SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
HÀ TĨNH	NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ CHÍNH THỨC	MÔN: Toán
	Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\sqrt{48}-3\sqrt{3}$.

b) $B=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}\right):\dfrac{\sqrt{x}}{x-4}$ (với $x>0;x\neq 4$).

Câu 2:

a) Cho hai đường thẳng $(d_1): y=(m-3)x+4$ (m là tham số) và $(d_2): y=2x-1$. Tìm giá trị của m để hai đường thẳng (d_1) và (d_2) song song với nhau.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x-y=3\\3x+2y=8\end{cases}$.

Câu 3: Cho phương trình $x^2-2mx+m^2-m-2=0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $\dfrac{x_1x_2+1}{x_1^2+x_2^2+2\left(1+x_1x_2\right)}=\dfrac{1}{6}$.

Câu 4: Một phòng họp ban đầu có 96 ghế được xếp thành các dãy và số ghế trong mỗi dãy đều bằng nhau. Có một lần phòng họp phải cất bớt 2 dãy ghế và mỗi dãy còn lại xếp thêm 1 ghế (số ghế trong các dãy vẫn bằng nhau) để vừa đủ chỗ ngồi cho 110 đại biểu. Hỏi ban đầu trong phòng họp có bao nhiêu dãy ghế?

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH ($H\in BC$). Biết độ dài đoạn $AB=5cm$ và $AH=4cm.$ Tính độ dài đoạn BH và diện tích tam giác ABC.

Câu 6: Cho tam giác ABC nhọn. Đường tròn (O) đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại D và E (D khác B và E khác C). Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng BE và CD.

a) Chứng minh ADHE là tứ giác nội tiếp.

b) Đường thẳng AH cắt BC tại F và cắt đường tròn (O) tại điểm P (P nằm giữa A và H). Đường thẳng DF cắt đường tròn (O) tại điểm K (K khác D). Gọi M là giao điểm của EK và BC, I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HDP. Chứng minh $CE^2=BC.MC$ và ba điểm B, I, P thẳng hàng.

Câu 7: Cho a, b, c là các số thực khác không. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\frac{a^2}{a^2+2(b+c)^2}+\frac{b^2}{b^2+2(c+a)^2}+\frac{c^2}{c^2+2(a+b)^2}.$$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1 (VD):

Phương pháp:

a) Căn bậc hai của một số a là một số x sao cho $x^2 = a$

b) Quy đồng và rút gọn sử dụng hằng đẳng thức.

Cách giải:

a) $A = \sqrt{48} - 3\sqrt{3}$.

Ta có: $A = \sqrt{48} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3.4^2} - 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$

Vậy $A = \sqrt{3}$.

b) $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}\right) : \frac{\sqrt{x}}{x-4}$ ***(với*** $x > 0; x \ne 4$***).***

Với $x > 0; x \ne 4$ ta có:

$$\begin{aligned}
B &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}\right) : \frac{\sqrt{x}}{x-4} \\
&= \left(\frac{\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)} + \frac{\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}\right) . \frac{x-4}{\sqrt{x}} \\
&= \frac{2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)} . \frac{x-4}{\sqrt{x}} \\
&= \frac{2\sqrt{x}}{x-4} . \frac{x-4}{\sqrt{x}} \\
&= 2
\end{aligned}$$

Vậy $B = 2$.

Câu 2 (VD):

Phương pháp:

a) Để hai đường thẳng song song thì hệ số góc bằng nhau.

b) Sử dụng phương pháp thế hoặc phương pháp trừ vế.

Cách giải:

Cách giải:

a) Cho hai đường thẳng $(d_1): y = (m-3)x + 4$ ***(*** m ***là tham số) và*** $(d_2): y = 2x - 1$. ***Tìm giá trị của*** m ***để hai đường thẳng*** (d_1) ***và*** (d_2) ***song song với nhau.***

Để (d_1) và (d_2) song song với nhau thì $\begin{cases} m-3=2 \\ 4\ne -1 \end{cases} \Leftrightarrow m=5$.

Vậy với $m=5$ thì hai đường thẳng (d_1) và (d_2) song song với nhau.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$.

$$\begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x+2y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x-3 & (1) \\ 3x+2y=8 & (2) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2) ta có

$$(2) \Leftrightarrow 3x+2(2x-3)=8$$
$$\Leftrightarrow 3x+4x-6=8$$
$$\Leftrightarrow 7x=14$$
$$\Leftrightarrow x=2.$$

Thay $x=2$ vào (1) ta được $y=2.2-3=1$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(2;1)$.

Câu 3 (VD):

Phương pháp:

Sử dụng định lí Vi – ét.

Nếu phương trình $ax^2+bx+c=0 (a\ne 0)$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thì

$$\begin{cases} S = X_1 + X_2 = \dfrac{-b}{a} \\ P = x_1 \cdot X_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

Cách giải:

Ta có $\Delta' = m^2 - (m^2-m-2) = m^2 - m^2 + m + 2 = m+2$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m+2>0 \Leftrightarrow m>-2$

Vậy $m>-2$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng hệ thức Viet có $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1.x_2=m^2-m-2 \end{cases}$

Để $\dfrac{x_1x_2+1}{x_1^2+x_2^2+2(1+x_1x_2)}=\dfrac{1}{6}$.

$$\Leftrightarrow \frac{x_1x_2+1}{x_1^2+x_2^2+2x_1x_1+2}=\frac{1}{6}$$

$\Leftrightarrow \dfrac{x_1x_2+1}{(x_1+x_2)^2+2}=\dfrac{1}{6}$

$\Leftrightarrow \dfrac{m^2-m-2+1}{(2m)^2+2}=\dfrac{1}{6}$

$\Leftrightarrow \dfrac{m^2-m-1}{4m^2+2}=\dfrac{1}{6}$

$\Leftrightarrow 6m^2-6m-6=4m^2+2$

$\Leftrightarrow 2m^2-6m-8=0$

$\Leftrightarrow 2(m+1)(m-4)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1(TM) \\ m=4(TM) \end{array}\right.$

Vậy m = -1 hoặc m = 4 thỏa mãn bài toán.

Câu 4 (VD):

Phương pháp:

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Cách giải:

Gọi x là số dãy ghế ban đầu. $\left(x>2, x\in N^*\right)$.

Sau khi cất đi 2 dãy ghế, số dãy ghế còn lại là: $x-2$ (dãy).

Số ghế ở mỗi hàng lúc ban đầu là $\dfrac{96}{x}$ (ghế).

Số ghế ở mỗi hàng sau khi bỏ bớt hai hàng là $\dfrac{110}{x-2}$ (ghế).

Vì khi cất bớt 2 dãy ghế và mỗi dãy còn lại xếp thêm 1 ghế nên ta có phương trình:

$\dfrac{110}{x-2}-\dfrac{96}{x}=1$

$\Leftrightarrow \dfrac{110x}{(x-2)x}-\dfrac{96(x-2)}{(x-2)x}=1$

$\Leftrightarrow \dfrac{110x-96(x-2)}{(x-2)x}=1$

$\Leftrightarrow \dfrac{110x-96x+192}{(x-2)x}=1$

$\Leftrightarrow \dfrac{14x+192}{(x-2)x}=1$

$\Leftrightarrow 14x + 192 = x^2 - 2x$

$\Leftrightarrow x^2 - 16x - 192 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 24)(x + 8) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 24\,(tm) \\ x = -8\,(ktm) \end{array}\right.$$

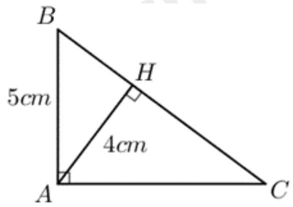
Vậy số dãy ghế lúc đầu là 24 dãy ghế.

Câu 5 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng định lí Pytago và hệ thức lượng trong tam giác cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH ta được: $AB^2 = BH.BC$.

Cách giải:



Áp dụng định lý Pytago cho tam giác ABH vuông tại H ta được: $AH^2 + BH^2 = AB^2$

$\Rightarrow 4^2 + BH^2 = 5^2$

$\Leftrightarrow 16 + BH^2 = 25$

$\Leftrightarrow BH^2 = 9$

$\Leftrightarrow BH = 3$

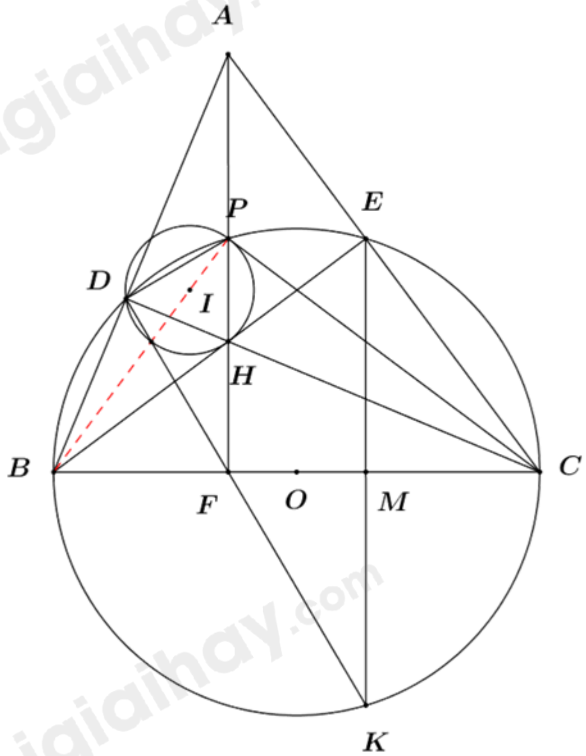
Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH ta được: $AB^2 = BH.BC$

$\Rightarrow BC = \dfrac{AB^2}{BH} = \dfrac{5^2}{3} = \dfrac{25}{3}$

Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}.AH.BC = \dfrac{1}{2}.4.\dfrac{25}{3} = \dfrac{50}{3}\left(cm^2\right)$

Câu 6 (VD):

Cách giải:



a) Chứng minh ADHE là tứ giác nội tiếp.

Ta có $\angle BEC = \angle BDC = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \angle ADH = \angle AEH = 90^0$.

$\Rightarrow \angle ADH + \angle AEH = 90^0 + 90^0 = 180^0$

$\Rightarrow ADHE$ là tứ giác nội tiếp

(Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0).

b) Đường thẳng AH cắt BC tại F và cắt đường tròn (O) tại điểm P (P nằm giữa A và H). Đường thẳng DF cắt đường tròn (O) tại điểm K (K khác D). Gọi M là giao điểm của EK và BC, I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HDP. Chứng minh $CE^2 = BC.MC$ và ba điểm B, I, P thẳng hàng.

+) Chứng minh $CE^2 = BC.MC$.

Xét tam giác ABC có: $\angle BEC = \angle BDC = 90^0 \ (cmt) \Rightarrow BE \perp AC, CD \perp AB$.

Mà $BE \cap CD = \{H\} \Rightarrow H$ là trực tâm của tam giác ABC.

$\Rightarrow AH \perp BC$ tại F $\Rightarrow AF \perp BC \Rightarrow \angle BFH = 90^0$.

Xét tứ giác BFHD có: $\angle BFH + \angle BDH = 90^0 + 90^0 = 180^0$

$\Rightarrow BFHD$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0).

$\Rightarrow \angle DFH = \angle DBH = \angle DBE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DH)

Mà $\angle DBE = \angle DKE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DE)

$\Rightarrow \angle DFH = \angle DKE$. Mà 2 góc này ở vị trí hai góc đồng vị bằng nhau.

$\Rightarrow FP // KE \Rightarrow AF // KE$ (dhnb).

Mà $AF \perp BC\ (cmt) \Rightarrow KE \perp BC$ tại M $\Rightarrow EM \perp BC$.

Xét tam giác BCE vuông tại E, đường cao EM có: $CE^2 = BC.MC$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (đpcm).

+) Chứng minh ba điểm B, I, P thẳng hàng.

Xét ΔCHF và ΔCBD có:

$\angle CFH = \angle CDB = 90^0$
$\angle BCD$ *chung*
$\Rightarrow \Delta CHF \backsim \Delta CBD\ (g.g)$

$\Rightarrow \dfrac{CH}{CB} = \dfrac{CF}{CD}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

$\Rightarrow CH.CD = CB.CF$ (1)

Ta có: $\angle CPB = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \Delta CBP$ vuông tại P.

Xét tam giác CBP vuông tại P, đường cao PF có:

$CP^2 = CB.CF$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow CH.CD = CP^2 \Rightarrow \dfrac{CH}{CP} = \dfrac{CP}{CD}$.

Xét ΔCHP và ΔCPD có:

$\angle PCD$ *chung*
$\dfrac{CH}{CP} = \dfrac{CP}{CD}\ (cmt)$
$\Rightarrow \Delta CHP \backsim \Delta CPD\ (c.g.c)$

$\Rightarrow \angle HPC = \angle PDC = \angle PDH$ (2 góc tương ứng).

Ta có $\angle HPI = \dfrac{180^0 - \angle HIP}{2} = 90^0 - \dfrac{\angle HIP}{2} = 90^0 - \angle PDH$ (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn cung HP)

$\Rightarrow \angle HIP = 90^0 - \angle HPC \Leftrightarrow \angle HIP + \angle HPC = 90^0 \Leftrightarrow \angle CPI = 90^0$

$\Rightarrow IP \perp PC$ (3)

Mà $\angle CPB = 90^0$ (cmt) $\Rightarrow BP \perp PC$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow B,\ I,\ P$ thẳng hàng (đpcm).

Câu 7 (VDC):

Phương pháp:

Áp dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a-cốp-xki.

Cách giải:

Áp dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a-cốp-xki ta có:

$(a+b)^2 \le (1+1)(a^2+b^2) = 2(a^2+b^2)$

$(b+c)^2 \le 2(b^2+c^2)$

$(c+a)^2 \le 2(c^2+a^2)$

Suy ra: $P \ge \frac{a^2}{a^2+4(b^2+c^2)} + \frac{b^2}{b^2+4(c^2+a^2)} + \frac{c^2}{c^2+4(a^2+b^2)}$

$= \frac{a^2}{a^2+4(b^2+c^2)} + \frac{1}{3} + \frac{b^2}{b^2+4(c^2+a^2)} + \frac{1}{3} + \frac{c^2}{c^2+4(a^2+b^2)} + \frac{1}{3} - 1$

$= \frac{4(a^2+b^2+c^2)}{3\left(a^2+4(b^2+c^2)\right)} + \frac{4(a^2+b^2+c^2)}{3\left(b^2+4(c^2+a^2)\right)} + \frac{4(a^2+b^2+c^2)}{3\left(c^2+4(a^2+b^2)\right)} - 1$

$= \frac{4}{3}(a^2+b^2+c^2)\left(\frac{1}{a^2+4(b^2+c^2)} + \frac{1}{b^2+4(c^2+a^2)} + \frac{1}{c^2+4(a^2+b^2)}\right) - 1$

Áp dụng bất đẳng thức cộng mẫu số ta được:

$$\frac{1}{a^2+4(b^2+c^2)} + \frac{1}{b^2+4(c^2+a^2)} + \frac{1}{c^2+4(a^2+b^2)} \ge \frac{(1+1+1)^2}{9\left(a^2+b^2+c^2\right)} = \frac{1}{a^2+b^2+c^2}$$

Do đó: $P \ge \frac{4}{3}.\left(a^2+b^2+c^2\right).\frac{1}{a^2+b^2+c^2} - 1 = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{1}{3}$ khi $a=b=c$.