SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH AN GIANG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC VÀO 10
NĂM HỌC 2023 – 2024
MÔN: TOÁN
Thời gian: 90 phút

Câu 1: Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $\frac{2}{\sqrt{2}}x+\sqrt{2}x=4$

b) $x^4-18x^2+18=0$

c) $\begin{cases} x+3y= & -2 \\ 2x-4y=16 \end{cases}$

Câu 2: Cho hai hàm số $y=f(x)=x^2$ và $y=g(x)=3ax-a^2$ với $a\neq 0$ là tham số.

a) Vẽ đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên hệ trục tọa độ Oxy)

b) Chứng minh rằng đồ thị hai hàm số đã cho luôn có hai giao điểm.

c) Gọi $y_1;y_2$ là tung độ giao điểm của hai đồ thị. Tìm a để $y_1+y_2=28$.

Câu 3: Cho phương trình bậc hai $x^2-2mx+2m-3=0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình khi $m=0,5$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

Câu 4: Cho tam giác ABC (AB < AC) nội tiếp trong đường tròn (O) tâm O đường kính BC, đường thẳng qua O vuông góc với BC cắt AC tại D.

a) Chứng minh rằng tứ giác ABOD nội tiếp.

b) Tiếp tuyến tại điểm A của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm P, cho PB = BO = 2cm. Tính độ dài đoạn thẳng PA và số đo góc $\angle APC$.

c) Chứng minh rằng $\frac{PB}{PC}=\frac{BA^2}{AC^2}$.

Câu 5: Cây bạch đàn mỗi năm cao thêm 1m, cây phượng mỗi năm cao thêm 50cm. Lúc mới vào trường học, cây bạch đàn cao 1m và cây phượng cao 3m. Giả sử tốc độ tăng trưởng chiều cao của hai loại cây không đổi qua các năm.

a) Viết hàm số biểu diễn chiều cao mỗi loại cây theo số năm tính từ lúc mới vào trường.

b) Sau bao nhiêu năm so với lúc mới vào trường thì cây bạch đàn sẽ cao hơn cây phượng?

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1 (TH):

Phương pháp:

a) Quy đồng, giải phương trình bậc nhất.

b) Đặt ẩn phụ, đưa về phương trình bậc hai một ẩn.

c) Giải hệ bằng phương pháp cộng đại số.

Cách giải:

a) Ta có:

$$\frac{2}{\sqrt{2}}x+\sqrt{2}x=4$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{2}x+\sqrt{2}x=4$$
$$\Leftrightarrow 2\sqrt{2}x=4$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{4}{2\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x=\sqrt{2}$.

b) $x^4-18x^2+18=0$

Đặt $t=x^2\ge 0$, phương trình trở thành:

$$t^2-18t+81=0\Leftrightarrow t^2-2.t.9+9^2=0$$
$$\Leftrightarrow (t-9)^2=0\Leftrightarrow t=9(tm)$$

Với $t=9\Rightarrow x^2=9\Leftrightarrow x=\ \pm 3$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{\pm 3\}$.

c) Ta có: $\begin{cases}x+3y=\ -2\\2x-4y=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\ -2-3y\\2x-4y=16\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2-3y\\2(-2-3y)-4y=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2-3y\\-4-6y-4y=16\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2-3y\\-10y=20\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2-3.(-2)\\y=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=-2\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(4;-2)$.

Câu 2 (VD):

Phương pháp:

a) Bước 1: Tìm tập xác định của hàm số.

Bước 2: Lập bảng giá trị tương ứng giữa x và y.

Bước 3: Vẽ đồ thị và kết luận.

* Chú ý: vì đồ thị hàm số y $=ax^2(a\neq 0)$ luôn đi qua gốc tọa độ O và nhận trục Oy làm trục đối xứng nên khi vẽ đồ thị của hàm số này, ta chỉ cần tìm một số điểm bên phải trục Oy rồi lấy các điểm đối xứng với chúng qua Oy.

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm, đưa về dạng phương trình bậc hai một ẩn.

Tính $\Delta = b^2-4ac$, chứng minh $\Delta \geq 0$

c) Sử dụng hệ thức Vi-ét $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-b}{a} \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a} \end{cases}$.

Biến đổi yêu cầu đề bài cho.

Cách giải:

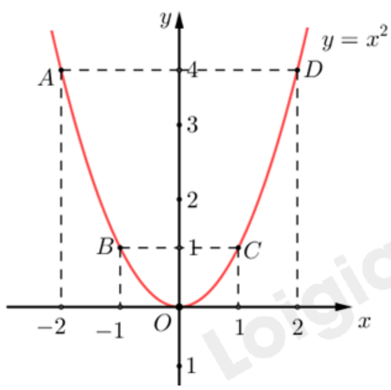
a) Ta có bảng giá trị giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4

=> Đồ thị là Parabol đi qua 5 điểm có tọa độ $(-2;4);(-1;1);(0;0);(1;1);(2;4)$.

Đồ thị hàm số $y=x^2$ có $a=1>0$ nên đồ thị là đường cong parabol có bề lõm hướng lên trên, nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số như sau:



b) Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình

$x^2=3ax-a^2 \Leftrightarrow x^2-3ax+a^2=0$ (1)

Phương trình (1) có $\Delta = (-3a)^2-4.1.a^2=9a^2-4a^2=5a^2>0, \forall a\neq 0$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Hay đồ thị hai hàm số đã cho luôn có hai giao điểm.

c) Gọi $x_1;x_2$ là hoành độ giao điểm của hai đồ thị khi đó

$y_1+y_2=28 \Leftrightarrow 3ax_1-a^2+3ax_2-a^2=28$

$\Leftrightarrow 3a(x_1+x_2)-2a^2=28$ (2)

Áp dụng định lí Vi-ét ta có $x_1+x_2=3a$ thay vào (2) ta được:

$(2) \Leftrightarrow 3a.3a - 2a^2 = 28$

$\Leftrightarrow 9a^2 - 2a^2 = 28$

$\Leftrightarrow 7a^2 = 28$

$\Leftrightarrow a^2 = 4$

$\Leftrightarrow a = \pm 2 (tm)$

Vậy với $a = \pm 2$ thì giao điểm của hai đồ thị hàm số có $y_1 + y_2 = 28$.

Câu 3 (TH):

Phương pháp:

a) Thay giá trị $m = 0,5$ vào phương trình, giải phương trình bậc hai một ẩn bằng cách nhẩm nghiệm:

Nếu $a - b + c = 0$ thì phương trình có $\left[\begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = \dfrac{-c}{a} \end{array}\right.$

b) Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi $a.c < 0$

Cách giải:

a) Khi $m = 0,5$ phương trình trở thành: $x^2 - 2.0,5x + 2.0,5 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$.

Ta có $a - b + c = 1 - (-1) + (-2) = 0$

Suy ra phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_1 = \dfrac{-c}{a} = 2 \end{array}\right.$.

Vậy khi $m = 0,5$ phương trình có tập nghiệm $S = \{-1; 2\}$.

b) Phương trình bậc hai $x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi:

$ac < 0 \Leftrightarrow 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{3}{2}$.

Vậy để phương trình có hai nghiệm trái dấu thì $m < \dfrac{3}{2}$.

Câu 4 (VD):

Phương pháp:

a) Chứng minh tứ giác ABOD có tổng hai góc đối bằng 180°

b) Tính chất tiếp tuyến vuông góc với bán kính tại tiếp điểm.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác OAP vuông tại A, tính cạnh PA.

Áp dụng công thức $\sin P = \dfrac{OA}{OP}$

c) Tính chất: góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AB.

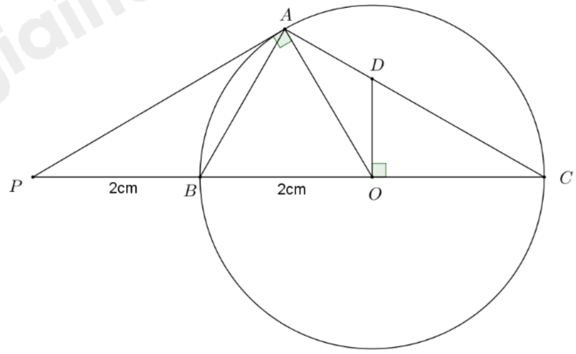
Khi đó chứng minh $\Delta PAB \backsim \Delta PCA(g.g)$, suy ra các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ.

Cách giải:

a) Ta có $\angle BAC = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \angle BAD = 90^0$.

Mà $OD \perp BC(gt) \Rightarrow \angle BOD = 90^0$.



Xét tứ giác ABOD có: $\angle BAD + \angle BOD = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Suy ra ABOD là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0).

b) Vì AP là tiếp tuyến của (O) tại A nên $OA \perp AP \Rightarrow \Delta OAP$ vuông tại A

Lại có PB = BO = 2cm (gt) => B là trung điểm của OP

=> AB là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông OAP

$\Rightarrow AB = \frac{1}{2}OP = OB = 2(cm)$.

Ta có: OA = OB = 2 (cm) (=R), OP = OB + PB = 4 (cm).

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông OAP ta có:

$$OA^2 + AP^2 = OP^2$$
$$\Rightarrow 2^2 + AP^2 = 4^2$$
$$\Leftrightarrow 4 + AP^2 = 16$$
$$\Leftrightarrow AP^2 = 12$$
$$\Leftrightarrow AP = 2\sqrt{3}(cm)$$

Vậy $AP = 2\sqrt{3}(cm)$.

Xét tam giác vuông OAP ta có: $\sin \angle APO = \frac{OA}{OP} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle APO = 30^0$.

Vậy $\angle APC = \angle APO = 30^0$.

c) Xét ΔPAB và ΔPCA có:

$\angle APC$ *chung*

$\angle BAP = \angle APC$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AB)

$\Rightarrow \Delta PAB \backsim \Delta PCA(g.g)$

$\Rightarrow \frac{PA}{PB} = \frac{PC}{PA} = \frac{AB}{AC}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{BA^2}{AC^2} = \dfrac{PA^2}{PB^2} \\ PA^2 = PB.PC \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{BA^2}{AC^2} = \frac{PA^2}{PB^2} = \frac{PB.PC}{PB^2} = \frac{PC}{PB} (dpcm)$$

Câu 5 (VD):

Phương pháp:

a) Gọi x là chiều cao cây bạch đàn sau m năm $(m; x > 1)$.

Gọi y là chiều cao cây phượng sau m năm $(m; y > 3)$.

Tính chiều cao cây bạch đàn, câu phương sau từng năm (1 năm, 2 năm, 3 năm….) để tìm ra quy luật.

b) Giả sử sau m năm $(m \in \mathbb{N}^*)$ cây bạch đàn cao hơn cây phượng.

Khi đó hàm số của cây bạch đàn lớn hơn hàm số của cây phượng.

Giải bất phương trình tìm m.

Cách giải:

a) Gọi x là chiều cao cây bạch đàn sau n năm $(m; x > 1)$.

Gọi y là chiều cao cây phượng sau m năm $(m; y > 3)$.

+

Chiều cao cây bạch đàn sau 1 năm là: $1 + 1 = 2$ (m).

Chiều cao cây bạch đàn sau 2 năm là: $1 + 2.1 = 3$(m).

Chiều cao cây bạch đàn sau 3 năm là: $1 + 3.1 = 4$ (m).

…

Chiều cao cây bạch đàn sau n năm là: $1 + n.1 = n + 1$ (m).

Vậy hàm số biểu diễn chiều cao cây bạch đàn sau n năm là: $x = n + 1$.

+

Chiều cao cây phượng sau 1 năm là: $3 + 0,5 = 3,5$(m).

Chiều cao cây phượng sau 2 năm là: $3 + 2.0,5 = 4$(m).

Chiều cao cây phượng sau 3 năm là: $3 + 3.0,5 = 4,5$ (m).

…

Chiều cao cây phượng sau n năm là: $3 + n.0,5 = 0,5n + 3$(m).

Vậy hàm số biểu diễn chiều cao cây phượng sau n năm là: $y = 0,5n + 3$.

b) Giả sử sau k năm $\left(k\in\mathbb{N}^*\right)$ cây bạch đàn cao hơn cây phượng

$\Leftrightarrow k+1>0,5k+3$

$\Leftrightarrow 0,5k>2$

$\Leftrightarrow k>4$

Vậy sau 5 năm so với lúc mới vào trường thì cây bạch đàn sẽ cao hơn cây phượng.