SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH LÀO CAI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC VÀO 10
NĂM HỌC 2023 - 2024
MÔN TOÁN
Thời gian: 120 phút

Câu 1: Tính giá trị biểu thức sau:

a) $\frac{\sqrt{81}}{3}$

b) $\sqrt{16}-\sqrt{9}$

Câu 2: Giải phương trình sau: $3x^2+x-4=0$.

Câu 3: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=3 \\ x-4y=8 \end{cases}$

Câu 4: Gieo hai đồng xu cân đối và đồng chất một lần. Tính xác suất sao cho hai đồng xu xuất hiện mặt giống nhau.

Câu 5: Cho biểu thức $P=\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{2\sqrt{x}}{x-1}\left(x\ge 0, x\ne 1\right)$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị của x để $P=\frac{1}{3}$.

Câu 6: Cho hàm số $y=mx+2m-1$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5.

Câu 7: Một cửa hàng nhập 10 sản phẩm gồm hai loại A và B về bán. Biết mỗi sản phẩm loại A nặng 9 kg, mỗi sản phẩm loại B nặng 10 kg và tổng khối lượng của tất cả các sản phẩm là 95 kg. Hỏi cửa hàng đã nhập bao nhiêu sản phẩm mỗi loại.

Câu 8: Cho phương trình: $x^2+2mx+m^2+m-2=0$ (1) (m là tham số). Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức P đạt giá trị lớn nhất với

$P=-x_1^2+\left(2m+3\right)x_2+3x_1+x_1x_2$.

Câu 9: Cho tam giác ABC vuông ở A, có đường cao AH. Biết góc $\angle ABC=60°$, độ dài $BC=40\text{ cm}$.

a) Tính độ dài cạnh AB.

b) Gọi điểm K thuộc đoạn thẳng AC sao cho HK vuông góc với AC. Tính độ dài đoạn thẳng HK.

Câu 10: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn $(BA < BC)$ và nội tiếp đường tròn tâm O. Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và C cắt nhau tại I. Tia BI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D.

a) Chứng minh rằng tứ giác OAIC nội tiếp.

b) Chứng minh $IC^2 = IB.ID$

c) Gọi M là trung điểm của BD. Tia CM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E. CMR: $MO \perp AE$

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

Tính toán với căn bậc hai $\sqrt{x^2} = |x|$

Cách giải:

a) Ta có: $\dfrac{\sqrt{81}}{3} = \dfrac{\sqrt{9^2}}{3} = \dfrac{9}{3} = 3$.

b) Ta có: $\sqrt{16} - \sqrt{9} = \sqrt{4^2} - \sqrt{3^2} = 4 - 3 = 1$.

Câu 2 (NB):

Phương pháp:

Nhẩm nghiệm phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \ne 0)$:

Nếu $a + b + c = 0$ thì phương trình có nghiệm $\left[\begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = \dfrac{c}{a} \end{array}\right.$

Nếu $a - b + c = 0$ thì phương trình có nghiệm $\left[\begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = \dfrac{-c}{a} \end{array}\right.$

Cách giải:

Xét $3x^2 + x - 4 = 0$.

Ta có: $a + b + c = 3 + 1 + (-4) = 0$

Suy ra phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{-4}{3} \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{1; -\dfrac{4}{3}\right\}$.

Câu 3 (NB):

Phương pháp:

Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số.

Cách giải:

$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - 4y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = -5 \\ x = 3 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 3 - (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 4 \end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x;y)=(4;-1)$.

Câu 4 (VD):

Phương pháp:

Xác suất của biến cố bằng tỉ số của kết quả thuận lợi với các kết quả có thể xảy ra.

Cách giải:

Gieo hai đồng xu cân đối và đồng chất một lần các trường hợp có thể xảy ra là:

$\{SS;SN;SN;NS\}$.

Vậy có tất cả 4 trường hợp có thể xảy ra.

Hai đồng xu xuất hiện mặt giống nhau có 2 khả năng là: $\{SS;NN\}$.

Vậy xác suất hai đồng xu xuất hiện mặt giống nhau là: $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=0,5$.

Câu 5 (TH):

Phương pháp:

a) Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai (quy đồng, tính toán, quy tắc dấu).

b) Giải phương trình tìm x, chú ý đối chiếu điều kiện.

Cách giải:

a) Với $x\ge 0,x\ne 1$ ta có:

$$P=\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{2\sqrt{x}}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow P=\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$\Leftrightarrow P=\frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}-\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}+\frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$\Leftrightarrow P=\frac{\sqrt{x}-1-\sqrt{x}-1+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$\Leftrightarrow P=\frac{2\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$\Leftrightarrow P=\frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$\Leftrightarrow P=\frac{2}{\sqrt{x}+1}$$

Vậy với $x\ge 0,x\ne 1$ thì $P=\frac{2}{\sqrt{x}+1}$.

b) Để $P=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{2}{\sqrt{x}+1}=\frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow\sqrt{x}+1=6$

$\Leftrightarrow\sqrt{x}=5$

$\Leftrightarrow x=25(\text{tm})$

Vậy để $P=\frac{1}{3}$ thì $x=25$.

Câu 6 (TH):

Phương pháp:

Đồ thị hàm số $y=ax+b(a\neq 0)$ cắt trung tung tại điểm có hoành độ bằng 0.

Cách giải:

Vì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5 nên đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;5)$.

Thay $x=0, y=5$ vào hàm số ta được: $5=m.0+2m-1\Leftrightarrow 2m-1=5\Leftrightarrow 2m=6\Leftrightarrow m=3.$

Vậy $m=3$.

Câu 7 (TH):

Phương pháp:

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

	Khối lượng/sản phẩm	Số lượng	Khối lượng
A	9	x	9x
B	10	y	10y

Hệ phương trình: tổng số sản phẩm và tổng khối lượng.

Cách giải:

Gọi số sản phẩm loại A đã nhập là x (sản phẩm). Số sản phẩm loại B đã nhập là y (sản phẩm)

(ĐK: $x,y\in\mathbb{N}^*, x,y<10$).

Vì cửa hàng nhập 10 sản phẩm gồm hai loại A và B về bán nên ta có phương trình $x+y=10$ (1)

Vì mỗi sản phẩm loại A nặng $9\,\text{kg}$, mỗi sản phẩm loại B nặng $10\,\text{kg}$ và tổng khối lượng của tất cả các sản phẩm là $95\,\text{kg}$ nên ta có phương trình: $9x+10y=95$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=10 \\ 9x+10y=95 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=10-x \\ 9x+10y=95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=10-x \\ 9x+10(10-x)=95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=10-x \\ 9x+100-10x=95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=10-x \\ x=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases} (\text{tm})$

Vậy cửa hàng đó đã nhập 5 sản phẩm loại A và 5 sản phẩm loại B.

Câu 8 (VD):

Phương pháp:

Công thức Công thức $\Delta' = (b')^2 - ac$ với $b' = \dfrac{b}{2}$

Phương trình có hai nghiệm khi $\Delta \ \geq 0$

Hệ thức Vi-ét $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a} \\ x_1x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$

Cách giải:

Ta có: $\Delta' = m^2 - 1\cdot\left(m^2+m-2\right) = m^2 - m^2 - m + 2 = \ -m+2$.

Để phương trình (I) có hai nghiệm thì $\Delta' \geq 0$ hay $-m+2 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$.

Ta có:

$P = \ -x_1^2 + (2m+3)x_2 + 3x_1 + x_1x_2$
$P = \ -x_1^2 + 2mx_2 + 3x_2 + 3x_1 + x_1x_2$
$P = \ -x_1^2 + 2mx_2 + 3\left(x_1+x_2\right) + x_1x_2$

Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \ -2m \\ x_1x_2 = m^2 + m - 2 \end{cases}$, khi đó:

$P = \ -x_1^2 - \left(x_1+x_2\right)x_2 + 3\left(x_1+x_2\right) + x_1x_2$
$P = \ -x_1^2 - x_1x_2 - x_2^2 + 3\left(x_1+x_2\right) + x_1x_2$
$P = \ -\left(x_1^2 + x_2^2\right) + 3\left(x_1+x_2\right)$
$P = \ -\left(x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1x_2\right) + 3\left(x_1+x_2\right)$
$P = \ -\left(x_1+x_2\right)^2 + 2x_1x_2 + 3\left(x_1+x_2\right)$

Thay $\begin{cases} x_1 + x_2 = \ -2m \\ x_1x_2 = m^2 + m - 2 \end{cases}$ vào P ta có:

$P = -(-2m)^2 + 2\left(m^2 + m - 2\right) + 3(-2m)$

$P = -4m^2 + 2m^2 + 2m - 4 - 6m$

$P = -2m^2 - 4m - 4$

$P = -2\left(m^2 + 2m + 1\right) - 2$

$P = -2(m+1)^2 - 2$

Ta có $(m+1)^2 \ge 0 \forall m \Leftrightarrow -2(m+1)^2 \le 0 \forall m \Leftrightarrow -2(m+1)^2 - 2 \le -2 \forall m$.

Dấu "=" xảy ra khi $(m+1)^2 = 0 \Leftrightarrow m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$

Vậy GTLN của P là -2 , đạt được khi $m = -1$.

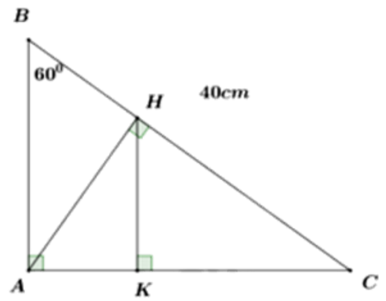
Câu 9 (VD):

Phương pháp:

Công thức lượng giác trong tam giác vuông.

Hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Cách giải:



a) Xét tam giác ABC vuông tại A có: $AB = BC.\cos 60^\circ = 40.\dfrac{1}{2} = 20(\text{cm})$.

Vậy $AB = 20(cm)$.

b) Xét tam giác vuông ABC ta có:

$AC = BC.\sin 60^\circ = 40.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}(\text{ cm})$

Vì tam giác ABC vuông tại A nên: $\angle B + \angle C = 90^\circ \Rightarrow \angle C = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

Xét tam giác vuông AHC ta có: $HC = AC.\cos 30^\circ = 20\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 30(\text{cm})$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC, đường cao AH ta có:

$$AH.BC = AB.AC \Rightarrow AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{20.20\sqrt{3}}{40} = 10\sqrt{3}(\text{ cm}).$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AHC, đường cao HK ta có:

$$HK.AC = AH.HC \Rightarrow HK = \frac{AH.HC}{AC} = \frac{10\sqrt{3}.30}{20\sqrt{3}} = 15(\text{ cm}).$$

Vậy HK = $15(\text{ cm})$.

Câu 10 (VDC):

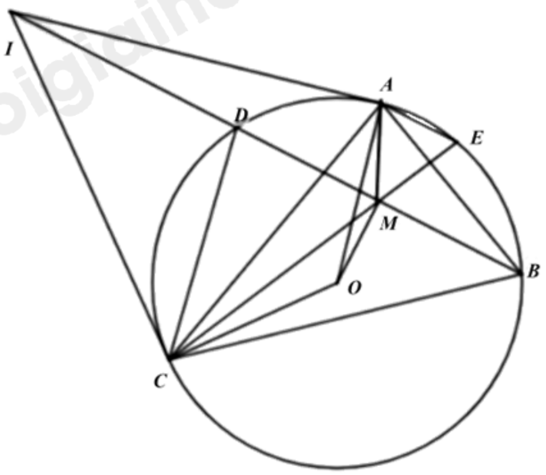
Phương pháp:

a) Chứng minh tứ giác OAIC có tổng hai góc đối bằng 180° nên nội tiếp.

b) Chứng $\Delta IDC \backsim \Delta ICB(g-g)$ suy ra các cặp cạnh tỉ lệ.

c) Chứng minh AE song song với BD, mà BD vuông góc với MO suy ra điều phải chứng minh.

Cách giải:



a) Ta có IA và IC là tiếp tuyến của đường tròn nên $OA \perp IA; OC \perp CI$. $\Rightarrow \angle OAI = \angle OCI = 90^\circ$

Xét tứ giác OAIC có $\angle OAI + \angle OCI = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác OAIC nội tiếp đường tròn (dhnb) (đpcm)

b) Xét và có:

$\angle CID$ chung

$\angle ICD = \angle IBC$ (tính chất góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

$\Rightarrow \Delta IDC \backsim \Delta ICB(\text{ g.g}) \Rightarrow \frac{ID}{IC} = \frac{IC}{IB} \Leftrightarrow IC^2 = IB.ID(\text{dpcm})$

c) Do M là trung điểm của BD (gt) nên $OM \perp BD$ (tính chất đường kính vuông góc với dây cung)

Xét tứ giác ICOM có $\angle IMO + \angle ICO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác ICOM nội tiếp đường tròn (dhnb)

Mà tứ giác OAIC nội tiếp đường tròn (cmt) nên I, C, O, M, A cùng thuộc một đường tròn

$\Rightarrow \angle IMC = \angle IAC$ (góc nội tiếp cùng chắn cung IC) (1)

Mà $\angle AEC = \angle IAC$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung) (2)

và $\angle IMC = \angle EMB$ (đối đỉnh) (3)

Từ (1),(2), (3) $\Rightarrow \angle AEM = \angle EMB\left(= \angle IMC = \angle IAC\right)$

Mà 2 góc này ở vị trí so le trong nên suy ra $AE \perp BD$

Mà $OM \perp BD$ (cmt) $\Rightarrow OM \perp AE$ (đpcm)