ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 5

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 12.

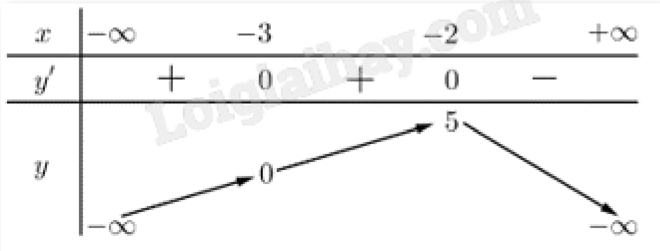
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAHAY.COM

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

1. A	2. A	3. C	4. B	5. C	6. D
7. B	8. B	9. C	10. D	11. A	12. C

Câu 1. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên R và có bảng biến thiên như sau:



Trong các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề sai?

i) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng (-∞;-5) và (-3;-2).

ii) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng (-∞;5).

iii) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng (-2;+∞).

iv) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng (-∞;-2).

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho đồng biến trên khoảng (-∞;-2); nghịch biến trên khoảng (-2;+∞).

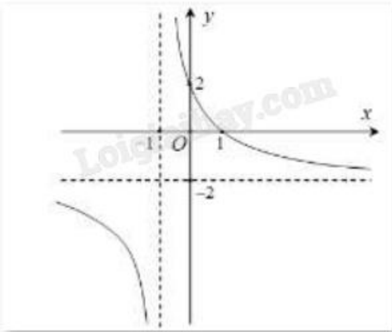
Suy ra ii) Sai; iii) Đúng; iv) Đúng.

Ta thấy khoảng (-∞;-3) chứa khoảng (-∞;-5) nên i) Đúng.

Vậy chỉ có ii) sai.

Đáp án A.

Câu 2. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{2-2x}{x+1}$

B. $y=2x^3-x+1$

C. $y=\dfrac{-2x+1}{x+2}$

D. $y=x^4+2x^2+2$

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

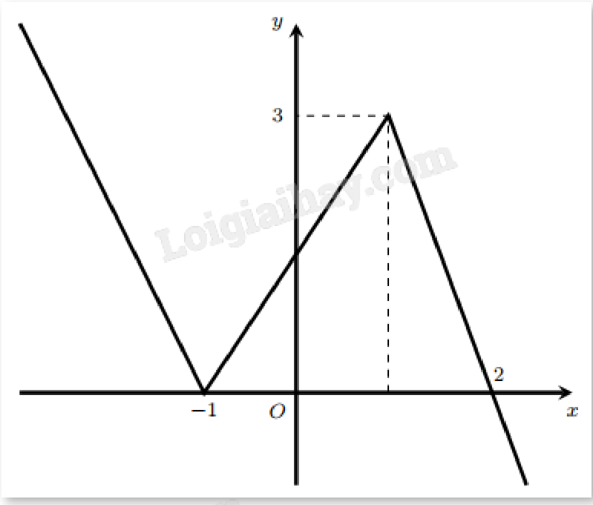
Lời giải chi tiết:

Ta có đây là đồ thị hàm số dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$.

Mặt khác, đồ thị có tiệm cận đứng x = -1.

Đáp án A.

Câu 3. Cho hàm số y = f(x) có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm giá trị lớn nhất của hàm số g(x) = 2f(x) – 1trên đoạn [–1;2].

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy:

$\max\limits_{[-1;2]} f(x) = 3$.

Do đó, $\max\limits_{[-1;2]} g(x) = 2\max\limits_{[-1;2]} f(x) - 1 = 2.3 - 1 = 5$.

Đáp án C.

Câu 4. Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'			$+$		$-$	
y		$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ | 1	$\searrow$	0

A. 1

B. 3

C. 2

D. 4

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\lim_{x\to 0^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to(-2)^+} f(x) = -\infty$ nên x = 0, x = -2 là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ nên y = 0 là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị có ba tiệm cận.

Đáp án B.

Câu 5. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 - 9x + 3}{x+2}$ là:

A. y = 2x + 13

B. y = -2x + 13

C. y = 2x - 13

D. y = -2x - 13

Phương pháp giải:

Thực hiện phép chia đa thức (ở tử) cho đa thức (ở mẫu) ta được $y = ax + b + \dfrac{M}{cx+d}$ (a≠0) với M là hằng số.

Đường thẳng y = ax + b (a≠0) gọi là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số y = f(x) nếu $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x) - (ax+b)\right] = 0$ hoặc $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x) - (ax+b)\right] = 0$.

Kết luận đường thẳng y = ax +b là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $y = \dfrac{2x^2 - 9x + 3}{x+2} = 2x - 13 + \dfrac{29}{x+2} = f(x)$.

Từ đó: $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x) - (2x-13)\right] = \lim_{x\to+\infty}\dfrac{29}{x+2} = 0$.

Vậy đường thẳng y = 2x - 13 là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Đáp án C.

Câu 6. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+3}{x-1}$ là:

A. (2;1)

B. (-1;3)

C. (3;2)

D. (2;3)

Phương pháp giải:

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị và tìm giao điểm của chúng.

Lời giải chi tiết:

Tiệm cận ngang của đồ thị là y = 3, tiệm cận đứng của đồ thị là x = 2 nên tâm đối xứng có tọa độ (2;3).

Đáp án D.

Câu 7. Cho ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$. Điều kiện nào sau đây khẳng định $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng?

A. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn m + n + p = 0 và $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$

B. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m+n+p\ne 0$ và $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$

C. Tồn tại ba số thực m, n, p sao cho $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$

D. Giá của $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng quy

Phương pháp giải:

Dựa vào định lý về sự đồng phẳng của ba vecto.

Lời giải chi tiết:

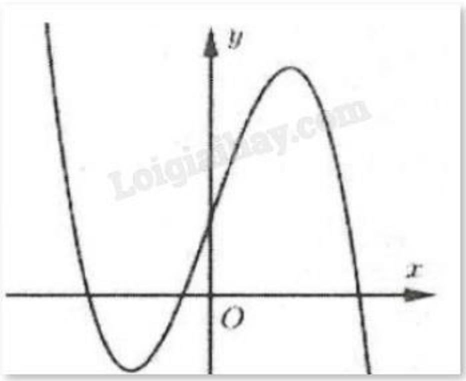
Theo giả thiết: $m+n+p\ne 0$ nên tồn tại ít nhất một số khác 0 trong m, n, p.

Giả sử $m\ne 0$. Từ $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$ suy ra $\vec{a}=-\frac{n}{m}\vec{b}-\frac{p}{m}\vec{c}$.

Vậy $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng (theo định lý về sự đồng phẳng của ba vecto).

Đáp án B.

Câu 8. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y=-x^3+3x^2+1$

B. $y=-x^3+3x+1$

C. $y=x^3-3x+1$

D. $y=-x^3-3x+1$

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên hệ số a < 0. Loại đáp án C.

Hàm số có hai điểm cực trị $x_1<0<x_2$ nên y' = 0 có hai nghiệm trái dấu.

Xét đáp án A, có $y'=-3x^2+6x=0 \Leftrightarrow$ x = 0 hoặc x = 2 (loại).

Xét đáp án D, có $y' = -3x^2 - 3x < 0 \ (\forall x \in \mathbb{R})$ (loại).

Đáp án B.

Câu 9. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin x + \sin 2x$ trên đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ là:

A. -2

B. 2

C. 0

D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Phương pháp giải:

Tìm đạo hàm của hàm số sau đó tính các giá trị f(x).

Lời giải chi tiết:

$f'(x) = 2\cos x + 2\cos 2x = 4\cos\frac{x}{2}\cos\frac{3x}{2}$.

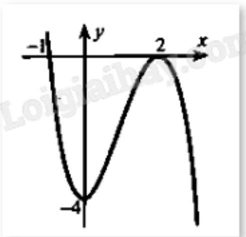
Vì $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ nên $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \frac{\pi}{3}$.

Ta có: $f(0) = 0$; $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$; $f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin x + \sin 2x$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right]$ bằng 0.

Đáp án C.

Câu 10. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



A. $y = x^3 + 3x^2 - 4$

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 4$

C. $y = x^3 + 3x^2 + 4$

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$

Phương pháp giải:

Dựa vào sự biến thiên, cực trị và các điểm hàm số đi qua để lập hệ phương trình tìm hệ số.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại điểm (0;-4) và (2;0) nên ta có:

$$\begin{cases} f'(0)=0 \\ f(0)=-4 \\ f'(2)=0 \\ f(2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ d=-4 \\ 12a+4b+c=0 \\ 8a+4b+2c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+b=0 \\ 2a+b=1 \\ c=0 \\ d=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=3 \\ c=0 \\ d=-4 \end{cases}$$

Vậy hàm số cần tìm là $y=-x^3+3x^2-4$.

Đáp án D.

Câu 11: Cho tam giác ABC đều. Góc giữa hai vecto $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng:

A. 60^o

B. 120^o

C. 150^o

D. 30^o

Phương pháp giải:

Xác định góc $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)$ là ABC. Tính số đo ABC dựa vào số đo góc của tam giác đều.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)= ABC=60^o$ (vì tam giác ABC đều).

Đáp án A.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxyz, cho hai vecto $\vec{u}=\vec{i}+3\vec{j}+2\vec{k}$, $\vec{v}=2\vec{i}+\vec{j}+5\vec{k}$. Tích $\vec{u}.\vec{v}$ bằng:

A. 0

B. 6

C. 15

D. 3

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tính tọa độ tích vô hướng của hai vecto.

Lời giải chi tiết:

Theo giả thiết, ta có: $\vec{u}=(1;3;2)$, $\vec{v}=(2;1;5)$.

Khi đó: $\vec{u}.\vec{v}=1.2+3.1+2.5=15$.

Đáp án C.

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số f(x) xác định trên R\{3} có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		-	0	-	
y	1 ↘	$-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	1

a) Hàm số f(x) đồng biến trên mỗi khoảng xác định

b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 1

c) Hàm số f(x) có giá trị lớn nhất bằng 1

d) Đồ thị hàm số f(x) có hai đường tiệm cận

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Hàm số f(x) nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

b) Sai. Hàm số không có điểm cực trị.

c) Sai. Hàm số f(x) không có giá trị lớn nhất.

d) Đúng. Đồ thị hàm số f(x) có hai đường tiệm cận là x = 3, y = 1.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 4$.

a) Hàm số f(x) nghịch biến trên khoảng $(0;6)$

b) Hàm số có 3 điểm cực trị

c) Hàm số f(x) có giá trị lớn nhất trên đoạn [0;9] bằng -4

d) Hàm số f(x) có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [2;19] bằng -29

Phương pháp giải:

Lập bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

$$f'(x) = 4x^3 - 20x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \notin [0;9] \end{array}\right.$$

x	$-\infty$		$-\sqrt{5}$		0		$\sqrt{5}$		$+\infty$
y'		−	0	+	0	−	0	+	
y	$+\infty$ ↘		-29	↗	-4	↘	-29	↗	$+\infty$

Ta có: f(0) = -4; $f(\sqrt{5}) = -29$; f(9) = 5747.

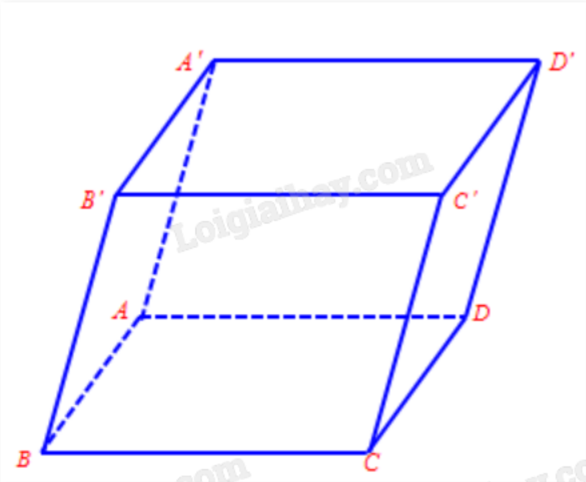
a) Sai. Hàm số f(x) nghịch biến trên khoảng $(0;\sqrt{5})$ và đồng biến trên khoảng $(\sqrt{5};+\infty)$.

b) Đúng. Hàm số có 3 điểm cực trị ($x = -\sqrt{5}$, $x = 0$, $x = \sqrt{5}$).

c) Sai. Hàm số f(x) có giá trị lớn nhất trên đoạn [0;9] bằng 5747.

d) Đúng. Hàm số f(x) có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [2;19] bằng -29.

Câu 3. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'.



a) $\overrightarrow{A'A} = -\overrightarrow{CC'}$

b) $\overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{CD'}$

c) $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{A'C}$

d) $\overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} = 2\overrightarrow{A'C}$

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc cộng vecto, lý thuyết các vecto bằng nhau, vecto đối nhau, quy tắc hình hộp.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Vì hai vecto $\overrightarrow{A'A}$, $\overrightarrow{CC'}$ ngược hướng và cùng độ dài.

b) Đúng. Vì hai vecto $\overrightarrow{BA'}$, $\overrightarrow{CD'}$ ngược hướng và cùng độ dài.

c) Đúng. Vì $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{A'C}$ theo quy tắc hình hộp).

d) Sai. Vì $\overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{A'C}$ theo quy tắc hình hộp).

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho vecto $\vec{a} = (2;1;-2)$, $\vec{b} = (0;-1;1)$.

a) $|\vec{a}| = 3$

b) $\vec{a} + \vec{b} = (2;0;-1)$

c) $\vec{a}.\vec{b} = -1$

d) Góc giữa hai vecto $\vec{a}, \vec{b}$ bằng 60^o

Phương pháp giải:

Sử dụng các quy tắc cộng vecto, công thức tính tích vô hướng của hai vecto, độ dài vecto, góc giữa hai vecto.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** Vì $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} = 3$.

b) **Đúng.** Vì $\vec{a} + \vec{b} = (2+0; 1-1; -2+1) = (2; 0; -1)$.

c) **Sai.** Vì $\vec{a}.\vec{b} = 2.0 + 1.(-1) - 2.1 = -3$.

d) **Sai.** Vì $\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|} = \dfrac{-3}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}.\sqrt{0^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \dfrac{-\sqrt{2}}{2}$ nên góc giữa hai vecto $\vec{a}, \vec{b}$

bằng 135^o.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{3 - 2x - x^2}$ bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

- Tính y', tìm các nghiệm của y' = 0

- Tìm giá trị y tại các điểm cực trị của hàm số và hai đầu mút của đoạn.

Lời giải chi tiết:

Tập xác định: [-3;1].

Ta có: $f'(x) = \dfrac{-2 - 2x}{2\sqrt{3 - 2x - x^2}} = \dfrac{x+1}{\sqrt{3 - 2x - x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

f(-3) = 0; f(-1) = 2; f(1) = 0.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 2.

Đáp án: 2.

Câu 2. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \dfrac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3}$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung làm tiệm cận đứng. Khi đó, giá trị của m + n bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tìm đường tiệm cận của hàm phân thức.

Lời giải chi tiết:

Đồ thị nhận trục hoành làm tiệm cận ngang, tức $n - 3 = 0 \Leftrightarrow n = 3$.

Đồ thị nhận trục tung làm tiệm cận đứng, tức $-m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = -3$.

Vậy m + n = -3 + 3 = 0.

Đáp án: 0.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho điểm A(1;4;2). Tọa độ của A' là điểm đối xứng với A qua trục Ox là (a;b;c). Tính giá trị biểu thức a + b.c.

Phương pháp giải:

Tìm hình chiếu H của A trên đường thẳng Ox rồi tìm điểm đối xứng A' của A qua H.

Lời giải chi tiết:

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng Ox, suy ra H(1;0;0).

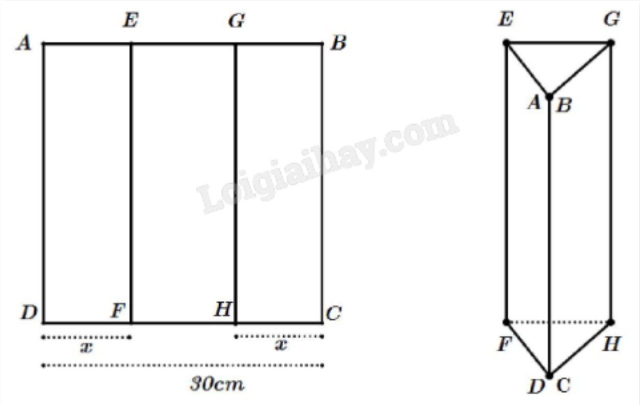
A' là điểm đối xứng với A(1;4;2) qua đường thẳng Oy.

Như vậy, H là trung điểm của AA'. Ta tìm được A'(1;-4;-2).

Vậy a + b.c = 1 + (-4).(-2) = 9.

Đáp án: 9.

Câu 4. Một tấm kẽm hình vuông ABCD có cạnh bằng 30 cm. Người ta gập tấm kẽm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau (như hình) để được một lăng trụ khuyết hai đáy.



Tìm giá trị của x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất.

Phương pháp giải:

Thiết lập hàm số biểu diễn thể tích lăng trụ theo x. Lập bảng biến thiên và tìm giá trị lớn nhất của hàm số đó.

Lời giải chi tiết:

Ta có: DF = CH = x, FH = 30 – 2x. Suy ra chu vi tam giác DHF là p = 15.

Thể tích khối lăng trụ là: $V = S_{DHF}.EF = 30\sqrt{15(15-x)(15-x)(15-30+2x)}$

$= 30\sqrt{15(15-x)^2(2x-15)}$, $x \in \left(\frac{15}{2};15\right)$.

Xét hàm số $f(x) = (15-x)^2(2x-15)$.

$f'(x) = -2(15-x)(2x-15) + 2(15-x)^2 = -2(15-x)(3x-30)$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 10 \\ x = 15 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$15/2$		10		15
y'		$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$	125	$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên, thể tích lăng trụ lớn nhất khi x = 10 (cm).

Đáp án: 10.

Câu 5. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-m+1)x+1$, m là tham số thực. Tìm m để hàm số đã cho đạt cực đại tại x = 1.

Phương pháp giải:

Hàm số đạt cực đại tại $x=x_0$ khi thỏa mãn hai điều kiện: $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)<0$.

Lời giải chi tiết:

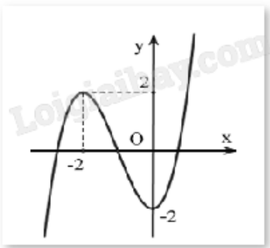
Tập xác định: D = R.

Ta có: $y'=x^2-2mx+m^2-m+1,\ y''=2x-2m$.

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại x = 2 khi $\begin{cases} y'(2)=0 \\ y''(2)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m+2=0 \\ 2-2m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m=2$.

Đáp án: 2.

Câu 6. Cho hàm số bậc ba y = f(x) có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $g(x)=f(-x^2-x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



Phương pháp giải:

Tìm số nghiệm bội lẻ của phương trình g’(x) = 0.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $g'(x)=[f(-x^2-x)]'=(-x^2-x)'f'(-x^2-x)=-(2x+1)f'(-x^2-x)$.

Dựa vào đồ thị ta thấy x = -2 và x = 0 là nghiệm của phương trình f’(x) = 0.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+1=0 \\ f'(-x^2-x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{1}{2} \\ -x^2-x=-2 \\ -x^2-x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{1}{2} \\ x=1 \\ x=-2 \\ x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$$

Vậy g(x) có 5 điểm cực trị.

Đáp án: 5.