$.

B. $15m/s$.

C. $4m/s$.

D. $0m/s$.

Câu 4: Cho hàm số $y = 2 \sin x - 3 \cos x + 3$ có đạo hàm $y' = a \cos x + b \sin x + c$. Khi đó $S = 2a + b - c$ có kết quả bằng:

A. $S = 10$.

B. $S = 7$.

C. $S = 2$.

D. $S = 1$.

Câu 5: Hàm số $y = \sqrt{2 + 2x^2}$ có đạo hàm $y' = \frac{a + bx}{\sqrt{2 + 2x^2}}$. Khi đó $S = a - 2b$ có kết quả bằng

A. $S = -4$.

B. $S = 10$.

C. $S = -6$.

D. $S = 8$.

Câu 6: Có hai túi đựng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Túi I có 3 viên bi màu xanh và 7 viên bi màu đỏ. Túi II có 10 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Xác suất để hai viên bi được lấy có cùng màu xanh bằng

A. $\frac{15}{160}$.

B. $\frac{45}{160}$.

C. $\frac{35}{160}$.

D. $\frac{30}{160}$.

Câu 7: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là

A. $y = -2x + 1$

B. $y = 2x + 1$

C. $y = 3x - 2$

D. $y = -3x - 2$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên tập số thực. Tìm hệ thức đúng

A. $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

B. $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1}$.

C. $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x}$.

D. $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(1)}{x - 1}$.

Câu 9: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O, $SA = SC$. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AB và BC. Góc giữa hai đường thẳng SO và IK bằng:

A. 60° .

B. 90° .

C. 120° .

D. 70° .

Câu 10: Cho hình chóp S.ABC. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm của SA, SB, SC. Qua S kẻ đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cắt mặt phẳng đó tại H. Khi đó, góc giữa SH và MP bằng bao nhiêu độ?

- A. 60° .
 B. 90° .
 C. 120° .
 D. 70° .

Câu 11: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = x$. Tìm x để hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) tạo với nhau một góc 60° :

- A. $x = \frac{3a}{2}$.
 B. $x = 2a$.
 C. $x = \frac{a}{2}$.
 D. $x = a$.

Câu 12: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng với chiều cao. Tính góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy

- A. 30° .
 B. 60° .
 C. 45° .
 D. 90° .

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một cuộc thi bắn súng, có 3 người tham gia thi. Trong đó xác suất bắn trúng của người thứ nhất là 0,9; người thứ 2 là 0,7 và người thứ 3 là 0,8.

- a) Xác suất để cả ba người đều bắn trúng là 0,504
 b) Xác suất để đúng 2 người bắn trúng là 0,398.
 c) Xác suất để không người nào bắn trúng là 0,006.
 d) Xác suất để ít nhất một người bắn trúng là 0,306.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 1$ có đồ thị (C):

- a) Phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng 2 là: $y = 2x - \frac{5}{3}$ hoặc $y = 2x + \frac{13}{6}$
 b) Phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $(d_1) : y = -\frac{1}{6}x + 1$ là $y = 6x - \frac{25}{2}$ hoặc $y = 6x + \frac{25}{3}$
 c) Phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d_2) : y = 2020$ là $y = \frac{5}{6}$ hoặc $y = 1$
 d) Phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d_3) : 4x + y - 5 = 0$ là $y = -\frac{2}{5}x + 1$

Câu 3: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng 1. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy (ABCD).

- a) $CD \perp (SHM)$

b) $AC \perp (SHM)$

c) Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) là $\frac{\sqrt{21}}{7}$

d) Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) là $\frac{\sqrt{21}}{14}$

Câu 4: Cho hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$.

a) Đạo hàm của hàm số là $y' = (\sqrt{2x - x^2})' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$

b) Biểu thức $y'(1) = 0$

c) Biểu thức $y''(1) = 0$

d) $y^3 y'' + 1 = 0, \forall x \in (0; 2)$.

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Cho hàm số: $y = \frac{1}{4} \sqrt{\log((m+1)x^2 - 2(m+1)x + 5)}$

Tổng tất cả các giá trị của tham số m để hàm số trên có tập xác định có tập xác định là \mathbb{R} .

Câu 2. Giải bất phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}|$.

Câu 3. Một chất điểm chuyển động có quãng đường được cho bởi phương trình $s(t) = \frac{1}{4}t^4 - t^3 + \frac{5}{2}t^2 + 10t$,

trong đó $t > 0$ với t tính bằng giây (s) và s tính bằng mét (m). Tính vận tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm chất điểm có gia tốc chuyển động nhỏ nhất.

Câu 4. Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để chọn được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng một tấm thẻ chia hết cho 10.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Biết $AD = 2a, AB = BC = SA = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, gọi M là trung điểm của AD . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SCD) theo a .

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành

----- Hết -----

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT****THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM****PHẦN I.**(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	C	C	B	A	B	C	A	B	B	D	B

PHẦN II.Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,50 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được **1 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đúng	a) Sai	a) Đúng	a) Đúng
b) Đúng	b) Đúng	b) Sai	b) Đúng
c) Đúng	c) Đúng	c) Đúng	c) Sai
d) Sai	d) Sai	d) Đúng	d) Đúng

PHẦN III.(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	$m \in [-1; 3]$	$x = \frac{1}{2} (2^{\log_6 3} + 2^{-\log_6 3})$	$13 (m/s)$	$\frac{99}{667}$	$\frac{a\sqrt{6}}{6}$	$y = x + 1$

Câu 1: Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{12^{5+\sqrt{3}}}{2^{5+2\sqrt{3}} \cdot 3^{7+\sqrt{3}}}$.

A. 288

B. $\frac{32}{9}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. 18.

Phương pháp

Sử dụng công thức mũ và lũy thừa để tính

Lời giải

$$A = \frac{12^{5+\sqrt{3}}}{2^{5+2\sqrt{3}} \cdot 3^{7+\sqrt{3}}} = \frac{4^{5+\sqrt{3}} \cdot 3^{5+\sqrt{3}}}{2^{5+2\sqrt{3}} \cdot 3^{7+\sqrt{3}}} = \frac{2^{10+2\sqrt{3}} \cdot 3^{5+\sqrt{3}}}{2^{5+2\sqrt{3}} \cdot 3^{7+\sqrt{3}}} = \frac{2^5}{3^2} = \frac{32}{9}$$

Đáp án B.

Câu 2: Chọn đáp án đúng:

A. $\sqrt[8]{(x-1)^8} = x-1$.

B. $\sqrt[8]{(x-1)^8} = x+1$.

C. $\sqrt[8]{(x-1)^8} = |x-1|$.

D. $\sqrt[8]{(x-1)^8} = -x+1$.

Phương pháp

$\sqrt[n]{a^n} = |a|$ khi n chẵn (với các biểu thức đều có nghĩa).

Lời giải

$$\sqrt[8]{(x-1)^8} = |x-1|.$$

Đáp án C.

Câu 3: Một chất điểm chuyển động có phương trình $s(t) = t^2 + 2t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 3s$ bằng.

A. $1m/s$.

B. $15m/s$.

C. $8m/s$.

D. $0m/s$.

Phương pháp

Phương trình vận tốc của chất điểm: $v(t) = s'(t)$

Lời giải

$$v(t) = s'(t) = (t^2 + 2t)' = 2t + 2$$

Tại thời điểm $t = 3s$, vận tốc tức thời của chất điểm là: $v = 2 \cdot 3 + 2 = 8$

Vậy tại thời điểm $t = 3s$ vận tốc tức thời của chất điểm là $8m/s$.

Đáp án C.

Câu 4: Cho hàm số $y = 2 \sin x - 3 \cos x + 3$ có đạo hàm $y' = a \cos x + b \sin x + c$. Khi đó $S = 2a + b - c$ có kết quả bằng:

A. $S = 10$.

B. $S = 7$.

C. $S = 2$.

D. $S = 1$.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm

Lời giải

$$y' = (2 \sin x - 3 \cos x + 3)' = 2 \cos x + 3 \sin x$$

$$\Rightarrow a = 2, b = 3, c = 0$$

$$\text{Vậy } S = 2a + b - c = 2 \cdot 2 + 3 - 0 = 7$$

Vậy PT có tất cả 1 nghiệm

Đáp án B.

Câu 5: Hàm số $y = \sqrt{2 + 2x^2}$ có đạo hàm $y' = \frac{a + bx}{\sqrt{2 + 2x^2}}$. Khi đó $S = a - 2b$ có kết quả bằng

A. $S = -4$.

B. $S = 10$.

C. $S = -6$.

D. $S = 8$.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

Lời giải

$$y' = (\sqrt{2 + 2x^2})' = \frac{(2 + 2x^2)'}{2\sqrt{2 + 2x^2}} = \frac{4x}{2\sqrt{2 + 2x^2}} = \frac{2x}{\sqrt{2 + 2x^2}}$$

$$\Rightarrow a = 0, b = 2$$

$$\Rightarrow S = -4$$

Đáp án A.

Câu 6: Có hai túi đựng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Túi I có 3 viên bi màu xanh và 7 viên bi màu đỏ. Túi II có 10 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Xác suất để hai viên bi được lấy có cùng màu xanh bằng

A. $\frac{15}{160}$.

B. $\frac{45}{160}$.

C. $\frac{35}{160}$.

D. $\frac{30}{160}$.

Phương pháp

Bước 1: Xác định biến cố của các xác suất, có thể gọi tên các biến cố A; B; C; D để biểu diễn.

Bước 2: Tìm mối quan hệ giữa các biến cố vừa đặt tên, biểu diễn biến cố trung gian và quan trọng nhất là biến cố đề bài đang yêu cầu tính xác suất thông qua các biến cố ở bước 1.

Bước 3: Sử dụng các mối quan hệ vừa xác định ở bước 2 để chọn công thức cộng hay công thức nhân phù hợp.

Lời giải

Xác suất lấy được viên bi màu xanh từ túi I là $\frac{3}{10}$

Xác suất lấy được viên bi màu xanh từ túi II là $\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

Xác suất lấy được hai viên bi cùng màu xanh là $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3}{16}$

Đáp án B.

Câu 7: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là

A. $y = -2x + 1$

B. $y = 2x + 1$

C. $y = 3x - 2$

D. $y = -3x - 2$

Phương pháp

Tìm tọa độ giao điểm của (C) với trục tung

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) : $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ là:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

Trong đó:

$M(x_0; f(x_0))$ gọi là tiếp điểm.

$k = f'(x_0)$ là hệ số góc.

Lời giải

(C) cắt trục tung tại điểm $M(0; -2)$

$$y' = (-x^3 + 3x - 2)' = -3x^2 + 3$$

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm $M(0; -2)$ là:

$$y = f'(0)(x - 0) + f(0) = 3x - 2$$

Đáp án C.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên tập số thực. Tìm hệ thức đúng

A. $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

B. $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1}$.

C. $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x}$.

D. $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(1)}{x - 1}$.

Phương pháp

Sử dụng định nghĩa về đạo hàm tại một điểm.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$. Nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn) thì giới hạn đó được gọi là đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại x_0 và kí hiệu là $f'(x_0)$ (hoặc $y'(x_0)$), tức là:

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Lời giải

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

Đáp án A.

Câu 9: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O, SA = SC. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AB và BC. Góc giữa hai đường thẳng SO và IK bằng:

A. 60° .

B. 90° .

C. 120° .

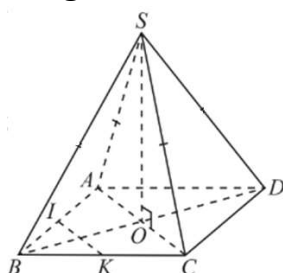
D. 70° .

Phương pháp

+ Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.

+ Hai đường thẳng a, b được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90° .

Lời giải



Vì tứ giác ABCD là hình thoi nên O là trung điểm của AC.

Vì SA = SC nên tam giác SAC cân tại S. Do đó, SO là đường trung tuyến đồng thời là đường cao. Do đó, $SO \perp AC$

Vì I, K lần lượt là trung điểm của AB và BC nên IK là đường trung bình của tam giác BAC. Do đó, $IK \parallel AC$.

Vì $SO \perp AC$, $IK \parallel AC$ nên $IK \perp SO$. Do đó, góc giữa hai đường thẳng SO và IK bằng 90° .

Đáp án B.

Câu 10: Cho hình chóp S.ABC. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm của SA, SB, SC. Qua S kẻ đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cắt mặt phẳng đó tại H. Khi đó, góc giữa SH và MP bằng bao nhiêu độ?

A. 60° .

B. 90° .

C. 120° .

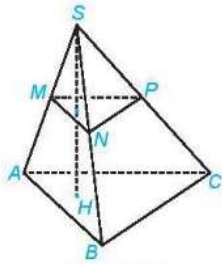
D. 70° .

Phương pháp

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì đường thẳng d cũng vuông góc với các mặt phẳng song song với (P).

+ Đường thẳng d gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu nó vuông góc với mọi đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P).

Lời giải



Vì M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB nên MN là đường trung bình của tam giác SAB. Do đó, $MN \parallel AB$.

Vì P, N lần lượt là trung điểm của SC, SB nên PN là đường trung bình của tam giác SBC. Do đó, $PN \parallel CB$.

Vì $MN \parallel AB$, $PN \parallel CB$ nên $(MNP) \parallel (ABC)$.

Mặt khác, $SH \perp (ABC)$ nên $SH \perp (MNP)$. Mà $MP \subset (MNP) \Rightarrow SH \perp MP$

Do đó, góc giữa hai đường thẳng MP và SH bằng 90° .

Đáp án B

Câu 11: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = x$. Tìm x để hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) tạo với nhau một góc 60° :

A. $x = \frac{3a}{2}$.

B. $x = 2a$.

C. $x = \frac{a}{2}$.

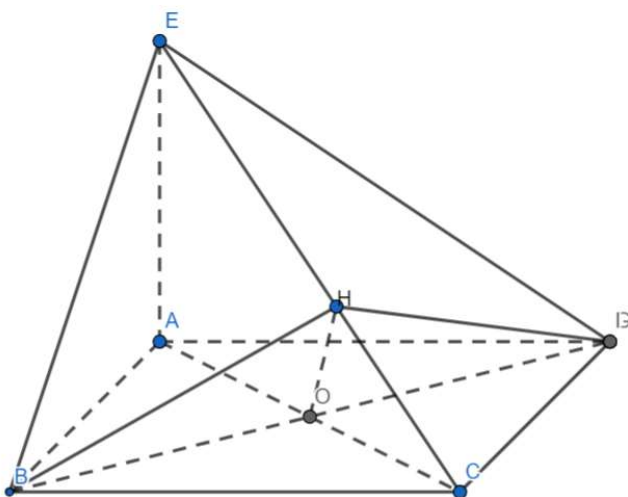
D. $x = a$.

Phương pháp

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì $d \perp (P)$.

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Lời giải



Kẻ $BH \perp SC \Rightarrow DH \perp SC$ (hai đường cao tương ứng của hai tam giác bằng nhau)

$\Rightarrow ((SBC), (SCD)) = (BH, DH) = 60^\circ$

Có hai trường hợp xảy ra:

TH1:

$$\widehat{BHD} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BHO} = 30^\circ$$

$$OB = \frac{a}{\sqrt{2}}, \tan 30^\circ = \frac{OB}{OH} \Rightarrow OH = \frac{\frac{a}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = a\sqrt{\frac{3}{2}}$$

Xét hai tam giác đồng dạng SAC và OHC ta có:

$$\frac{OH}{OC} = \frac{SA}{SC} \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{\frac{3}{2}}}{\frac{a}{\sqrt{2}}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2a^2}} \Leftrightarrow \sqrt{3} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2a^2}} \Leftrightarrow 3(x^2 + 2a^2) = x^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 6a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = a\sqrt{3} \text{ (không có đáp án nào thỏa mãn)}$$

TH2:

$$\widehat{BHD} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BHO} = 60^\circ$$

$$OB = \frac{a}{\sqrt{2}}, \tan 60^\circ = \frac{OB}{OH} \Rightarrow OH = \frac{\frac{a}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

Xét hai tam giác đồng dạng SAC và OHC ta có:

$$\frac{OH}{OC} = \frac{SA}{SC} \Leftrightarrow \frac{\frac{a}{\sqrt{6}}}{\frac{a}{\sqrt{2}}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2a^2}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2a^2}} \Leftrightarrow x^2 + 2a^2 = 3x^2$$

$$\Leftrightarrow x = a$$

Đáp án D.

Câu 12: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng với chiều cao. Tính góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy

A. 30° .

B. 60° .

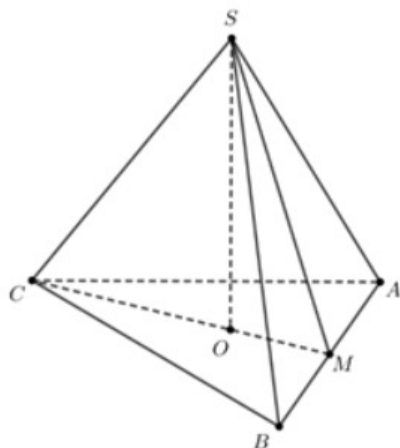
C. 45° .

D. 90° .

Phương pháp

Sử dụng phương pháp tính góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy của chóp.

Lời giải



Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABC$, O là tâm của tam giác ABC , M là trung điểm AB .

Giả sử, $AB = a$, khi đó $SO = a$

$$\text{Ta có: } CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, CO = \frac{2}{3}CM = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$(\widehat{SC, (ABCD)}) = \widehat{SCO}$$

$$\tan \widehat{SCO} = \frac{SO}{CO} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \widehat{SCO} = 60^\circ$$

Vậy $(\widehat{SC, (ABCD)}) = 60^\circ$

Đáp án B.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một cuộc thi bắn súng, có 3 người tham gia thi. Trong đó xác suất bắn trúng của người thứ nhất là 0,9; người thứ 2 là 0,7 và người thứ 3 là 0,8. Tính xác suất để:

- a) Cả ba người đều bắn trúng
- b) Đúng 2 người bắn trúng.
- c) Không người nào bắn trúng.
- d) Ít nhất một người bắn trúng.

Phương pháp

Bước 1: Xác định biến cố của các xác suất, có thể gọi tên các biến cố A; B; C; D để biểu diễn.

Bước 2: Tìm mối quan hệ giữa các biến cố vừa đặt tên, biểu diễn biến cố trung gian và quan trọng nhất là biến cố đề bài đang yêu cầu tính xác suất thông qua các biến cố ở bước 1.

Bước 3: Sử dụng các mối quan hệ vừa xác định ở bước 2 để chọn công thức cộng hay công thức nhân phù hợp.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Người thứ nhất bắn trúng”; $P(A) = 0,9$

B là biến cố: “Người thứ hai bắn trúng”; $P(B) = 0,7$

C là biến cố: “Người thứ ba bắn trúng”; $P(C) = 0,8$

A, B, C là ba biến cố độc lập

Khi đó:

\bar{A} là biến cố: “Người thứ nhất bắn không trúng”; $P(\bar{A}) = 1 - 0,9 = 0,1$

\bar{B} là biến cố: “Người thứ hai bắn không trúng”; $P(\bar{B}) = 1 - 0,7 = 0,3$

\bar{C} là biến cố: “Người thứ ba bắn không trúng”; $P(\bar{C}) = 1 - 0,8 = 0,2$

a) $A \cap B \cap C$ là biến cố: “Cả ba người bắn trúng”

Xác suất để cả ba người bắn trúng là:

$$P(A \cap B \cap C) = 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,504.$$

b) Gọi D là biến cố: “Đúng hai người bắn trúng”

$$\text{Ta có: } D = (A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C)$$

Xác suất để có đúng hai người bắn trúng là:

$$P(D) = 0,9.0,7.0,2 + 0,9.0,3.0,8 + 0,1.0,7.0,8 = 0,398.$$

c) $E = \bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$ là biến cố: “Không người nào người bắn trúng”

Xác suất để không người nào người bắn trúng là:

$$P(E) = P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) = 0,1.0,3.0,2 = 0,006.$$

d) \bar{E} là biến cố: “Ít nhất một người bắn trúng”

Xác suất để có ít nhất một người bắn trúng là: $P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0,006 = 0,994.$

Đáp án:

a) **Đúng**

b) **Đúng**

c) **Đúng**

d) **Sai**

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 1$ có đồ thị (C):

a) Phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng 2 là:

b) Phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $(d_1) : y = -\frac{1}{6}x + 1$

c) Phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d_2) : y = 2020$

d) Phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d_3) : 4x + y - 5 = 0$

Phương pháp:

Bước 1: Gọi $M(x_0; f(x_0))$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến của (C) thì $f'(x_0) = k$

Bước 2: Giải phương trình $f'(x_0) = k$ với ẩn là x_0 .

Bước 3: Phương trình tiếp tuyến của (C) có dạng $y = k(x - x_0) + f(x_0)$.

Lời giải

Ta có $y' = f'(x) = x^2 - x$

a) Gọi $M(x_0, y_0) \in (C)$ mà tiếp tuyến của (C) tại M có hệ số góc $k = 2$

$$\Rightarrow f'(x_0) = 2 \Leftrightarrow x_0^2 - x_0 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -1 \end{cases}$$

* Với $x_0 = 2$ ta có $y_0 = f(2) = \frac{1}{3} \cdot 2^3 - \frac{1}{2} \cdot 2^2 + 1 = \frac{5}{3} \Rightarrow M_1(2; \frac{5}{3})$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M_1(2; \frac{5}{3})$ là $y = 2(x - 2) + \frac{5}{3}$ hay $y = 2x - \frac{7}{3}$

* Với $x_0 = -1$ ta có $y_0 = f(-1) = \frac{1}{6} \Rightarrow M_2(-1; \frac{1}{6})$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M_2(-1; \frac{1}{6})$ là $y = 2(x + 1) + \frac{1}{6}$ hay $y = 2x + \frac{13}{6}$

b) Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị (C)

Do tiếp tuyến vuông góc với $(d): y = -\frac{1}{6}x + 1$ nên $-\frac{1}{6}k = -1 \Leftrightarrow k = 6$

Gọi $M(x_0, y_0) \in (C)$ mà tiếp tuyến của (C) tại M có hệ số góc $k = 6$.

$$f'(x_0) = 6 \Rightarrow x_0^2 - x_0 = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_0 = -2 \end{cases}$$

* Với $x_0 = 3$ ta có $y_0 = f(3) = \frac{11}{2} \Rightarrow M_1(3; \frac{11}{2}) \in (C)$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M_1(3; \frac{11}{2})$ là $y = 6(x - 3) + \frac{11}{2}$ hay $y = 6x - \frac{25}{2}$

* Với $x_0 = -2$ ta có $y_0 = f(-2) = -\frac{11}{3} \Rightarrow M_2(-2; -\frac{11}{3}) \in (C)$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M_2(-2; -\frac{11}{3})$ là $y = 6(x + 2) - \frac{11}{3}$ hay $y = 6x + \frac{25}{3}$

c) Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị (C) .

Do tiếp tuyến song song với $(d'): y = 2020$ với hệ số góc là 0

$$\Rightarrow k = 0$$

Gọi $M(x_0, y_0) \in (C)$ mà tiếp tuyến của (C) tại M có hệ số góc $k = 0$

$$\Rightarrow f'(x_0) = 0 \Rightarrow x_0^2 - x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 1 \end{cases}$$

* Với $x_0 = 0$ ta có $y_0 = f(0) = 1 \Rightarrow M_1(0;1) \in (C)$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M_1(0;1)$ là $y = 1$.

* Với $x_0 = 1$ ta có $y_0 = f(1) = \frac{5}{6} \Rightarrow M_2(1; \frac{5}{6}) \in (C)$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M_2(1; \frac{5}{6})$ là $y = \frac{5}{6}$

d) $(d_3): 4x + y - 5 = 0$ hay $(d_3): y = -4x + 5$

Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị (C).

Do tiếp tuyến song song với $(d_3): y = -4x + 5$ với hệ số góc là -4

Nên $k = -4$

$\Rightarrow f'(x_0) = -4 \Rightarrow x_0^2 - x_0 = -4 \Rightarrow$ PT vô nghiệm

Suy ra không tồn tại tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu đề bài

Đáp án

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

Câu 3: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng 1. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy (ABCD).

a) $CD \perp (SHM)$

b) $AC \perp (SHM)$

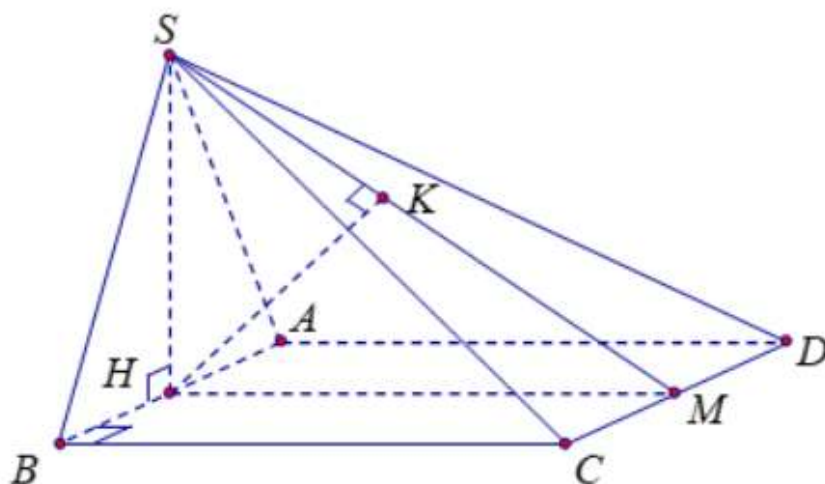
c) Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) là $\frac{\sqrt{21}}{7}$

d) Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) là $\frac{\sqrt{21}}{14}$

Phương pháp

Sử dụng phương pháp tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng

Lời giải



$$a) \begin{cases} CD \perp HM \\ CD \perp SH \\ SM, SH \subset (SHM) \\ SM \cap SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHM)$$

b) AC không vuông góc với (SHM)

c) Gọi H, M lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Suy ra $HM = 1$, $SH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $SM = \frac{\sqrt{7}}{2}$

Vì tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABCD) nên $SH \perp (ABCD)$

Vì $AB \parallel CD$ nên $AB \parallel (SCD)$.

Do đó $d(B; (SCD)) = d(H; (SCD)) = HK$ với $HK \perp SM$ trong (SHM) .

Ta có:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2} \Rightarrow HK = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

d)

$$d(H, (SCD)) = 2 \cdot d(O, (SCD))$$

$$\Rightarrow d(O, (SCD)) = \frac{\sqrt{21}}{14}$$

Đáp án

a) Đúng

- b) Sai
- c) Đúng
- d) Đúng

Câu 4: Cho hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$.

a) Đạo hàm của hàm số là $y' = (\sqrt{2x - x^2})' = \frac{1 - x}{\sqrt{2x - x^2}}$

b) Biểu thức $y'(1) = 0$

c) Biểu thức $y''(1) = 0$

d) $y^3 y'' + 1 = 0, \forall x \in (0; 2)$.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

Lời giải

a) $y' = (\sqrt{2x - x^2})' = \frac{(2x - x^2)'}{2\sqrt{2x - x^2}} = \frac{2 - 2x}{2\sqrt{2x - x^2}} = \frac{1 - x}{\sqrt{2x - x^2}}$

b) $y'(1) = \frac{1 - 1}{\sqrt{2 \cdot 1 - 1^2}} = 0$

c)

$$y'' = \left(\frac{1 - x}{\sqrt{2x - x^2}} \right)' = \frac{(1 - x)' \cdot (\sqrt{2x - x^2}) - (1 - x) \cdot (\sqrt{2x - x^2})'}{(\sqrt{2x - x^2})^2} = \frac{-\sqrt{2x - x^2} - (1 - x) \cdot \frac{1 - x}{\sqrt{2x - x^2}}}{2x - x^2}$$

$$= \frac{-(2x - x^2) - (1 - x)^2}{(2x - x^2)\sqrt{2x - x^2}} = \frac{-1}{(2x - x^2)\sqrt{2x - x^2}} = \frac{-1}{(\sqrt{2x - x^2})^3}$$

$\Rightarrow y''(1) = \frac{-1}{(\sqrt{2x - x^2})^3} = -1$

d) $y^3 y'' + 1 = (\sqrt{2x - x^2})^3 \cdot \frac{-1}{(\sqrt{2x - x^2})^3} + 1 = -1 + 1 = 0$

Đáp án

- a) Đúng
- b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6**Câu 1.** Cho hàm số: $y = \frac{1}{4} \sqrt{\log((m+1)x^2 - 2(m+1)x + 5)}$ Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số trên có tập xác định có tập xác định là \mathbb{R} .**Phương pháp**Hàm số $y = \log u(x)$ xác định khi $u(x) > 0$.Hàm số $y = \sqrt{u(x)}$ xác định khi $u(x) \geq 0$.**Lời giải**Hàm số $y = \frac{1}{4} \sqrt{\log((m+1)x^2 - 2(m+1)x + 5)}$ Điều kiện: $\log((m+1)x^2 - 2(m+1)x + 5) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow (m+1)x^2 - 2(m+1)x + 5 \geq 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow (m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ Đặt $f(x) = (m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4$ Trường hợp 1: Với $m = -1$ ta có: $f(x) = 4 \geq 0$. Do đó, $f(x)$ xác định với mọi giá trị thực của x . Do đó, $m = -1$ thỏa mãn.Trường hợp 2: $m \neq -1$.Hàm số $f(x) = (m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ \Delta' = [-(m+1)]^2 - 4(m+1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ (m+1)(m-3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 3$$

Vậy với $m \in [-1; 3]$ thì hàm số $y = \frac{1}{4} \sqrt{\log((m+1)x^2 - 2(m+1)x + 5)}$ có tập xác định là \mathbb{R} .**Đáp án** $m \in [-1; 3]$ **Câu 2.** Giải bất phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}|$.**Phương pháp**Nếu $a > 0, a \neq 1$ thì $\log_a u(x) = \log_a v(x) \Leftrightarrow \begin{cases} u(x) > 0 \\ u(x) = v(x) \end{cases}$ (có thể thay $u(x) > 0$ bằng $v(x) > 0$)**Lời giải**

Điều kiện: $\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x - \sqrt{x^2 - 1} > 0 \end{cases} (*)$

$$\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}|$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3 \frac{1}{x - \sqrt{x^2 - 1}} = \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1})$$

$$\Leftrightarrow -\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3 6 \cdot \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1})$$

$$\Leftrightarrow \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1}) [\log_3 6 \cdot \log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) + 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0 \quad (1) \\ \log_3 6 \cdot \log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) + 1 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow x - \sqrt{x^2 - 1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 1} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 1 = (x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \text{ (tm(*))}$$

$$(2) \Leftrightarrow \log_3 6 \cdot \log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) = -1 \Leftrightarrow \log_2(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6 3$$

$$\Leftrightarrow x + \sqrt{x^2 - 1} = 2^{\log_6 3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2^{\log_6 3} \\ x^2 - 1 = (2^{\log_6 3} - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}(2^{\log_6 3} + 2^{-\log_6 3}) \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Đáp án

$$x = \frac{1}{2}(2^{\log_6 3} + 2^{-\log_6 3})$$

Câu 3. Một chất điểm chuyển động có quãng đường được cho bởi phương trình $s(t) = \frac{1}{4}t^4 - t^3 + \frac{5}{2}t^2 + 10t$,

trong đó $t > 0$ với t tính bằng giây (s) và s tính bằng mét (m). Tính vận tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm chất điểm có gia tốc chuyển động nhỏ nhất.

Phương pháp

Phương trình vận tốc và gia tốc của chất điểm: $\begin{cases} v(t) = s'(t) \\ a(t) = v'(t) \end{cases}$

Lời giải

Gọi $v(t)$, $a(t)$ lần lượt là vận tốc và gia tốc của chất điểm.

Theo ý nghĩa hình học của đạo hàm, ta suy ra $\begin{cases} v(t) = s'(t) = t^3 - 3t^2 + 5t + 10 \\ a(t) = v'(t) = 3t^2 - 6t + 5 \end{cases}$.

Mà $a(t) = 3t^2 - 6t + 5 = 3(t - 1)^2 + 2 \geq 2$ với mọi t , dấu “=” xảy ra khi chỉ khi $t = 1$.

Suy ra gia tốc chuyển động của chất điểm nhỏ nhất bằng 2 khi $t = 1$.

Vận tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm gia tốc nhỏ nhất là

$$v(1) = (1)^3 - 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 + 10 = 13 \text{ (m/s)}.$$

Đáp án

$$13 \text{ (m/s)}$$

Câu 4. Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để chọn được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng một tấm thẻ chia hết cho 10.

Phương pháp

Sử dụng Quy tắc nhân

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là : $n_{\Omega} = C_{30}^{10} = 30045015$

Gọi A là biến cố lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng một tấm thẻ chia hết cho 10.

$$n_A = C_{15}^5 \cdot C_3^1 \cdot C_{12}^4 = 4459455$$

Vậy xác suất biến cố A là $P(A) = \frac{99}{667}$

Đáp án

$$\frac{99}{667}$$

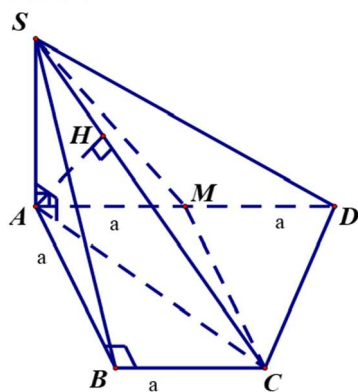
Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Biết $AD = 2a, AB = BC = SA = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, gọi M là trung điểm của AD . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SCD) theo a .

Phương pháp

+ Sử dụng phương pháp: Nếu đường thẳng // mặt phẳng thì khoảng cách giữa các điểm thuộc đường thẳng đó đến mặt phẳng sẽ bằng nhau.

+ Sử dụng phương pháp tính khoảng cách từ chân đường cao đến mặt bên của chóp.

Lời giải



Ta có:

$$\frac{d(M, (SCD))}{d(A, (SCD))} = \frac{DM}{DA} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(M, (SCD)) = \frac{1}{2} d(A, (SCD)).$$

Vì M là trung điểm của AD nên có: $AM = MD = \frac{1}{2} AD = a$.

Tứ giác $ABCM$ có: $BC \parallel AM$ (gt) và $BC = AM = a$ nên nó là hình bình hành.

Suy ra: $CM = AB = a$.

Tam giác ACD có CM là đường trung tuyến và $CM = AM = MD = \frac{1}{2} AD$ nên tam giác ACD là tam giác vuông tại C .

Suy ra: $CD \perp AC$.

Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp AC \text{ (cmt)} \\ CD \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAC).$$

Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp (SAC) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SCD) \perp (SAC).$$

Trong mặt phẳng (SAC) , kẻ $AH \perp SC$ ($H \in SC$).

Ta có:

$$\begin{cases} (SCD) \perp (SAC) \\ (SCD) \cap (SAC) = SC \\ AH \perp SC \\ AH \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD).$$

Suy ra: $d(A, (SCD)) = AH$.

Tam giác ABC vuông cân tại B có $AB = BC = a$ nên $AC = a\sqrt{2}$.

Tam giác SAC vuông tại A (do $SA \perp (ABCD)$) có:

$$AH = \frac{AS \cdot AC}{\sqrt{AS^2 + AC^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{a^2 + 2a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Suy ra: $d(A, (SCD)) = AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Suy ra: $d(M, (SCD)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

$$\text{Vậy } d(M, (SCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Đáp án

$$\frac{a\sqrt{6}}{6}$$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành

Phương pháp

Tìm tọa độ giao điểm của (C) với trục hoành

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) : $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ là:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

Trong đó:

$M(x_0; f(x_0))$ gọi là tiếp điểm.

$k = f'(x_0)$ là hệ số góc.

Lời giải

Giao điểm của (C) với trục hoành là $M_0(-1; 0)$

$$\text{Ta có: } y' = \frac{1}{(x+2)^2} \Rightarrow k = y'(-1) = 1$$

Vậy phương trình tiếp tuyến tại $M_0(-1; 0)$ là: $y = 1(x+1) + 0 = x+1$

Đáp án

$$y = x+1$$