SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NGÃI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC VÀO 10
NĂM HỌC 2023 – 2024
MÔN TOÁN
Thời gian: 90 phút

Câu 1:

1) Thực hiện phép tính $3\sqrt{49} - \sqrt{121}$.

2) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

3) Cho hai đường thẳng $(d): y = 2x + 1$ và $(d'): y = ax + b (a \neq 0)$ .Tìm a, b biết (d') song song với (d) và đi qua điểm $A(2;3)$.

Câu 2:

1) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

b) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$

2) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 4 = 0$, với m là tham số.

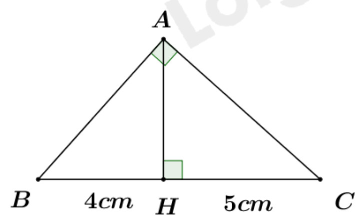
a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Khi phương trình có hai nghiệm x_1, x_2, tìm tất cả các giá trị của m để biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 + m^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3: Hai đội công nhân cùng thi công một đoạn đường nông thôn và dự định hoàn thành công việc đó trong 16 ngày. Khi làm được 12 ngày thì đội I được điều động đi làm việc ở nơi khác. Những ngày sau đó, đội II làm việc với năng suất gấp 1,5 lần năng suất ban đầu nên đã hoàn thành công việc đúng thời gian dự định. Hỏi theo năng suất ban đầu, nếu mỗi đội làm một mình thì phải bao nhiêu ngày mới hoàn thành công việc trên?

Câu 4:

1) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết BH = 4cm, HC = 5cm (như hình vẽ). Tính độ dài AB và AH.



2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn (AB < AC) nội tiếp đường tròn (O;R). Hai đường cao AE và BF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác CEHF nội tiếp đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.

b) Kẻ đường kính AD của đường tròn (O). Chứng minh tứ giác BHCD là hình bình hành. Biết $BC = R\sqrt{3}$, tính AH theo R.

c) Gọi N là giao điểm của hai đường thẳng CH và AB, K là giao điểm của hai đường thẳng BC và FN. Chứng minh BK.CE = BE.CK.

Câu 5: Giải phương trình $\frac{1}{3x^2}+\frac{1}{x^2-12x+2024}=\frac{1}{x^2-3x+506}$.

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1 (TH):

Phương pháp:

1) Tính toán với căn bậc hai $\sqrt{x^2}=|x|$

2) Bước 1: Tìm tập xác định của hàm số.

Bước 2: Lập bảng giá trị tương ứng giữa x và y.

Bước 3: Vẽ đồ thị và kết luận.

Chú ý: vì đồ thị hàm số $y=ax^2(a\ne 0)$ luôn đi qua gốc tọa độ O và nhận trục Oy làm trục đối xứng nên khi vẽ đồ thị của hàm số này, ta chỉ cần tìn một số điểm bên phải trục Oy rồi lấy các điểm đối xứng với chúng qua Oy.

3) Hai đường thẳng $d: y=ax+b; d': y=a'x+b'(a;a'\ne 0)$ song song khi $\begin{cases} a=a' \\ b\ne b' \end{cases}$

Thay giá trị của điểm đi qua vào đường thẳng.

Cách giải:

1) Ta có: $3\sqrt{49}-\sqrt{121}=3.\sqrt{7^2}-\sqrt{11^2}=3.7-11=21-11=10$

2) Xét hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$.

Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y=\frac{1}{2}x^2$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

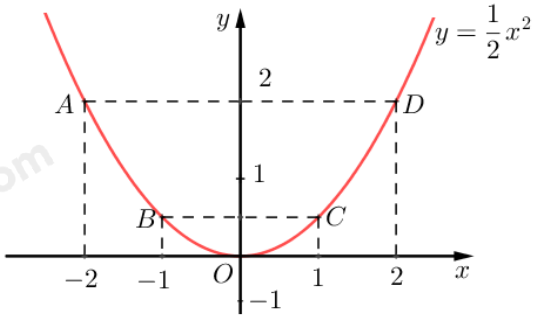
$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm

$O(0;0); A(-2;2); B\left(-1;\frac{1}{2}\right); C\left(1;\frac{1}{2}\right); D(2;2)$

Hệ số $a=\frac{1}{2}>0$ nên parabol có bề cong hướng lên.

Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$ như sau:



3) Vì (d') song song với (d) nên $\begin{cases} a=2 \\ b\neq 1 \end{cases}$ hay phương trình (d') có dạng: $y=2x+b$ với $b\neq 1$)

Vì (d') đi qua điểm $A(2;3)$ nên thay tọa độ điểm A vào phương trình đường thẳng (d') ta được:

$3=2.2+b \Leftrightarrow 3=4+b \Leftrightarrow b= \ -1$ (thỏa mãn $b\neq 1$)

Vậy $a=2$ và $b= \ -1.$

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

1)

a) Giải PT bằng cách đặt ẩn, đưa về PT bậc hai một ẩn.

Sử dụng phương pháp tính nhẩm $a-b+c=0$ thì PT có một nghiệm là -1; nghiệm còn lại là $\frac{-c}{a}$

b) Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

2)

a) PT có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta'>0$

Công thức $\Delta'=\left(\frac{b}{a}\right)^2-a.c$

b) PT có hai nghiệm khi $\Delta'\geq 0$

Hệ thức Vi-ét $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-b}{a} \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a} \end{cases}$

Biến đổi biểu thức đề bài

Cách giải:

1) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^4-3x^2-4=0$ (1)

Đặt $t=x^2\,(t\geq 0)$

Khi đó $(1)\Leftrightarrow t^2-3t-4=0$

Do $a-b+c=1-(-3)-4=0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biết $\left[\begin{array}{l} t_1= \ -1(KTM) \\ t_2= \ -\dfrac{-4}{1}=4(TM) \end{array}\right.$

Với $t=4\Rightarrow x^2=4\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x= \ -2 \end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-2,2\}$.

b) $\begin{cases}2x-y=3\\3x+2y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-2y=6\\3x+2y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7x=7\\2x-y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2x-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x,y)=(1,1)$.

2) Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2-4=0$, với m là tham số.

a) Xét $\Delta'=(m-1)^2-1(m^2-4)=m^2-2m+1-m^2+4=5-2m$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta'>0\Leftrightarrow 5-2m>0\Leftrightarrow m<\dfrac{5}{2}$

Vậy $m<\dfrac{5}{2}$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt

b) Để phương trình có 2 nghiệm x_1,x_2 thì $\Delta'\ge 0\Leftrightarrow 5-2m\ge 0\Leftrightarrow m\le\dfrac{5}{2}$

Khi đó áp dụng hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2(m-1)\\x_1x_2=m^2-4\end{cases}$

Ta có $P=x_1^2+x_2^2+x_1x_2+m^2$

$=x_1^2+2x_1x_2+x_2^2-x_1x_2+m^2$

$=(x_1+x_2)^2-x_1x_2+m^2$

$=(2(m-1))^2-(m^2-4)+m^2$

$=4(m-1)^2-m^2+4+m^2$

$=4(m-1)^2+4$

Do $(m-1)^2\ge 0\ \forall m\Rightarrow 4(m-1)^2+4\ge 4\Rightarrow P\ge 4$

Dấu bằng xảy ra khi m = 1 (thỏa mãn $m\le\dfrac{5}{2}$)

Vậy $P_{\min}=4$ khi m = 1.

Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình.

- Quy ước công việc cần hoàn thành là 1 đơn vị

- Tìm 1 trong 1 giờ (1 ngày, 1 phút, ...) mỗi người làm được bao nhiêu phần công việc

Cách giải:

Gọi thời gian đội I hoàn thành công việc một mình là x ($x>16$, ngày)

Gọi thời gian đội II hoàn thành công việc một mình là y ($y > 16$, ngày)

Một ngày đội I làm một mình được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Một ngày đội II làm một mình được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Suy ra 1 ngày 2 đội làm được $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ (công việc)

Do 2 đội cùng thi công đoạn đường thì hoàn thành công việc trong 16 ngày nên ta có phương trình

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{16}$ (1)

Ta có 2 đội làm cùng nhau trong 12 ngày được $12\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$ (công việc)

Đội II tăng năng suất lên 1,5 lần nên mỗi ngày đội 2 làm được $\frac{1,5}{y}=\frac{3}{2y}$ (công việc)

Để hoàn thành công việc trong 16 ngày như dự định thì đội II phải hoàn thành nốt công việc trong 4 ngày

Khi đó ta có phương trình $\frac{3}{4}+\frac{3}{2y}.4=1$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{16}\\ \frac{3}{4}+\frac{3}{2y}.4=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{6}{y}=\frac{1}{4}\\ \frac{1}{x}=\frac{1}{16}-\frac{1}{y}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=24\\ x=1:\left(\frac{1}{16}-\frac{1}{24}\right)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=24\\ x=48\end{cases}(TM)$

Vậy đội I hoàn thành công việc một mình trong 48 ngày, đội II hoàn thành công việc trong 24 ngày.

Câu 4 (VD):

Phương pháp:

1) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông có đường cao.

2) a) Chứng minh tứ giác CEHF có tổng hai góc đối bằng 180°

Gọi I là trung điểm của CH. Khi đó tứ giá CEHF nội tiếp đường tròn tâm I.

b) Chứng minh tứ giác BHCH có hai cặp cạnh đối song song với nhau.

Tính AH thông qua OM. Chứng minh OM là đường trung bình ΔAHD.

Áp dụng định lí Py-ta-go trong ΔOBM vuông tại M tính OM.

c) Chứng minh NB là phân giác trong tại đỉnh N của tam giác NEK $\Rightarrow \frac{BE}{BK}=\frac{NE}{NK}$

Chứng minh NC là phân giác ngoài tại đỉnh N của tam giác NEK $\Rightarrow \frac{CE}{CK}=\frac{NE}{NK}$

Cách giải:

1) Ta có $BC=BH+HC=4+5=9\left(cm\right)$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH ta có:

$+)\,AB^2=BH.BC$

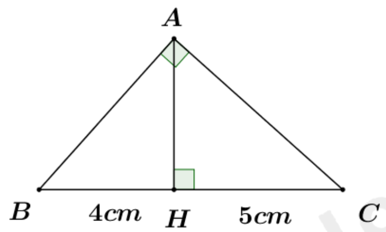
$\Rightarrow AB^2=4.9=36$

$\Rightarrow AB=\sqrt{36}\;=6\left(cm\right)$

$+)\,AH^2=BH.HC$

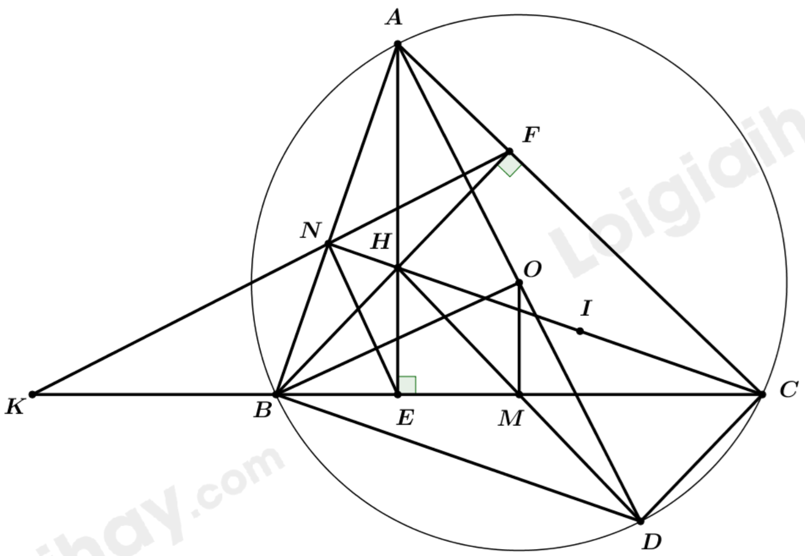
$\Rightarrow AH^2=4.5=20$

$\Rightarrow AH=\sqrt{20}\;=2\sqrt{5}\left(cm\right)$



Vậy AB = 6 cm, AH = $2\sqrt{5}$ cm.

2)



a) Ta có $\begin{cases} AE\perp BC\Rightarrow \angle HEC=90^0 \\ BF\perp AC\Rightarrow \angle HFC=90^0 \end{cases}$

Xét tứ giác CEHF có:

$\angle HEC+\angle HFC=90^0+90^0=180^0$.

Mà E, F là hai đỉnh đối nhau của tứ giác CEHF.

Suy ra CEHF là tứ giác nội tiếp (dhnb).

Gọi I là trung điểm của CH.

Do tam giác HEC vuông tại E, có trung tuyến EI nên $IE=\frac{1}{2}HC=IH=IC$.

Do tam giác HFC vuông tại F, có trung tuyến FI nên $IF=\frac{1}{2}HC=IH=IC$.

$\Rightarrow IE=IF=IH=IC$.

Vậy tứ giác CEHF nội tiếp đường tròn có tâm I là trung điểm của HC.

b) Ta có: $\angle ABD=90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)).

$\Rightarrow BD\perp AB$.

Mà $CH\perp AB$ (do H là trực tâm của tam giác ABC).

$\Rightarrow$ BD // CH (từ vuông góc đến song song) (1)

Ta có: $\angle ACD = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)).

$\Rightarrow CD \perp AC$.

Mà $BH \perp AC\left(gt\right)$

$\Rightarrow$ CD // BH (từ vuông góc đến song song) (2)

Từ (1), (2) => BHCD là hình bình hành (dhnb) (đpcm).

Gọi $M = BC \cap HD \Rightarrow$ M là trung điểm của BC và HD (tính chất hình bình hành).

Ta có:

O là trung điểm của AD (gt)

M là trung điểm của HD (cmt)

=> OM là đường trung bình của tam giác AHD (định nghĩa).

$\Rightarrow OM = \frac{1}{2}AH \Rightarrow AH = 2OM$ (tính chất đường trung bình của tam giác).

Vì M là trung điểm của BC (cmt) $\Rightarrow OM \perp BC$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung)

$\Rightarrow \Delta OBM$ vuông tại M, có OB = R, $BM = \frac{1}{2}BC = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông OBM ta có:

$$OM^2 + BM^2 = OB^2$$
$$\Rightarrow OM^2 = OB^2 - BM^2$$
$$\Rightarrow OM^2 = R^2 - \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{R^2}{4}$$
$$\Rightarrow OM = \frac{R}{2}$$

Vậy $AH = 2OM = R.$

c) Vì H là trực tâm của tam giác ABC nên $CH \perp AB$ tại N hay $CN \perp AB$.

Xét tứ giác ANHF có:

$$\angle ANH = 90^0\left(do\, CN \perp AB\right)$$
$$\angle AFH = 90^0\left(do\, BF \perp AC\right)$$
$$\Rightarrow \angle ANH + \angle AFH = 90^0 + 90^0 = 180^0$$

Mà hai đỉnh N, F là hai đỉnh đối diện của tứ giác ANHF.

=> ANHF là tứ giác nội tiếp (dhnb).

$\Rightarrow \angle FNH = \angle FAH = \angle CAE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung FH).

Chứng minh tương tự đối với tứ giác BEHN có:

$\angle BNH = 90^0\left(do\,CN \perp AB\right)$

$\angle BEH = 90^0\left(do\,AE \perp BC\right)$

$\Rightarrow \angle BNH + \angle BEH = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Mà hai đỉnh N, E là hai đỉnh đối diện của tứ giác BEHN

=> BEHN là tứ giác nội tiếp (dhnb).

$\Rightarrow \angle ENH = \angle EBH = \angle CBF$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HE).

Mà $\angle CEA = \angle CBF$ (cùng phụ với $\angle ACB$).

$\Rightarrow \angle FNH = \angle ENH$.

$\Rightarrow NH$ là phân giác của góc ENF.

Mà $\angle ENK$ kề bù với $\angle ENF$, $NH \perp NB\left(do\,CN \perp AB\right)$.

$\Rightarrow NB$ là phân giác trong của $\angle ENK$, NH là phân giác ngoài của $\angle ENK$.

Áp dụng định lí đường phân giác ta có: $\dfrac{BE}{BK} = \dfrac{CE}{CK} = \dfrac{NE}{NK}$.

Vậy BK.CE = BE.CK (đpcm).

Câu 5 (VDC):

Phương pháp:

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số a,b không âm ta ($a + b \ge 2\sqrt{ab}$)

Để ta chứng minh $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} \ge \dfrac{4}{a+b}$

Cách giải:

ĐKXĐ: $x \ne 0$

Ta chứng minh $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} \ge \dfrac{4}{a+b}$.

Thật vây, áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số a, b không âm ta được:

$a + b \ge 2\sqrt{ab}$

$\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} \ge 2\sqrt{\dfrac{1}{a}.\dfrac{1}{b}}$

$\Rightarrow \left(a+b\right)\left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}\right) \ge 2\sqrt{ab}.2\sqrt{\dfrac{1}{a}.\dfrac{1}{b}} = 4$

$\Rightarrow \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} \ge \dfrac{4}{a+b}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $a = b$

Vì $3x^2 \ge 0$ với mọi x và $x^2 - 12x + 2024 = (x-6)^2 + 1988 > 0$ với mọi x nên ta có:

$$\frac{1}{3x^2} + \frac{1}{x^2 - 12x + 2024} \ge \frac{4}{3x^2 + x^2 - 12x + 2024} = \frac{4}{4x^2 - 12x + 2024} = \frac{1}{x^2 - 3x + 506}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi: $3x^2 = x^2 - 12x + 2024$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 12x - 2024 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 6x - 1012 = 0$

Ta có: $\Delta' = 3^2 - 1.(-1012) = 1021 > 0$

Suy ra phương trình có hai nghiệm là: $x_1 = -3 + \sqrt{1021}$ và $x_2 = -3 - \sqrt{1021}$

Vậy tập nghiệm phương trình đã cho là: $S = \left\{-3 + \sqrt{1021}; -3 - \sqrt{1021}\right\}$.