ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 4

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 12.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
y	1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

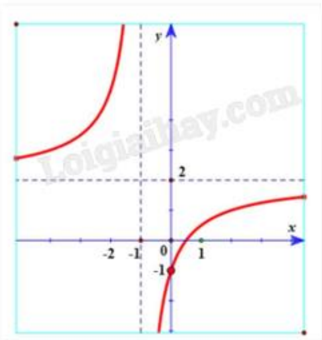
A. $(-\infty;0)$

B. $(-1;1)$

C. $(-1;0)$

D. $(1;+\infty)$

Câu 2. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



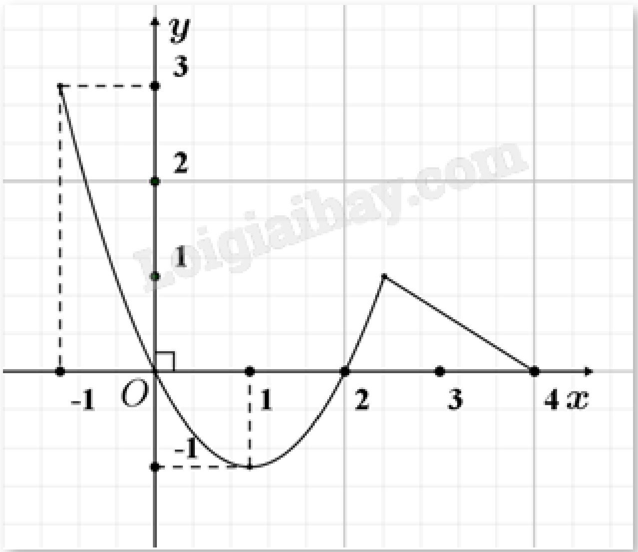
A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$

B. $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$

C. $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$

D. $y = \dfrac{1-2x}{x-1}$

Câu 3. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên đoạn [−1;4] và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn[–1;4]. Tính M + m.

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

Câu 4. Cho hàm số y = f(x) là hàm số xác định trên R\{1}, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$+$	
y	0	↗	2	↘ $-\infty$	|| 3	↗	5

A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là y = 0, y = 5 và tiệm cận đứng là x = 1

B. Giá trị cực tiểu của hàm số là y = 3

C. Giá trị cực đại của hàm số 5

D. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận

Câu 5. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x^2+4x-1}{x+3}$ là:

A. y = x + 7

B. y = -x + 7

C. y = x - 7

D. y = -x - 7

Câu 6. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là:

A. (2;1)

B. (-1;2)

C. (1;2)

D. (1;-2)

Câu 7. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

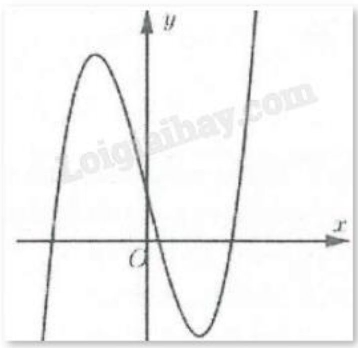
A. Nếu giá của ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cắt nhau từng đôi một thì ba vecto đó đồng phẳng

B. Nếu trong ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có một vecto $\vec{0}$ thì ba vecto đó đồng phẳng

C. Nếu giá của ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vecto đó đồng phẳng

D. Nếu trong ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có hai vecto cùng phương thì ba vecto đó đồng phẳng

Câu 8. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y = x^3 - 4x + 1$

B. $y = x^3 + 3x^2 + 1$

C. $y = x^3 - 4x - 1$

D. $y = -x^3 + 4x + 1$

Câu 9. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right]$ là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 10. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Xác định công thức của hàm số.

A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$

B. $y = -x^3 - 2x^2 + 1$

C. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$

Câu 11: Cho tam giác ABC đều. Góc giữa hai vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng:

A. 60^o

B. 120^o

C. 150^o

D. 30^o

Câu 12. Cho hai vecto $\vec{u} = (1;4;2)$, $\vec{v} = (-1;3;0)$. Tích $\vec{u}.\vec{v}$ bằng:

A. 12

B. -11

C. 0

D. 11

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số f(x) xác định trên R có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

a) Hàm số f(x) đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$

b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2

c) Hàm số f(x) có giá trị lớn nhất bằng 5

d) Hàm số đạt cực tiểu tại x = 2

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 24x$.

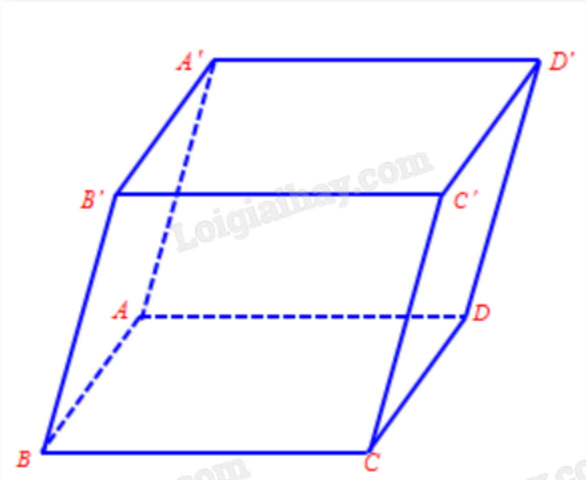
a) Hàm số f(x) đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$

b) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là (16;-2048)

c) Hàm số f(x) có giá trị lớn nhất trên đoạn [2;19] bằng 6403

d) Hàm số f(x) có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [2;19] bằng -40

Câu 3. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'.



a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{AC'}$

b) $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{BB'}$

c) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA'}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{C'D}=\vec{0}$

d) $\overrightarrow{AB'}=\overrightarrow{C'D}$

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho vecto $\vec{a}=(2;-2;-4)$, $\vec{b}=(1;-1;1)$.

a) $\vec{a}+\vec{b}=(3;-3;-3)$

b) $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương

c) $|\vec{b}|=\sqrt{3}$

d) $\vec{a}=2\vec{i}-2\vec{j}-4\vec{k}$

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của của hàm số $f(x)=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn [0;2]. Giá trị của 3M - m bằng bao nhiêu?

Đáp án: 6.

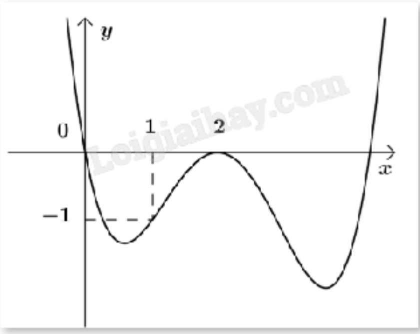
Câu 2. Tìm hai số a, b để đồ thị hàm số $y=\dfrac{(4a-b)x^2+ax+1}{x^2+ax+b-12}$ nhận trục hoành và trục tung làm hai tiệm

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho điểm A(2;-3;5). Tọa độ của A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy là (a;b;c). Tính giá trị biểu thức a.b + c.

Câu 4. Chu vi một tam giác là 16 cm, độ dài một cạnh tam giác là 6 cm. Diện tích lớn nhất của tam giác có thể đạt được là bao nhiêu?

Câu 5. Tính tổng các giá trị của m để hàm số $y = -x^3 + (m+3)x^2 - (m^2 + 2m)x - 2$ đạt cực đại tại x = 2.

Câu 6. Cho hàm số bậc năm y = f(x) có đồ thị y = f'(x) như hình vẽ dưới đây.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 3x + 4)$ là bao nhiêu?

-------- Hết --------

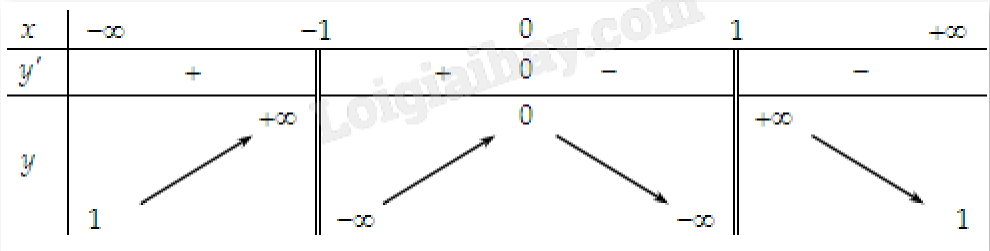
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAHAY.COM

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

1. C	2. A	3. C	4. A	5. B	6. C
7. D	8. A	9. B	10. C	11. A	12. D

Câu 1. Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$

B. $(-1;1)$

C. $(-1;0)$

D. $(1;+\infty)$

Phương pháp giải:

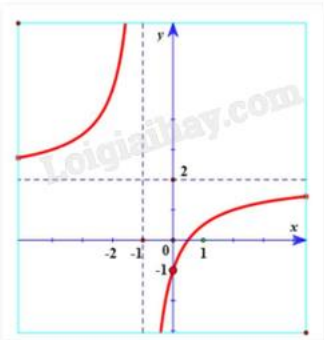
Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào bảng biến thiên hàm số y = f(x) đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;0)$.

Đáp án C.

Câu 2. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$

B. $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$

C. $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$

D. $y = \dfrac{1-2x}{x-1}$

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Nhìn vào đồ thị ta thấy ngay tiệm cận đứng x = -1, tiệm cận ngang y = 2. Loại B, D.

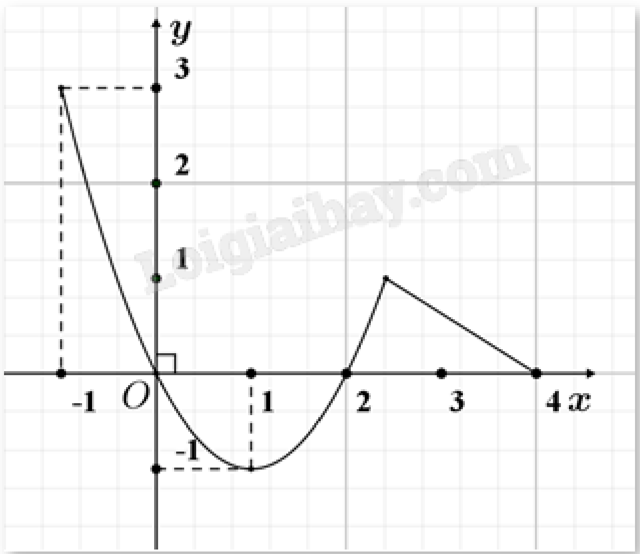
Đồ thị hàm số đi qua điểm (0; -1).

Xét $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$ khi x = 0 ⇒ y = 1. Loại đáp án C.

Xét $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ y = (2x – 1)/(x + 1) khi x = 0 ⇒ y = -1. Chọn đáp án A.

Đáp án A.

Câu 3. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên đoạn [−1;4] và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn[–1;4]. Tính M + m.

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

$M = \max\limits_{[-1;4]} f(x) = f(-1) = 3$.

$M = \min\limits_{[-1;4]} f(x) = f(1) = -1$.

Vậy M + m = 3 + (-1) = 2.

Đáp án C.

Câu 4. Cho hàm số y = f(x) là hàm số xác định trên R\{1}, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$+$	
y	0	$\nearrow$	2	$\searrow$ $-\infty$	‖ 3	$\nearrow$	5

A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là y = 0, y = 5 và tiệm cận đứng là x = 1

B. Giá trị cực tiểu của hàm số là y = 3

C. Giá trị cực đại của hàm số 5

D. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Do $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 5$ nên đồ thị có hai tiệm cận ngang là y = 0, y = 5.

Do $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = -\infty$ nên đồ thị có một tiệm cận đứng là x = 1.

Đáp án A.

Câu 5. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x^2 + 4x - 1}{x + 3}$ là:

A. y = x + 7

B. y = -x + 7

C. y = x - 7

D. y = -x - 7

Phương pháp giải:

Thực hiện phép chia đa thức (ở tử) cho đa thức (ở mẫu) ta được $y = ax + b + \dfrac{M}{cx + d}$ (a≠0) với M là hằng số.

Đường thẳng y = ax + b (a≠0) gọi là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số y = f(x) nếu $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x) - (ax + b)\right] = 0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x) - (ax + b)\right] = 0$.

Kết luận đường thẳng y = ax +b là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $y=\dfrac{-x^2+4x-1}{x+3}=-x+7+\dfrac{-22}{x+3}=f(x)$.

Từ đó: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(-x+7)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-22}{x+3}=0$.

Vậy đường thẳng y = -x + 7 là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Đáp án B.

Câu 6. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ là:

A. (2;1)

B. (-1;2)

C. (1;2)

D. (1;-2)

Phương pháp giải:

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị và tìm giao điểm của chúng.

Lời giải chi tiết:

Tiệm cận ngang của đồ thị là y = 2, tiệm cận đứng của đồ thị là x = 1 nên tâm đối xứng có tọa độ (1;2).

Đáp án C.

Câu 7. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Nếu giá của ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ cắt nhau từng đôi một thì ba vecto đó đồng phẳng

B. Nếu trong ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ có một vecto $\vec{0}$ thì ba vecto đó đồng phẳng

C. Nếu giá của ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vecto đó đồng phẳng

D. Nếu trong ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ có hai vecto cùng phương thì ba vecto đó đồng phẳng

Phương pháp giải:

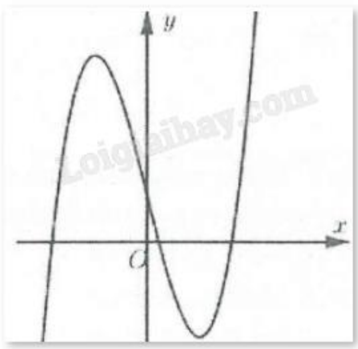
Dựa vào khái niệm ba vecto đồng phẳng.

Lời giải chi tiết:

D sai. Khi một trong ba vecto không cùng phương thì chúng không đồng phẳng.

Đáp án D.

Câu 8. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y=x^3-4x+1$

B. $y=x^3+3x^2+1$

C. $y=x^3-4x-1$

D. $y=-x^3+4x+1$

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy có hai điểm cực trị nên đây là hàm số bậc ba.

Mặt khác, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên hệ số a > 0.

Đáp án A.

Câu 9. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{1}{\sin x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{\pi}{3};\dfrac{5\pi}{6}\right]$ là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Phương pháp giải:

Tìm đạo hàm của hàm số sau đó tính các giá trị f(x).

Lời giải chi tiết:

$f'(x)=\dfrac{-\cos x}{\sin^2 x}=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$.

Vì $x\in\left[\dfrac{\pi}{3};\dfrac{5\pi}{6}\right]$ nên $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}$.

Ta có: $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=2\sqrt{3}$; $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$; $f\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)=2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{1}{\sin x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{\pi}{3};\dfrac{5\pi}{6}\right]$ bằng 1.

Đáp án B.

Câu 10. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Xác định công thức của hàm số.

A. $y=x^3-3x^2+1$

B. $y=-x^3-2x^2+1$

C. $y=-x^3-3x^2+1$

D. $y=-x^3+3x^2+1$

Phương pháp giải:

Dựa vào sự biến thiên, cực trị và các điểm hàm số đi qua để lập hệ phương trình tìm hệ số.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại điểm (0;1) và (−2;−3) nên ta có:

$$\begin{cases} f'(0)=0 \\ f(0)=1 \\ f'(-2)=0 \\ f(-2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ d=1 \\ 12a-4b=0 \\ -8a+4b+1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=1 \end{cases}$$

Vậy hàm số cần tìm là $y=-x^3-3x^2+1$.

Đáp án C.

Câu 11: Cho tam giác ABC đều. Góc giữa hai vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng:

A. 60^o

B. 120^o

C. 150^o

D. 30^o

Phương pháp giải:

Xác định góc $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ là BAC. Tính số đo BAC dựa vào tổng ba góc trong tam giác.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=BAC=60^o$ (vì tam giác ABC đều).

Đáp án A.

Câu 12. Cho hai vecto $\vec{u}=(1;4;2)$, $\vec{v}=(-1;3;0)$. Tích $\vec{u}.\vec{v}$ bằng:

A. 12

B. -11

C. 0

D. 11

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tính tọa độ tích vô hướng của hai vecto.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\vec{u}.\vec{v} = 1.(-1) + 4.3 + 2.0 = 11$.

Đáp án D.

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số f(x) xác định trên R có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	5	↘	2	↗	$+\infty$

a) Hàm số f(x) đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$

b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2

c) Hàm số f(x) có giá trị lớn nhất bằng 5

d) Hàm số đạt cực tiểu tại x = 2

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. f'(x) > 0 trên $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

b) Đúng. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2 (x = 1, x = 3).

c) Sai. Hàm số f(x) không có giá trị lớn nhất.

d) Sai. Hàm số đạt cực tiểu tại x = 3.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 24x$.

a) Hàm số f(x) đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$

b) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là (16;-2048)

c) Hàm số f(x) có giá trị lớn nhất trên đoạn [2;19] bằng 6403

d) Hàm số f(x) có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [2;19] bằng -40

Phương pháp giải:

Lập bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

$$f'(x) = 3x^2 - 24 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2\sqrt{2} \in [2;19] \\ x = -2\sqrt{2} \notin [2;19] \end{array}\right.$$

x	$-\infty$		0		16		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2048	$\nearrow$	$+\infty$

$f(2) = 40$; $f(2\sqrt{2}) = -32\sqrt{2}$; $f(19) = 6403$.

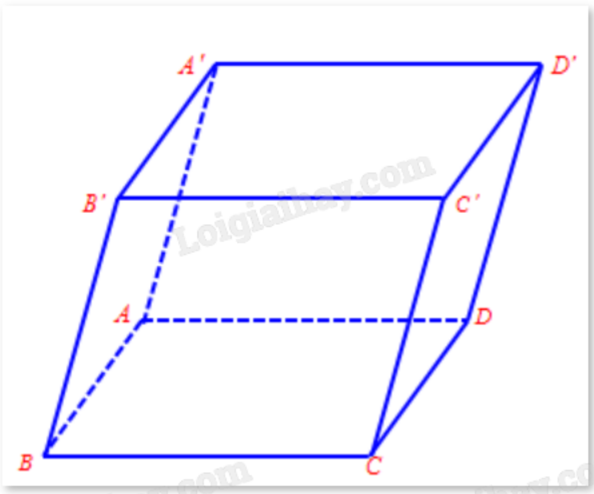
a) Sai. Hàm số f(x) nghịch biến trên $(0;16)$ và đồng biến trên $(16;+\infty)$.

b) Đúng. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là (16;-2048).

c) Đúng. Hàm số f(x) có giá trị lớn nhất trên [-1;2] bằng 6403.

d) Sai. Hàm số f(x) có giá trị nhỏ nhất trên [-1;2] bằng $-32\sqrt{2}$.

Câu 3. Cho hình hộp ABCD.A’B’C’D’.



a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AC'}$

b) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{BB'}$

c) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D} = \vec{0}$

d) $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{C'D}$

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc cộng vecto, lý thuyết các vecto bằng nhau, vecto đối nhau, quy tắc hình hộp.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ (quy tắc hình hộp).

b) Sai. Vì $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{DD'} - \overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{D'B'} + \overrightarrow{D'D} = \overrightarrow{D'D} = \overrightarrow{B'B}$.

c) Đúng. Vì $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{C'B} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'A'} = \vec{0}$.

d) Sai. Vì $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{DC'} \neq \overrightarrow{C'D}$.

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho vecto $\vec{a} = (2;-2;-4)$, $\vec{b} = (1;-1;1)$.

a) $\vec{a} + \vec{b} = (3;-3;-3)$

b) $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương

c) $|\vec{b}| = \sqrt{3}$

d) $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} - 4\vec{k}$

Phương pháp giải:

Sử dụng các quy tắc cộng, trừ vecto, nhân vecto với một số, khái niệm hai vecto cùng phương, công thức tính độ dài vecto.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Vì $\vec{a} + \vec{b} = (2+2;-2-1;-4+1) = (3;-3;-3)$.

b) Sai. Vì $\frac{2}{1} = \frac{-2}{-1} \neq \frac{-4}{1}$ nên $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương.

c) Đúng. Vì $|\vec{b}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{3}$.

d) Đúng. Vì $\vec{a} = (2;-2;-4) = 2\vec{i} - 2\vec{j} - 4\vec{k}$.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của của hàm số $f(x) = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn [0;2]. Giá trị của 3M - m bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

- Tính y', tìm các nghiệm của y' = 0
- Tìm giá trị y tại các điểm cực trị của hàm số và hai đầu mút của đoạn.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $f'(x) = -\frac{8}{(x-3)^2} < 0 \quad (\forall x \in D)$ nên hàm nghịch biến trên tập xác định.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của f(x) trên [0;2] là f(2) = -5, giá trị lớn nhất của f(x) trên [0;2] là $\frac{1}{3}$.

Vậy $M = \frac{1}{3}, m = -5$ nên $3M - m = 3.\frac{1}{3} - (-5) = 6$.

Đáp án: 6.

Câu 2. Tìm hai số a, b để đồ thị hàm số $y = \frac{(4a-b)x^2 + ax + 1}{x^2 + ax + b - 12}$ nhận trục hoành và trục tung làm hai tiệm cận. Tổng của a và b bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tìm đường tiệm cận của hàm phân thức.

Lời giải chi tiết:

Do đồ thị nhận trục hoành làm tiệm cận ngang nên 4a – b = 0.

Do đồ thị nhận trục tung làm tiệm cận đứng, suy ra biểu thức $x^2 + ax + b - 12$ nhận x = 0 làm nghiệm, tức b = 12.

Từ b, ta tìm được a = 3.

Thử lại, ta có a = 3 và b = 12 là hai số cần tìm.

Vậy a + b = 3 + 12 = 15.

Đáp án: 15.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho điểm A(2;-3;5). Tọa độ của A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy là (a;b;c). Tính giá trị biểu thức a.b + c.

Phương pháp giải:

Tìm hình chiếu H của A trên đường thẳng Oy rồi tìm điểm đối xứng A' của A qua H.

Lời giải chi tiết:

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng Oy, suy ra H(0;-3;0).

A' là điểm đối xứng với A(2;-3;5) qua đường thẳng Oy.

Như vậy, H là trung điểm của AA'. Ta tìm được A'(-2;-3;-5).

Vậy a.b + c = (-2).(-3) + (-5) = 1.

Đáp án: 1.

Câu 4. Chu vi một tam giác là 16 cm, độ dài một cạnh tam giác là 6 cm. Diện tích lớn nhất của tam giác có thể đạt được là bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Thiết lập hàm số biểu diễn diện tích của tam giác dựa vào công thức Heron. Lập bảng biến thiên tìm giá trị lớn nhất của hàm số đó.

Lời giải chi tiết:

Gọi x, y là độ dài hai cạnh còn lại của tam giác.

Ta có: x + y = 16 - 6 = 10 (x > 0, y > 0).

Diện tích tam giác là: $S = \sqrt{p(p-6)(p-x)(p-y)} = \sqrt{8.2(8-x)(8-y)} = 4\sqrt{(8-x)(8-y)}$.

Thay y = 10 – x, ta được: $S = 4\sqrt{(8-x)(x-2)} = 4\sqrt{-x^2+10x-16}$, $x \in (0;10)$.

Đặt $f(x) = -x^2 + 10x - 16$, ta có $f'(x) = -2x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = 5$.

x	0		5		10
$f'(x)$		+	0	–	
$f(x)$		↗	9	↘	

Từ bảng biến thiên, suy ra f(x) lớn nhất khi x = 5. Khi đó, diện tích tam giác cũng đạt giá trị lớn nhất là 12 cm^2 khi x = 5.

Đáp án: 5.

Câu 5. Tính tổng các giá trị của m để hàm số $y = -x^3 + (m+3)x^2 - (m^2+2m)x - 2$ đạt cực đại tại x = 2.

Phương pháp giải:

Hàm số đạt cực đại tại $x = x_0$ khi thỏa mãn hai điều kiện: $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) < 0$.

Lời giải chi tiết:

Tập xác định: D = R.

Ta có: $y' = -3x^2 + 2(m+3)x - (m^2+2m)$, $y'' = -6x + 2(m+3)$.

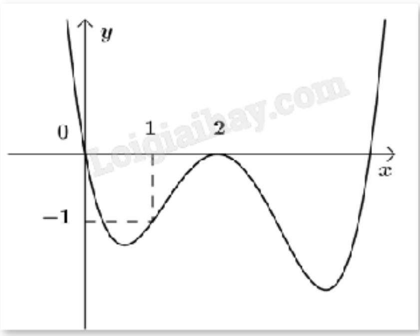
Hàm số đã cho đạt cực đại tại x = 2 khi

$$\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -12 + 4(m+3) - m^2 - 2m = 0 \\ -12 + 2m + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m = 0 \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 2 \end{array} \right.$$

Vậy tổng các giá trị của m bằng 2 + 0 = 2.

Đáp án: 2.

Câu 6. Cho hàm số bậc năm y = f(x) có đồ thị y = f'(x) như hình vẽ dưới đây.



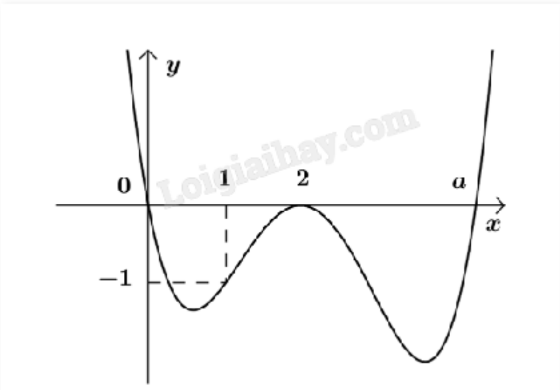
Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 3x + 4)$ là bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Tìm số nghiệm bội lẻ của phương trình g'(x) = 0.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $g'(x) = (2x-3)f'\left(x^2 - 3x + 4\right)$



$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-3=0 \\ f'(x^2-3x+4)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3}{2} \\ x^2-3x+4=0 \\ x^2-3x+4=a, a>2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3}{2} \\ x=a_1 \\ x=a_2 \end{array}\right.$$

Do a > 2 nên $a_1, a_2 \neq \dfrac{3}{2}$. Suy ra phương trình g'(x) = 0 có 3 nghiệm đơn phân biệt nên g(x) có 3 điểm cực trị.

Đáp án: 3.