ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 6

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 12.

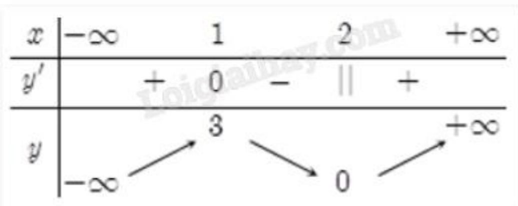
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAHAY.COM

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

1. D	2. D	3. A	4. A	5. D	6. B
7. A	8. B	9. B	10. A	11. D	12. B

Câu 1. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên R và có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây sai?



A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng (0;3)

Phương pháp giải:

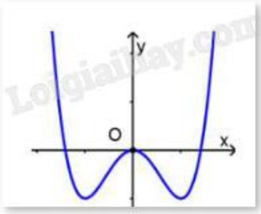
Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$; nghịch biến trên khoảng (1;2).

Đáp án D.

Câu 2. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$

B. $y=x^3-3x^2-1$

C. $y=-x^4+2x^2-1$

D. $y=x^4-2x^2$

Phương pháp giải:

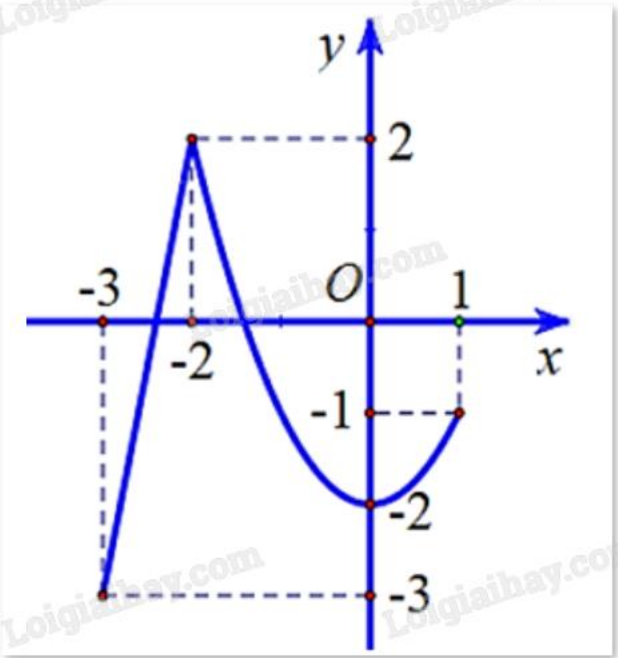
Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Ta có đây là đồ thị hàm số bậc 4 dạng $y=ax^4+bx^2+c$ vì có 3 điểm cực trị có hệ số a > 0 (vì nhánh cuối đồ thị đi lên).

Đáp án D.

Câu 3. Cho hàm số y = f(x) có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn [-3;1]. Tính M + m.

A. -1

B. -2

C. 0

D. -3

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy:

$\max\limits_{[-3;1]} f(x) = 2$, $\min\limits_{[-3;1]} g(x) = -3$. Vậy M + m = 2 + (-3) = -1.

Đáp án A.

Câu 4. Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	
y	5 ↗		$+\infty$ ‖ 4	↘	0	↗	$+\infty$

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x \to (-2)^-} f(x) = +\infty$ nên x = -2 là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5$ nên y = 5 là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị có 2 tiệm cận.

Đáp án A.

Câu 5. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 4x + 2}{-2x + 3}$ là:

A. $y = -\dfrac{1}{2}x - \dfrac{5}{4}$

B. $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{5}{4}$

C. $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{5}{4}$

D. $y = -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{5}{4}$

Phương pháp giải:

Thực hiện phép chia đa thức (ở tử) cho đa thức (ở mẫu) ta được $y = ax + b + \frac{M}{cx + d}$ (a≠0) với M là hằng số.

Đường thẳng y = ax + b (a≠0) gọi là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số y = f(x) nếu $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $\lim_{x \to -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.

Kết luận đường thẳng y = ax +b là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $y = \frac{x^2 - 4x + 2}{-2x + 3} = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4} - \frac{15}{4(-2x + 3)} = f(x)$.

Từ đó: $\lim_{x \to +\infty} \left[f(x) - \left(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{4} \right) \right] = \lim_{x \to +\infty} -\frac{15}{4(-2x + 3)} = 0$.

Vậy đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Đáp án D.

Câu 6. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ là:

A. (-1;6)

B. (-1;12)

C. (1;4)

D. (-3;28)

Phương pháp giải:

Tìm điểm thuộc đồ thị có hoành độ tại y’’=0.

Lời giải chi tiết:

$y' = 3x^2 + 6x - 9$, $y'' = 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Thay x = -1 vào hàm số, được y = 12.

Đáp án B.

Câu 7. Cho ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vecto $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$, $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng.

A. Ba vecto $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng

B. Hai vecto $\vec{x}, \vec{a}$ cùng phương

C. Hai vecto $\vec{x}, \vec{b}$ cùng phương

D. Ba vecto $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đôi một cùng phương

Phương pháp giải:

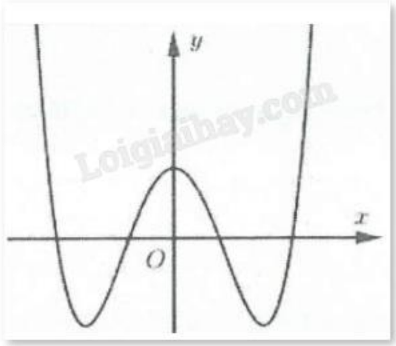
Dựa vào lý thuyết vecto cùng phương, vecto đồng phẳng.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\vec{y}=\frac{1}{2}\left(\vec{x}+\vec{z}\right)$ nên ba vecto $\vec{x},\vec{y},\vec{z}$ đồng phẳng.

Đáp án A.

Câu 8. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. a > 0, b > 0, c < 0

B. a > 0, b < 0, c > 0

C. a < 0, b > 0, c > 0

D. a > 0, b > 0, c > 0

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên hệ số a > 0. Loại đáp án C.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm (0;c) nên c > 0. Loại đáp án A.

Hàm số có 3 cực trị nên ab < 0, suy ra b < 0. Chọn B.

Đáp án B.

Câu 9. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+3}{x-1}$ là:

A. 8

B. 9

C. 1

D. 3

Phương pháp giải:

Tìm đạo hàm của hàm số sau đó tính các giá trị f(x).

Lời giải chi tiết:

Hàm số xác định trên (1;3].

$$f'(x)=\frac{x^2-2x-5}{(x+1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1+\sqrt{6}\notin(1;3]\\x=1-\sqrt{6}\notin(1;3]\end{array}\right.$$

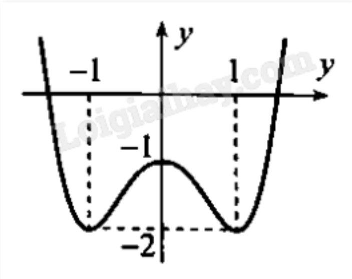
Vì $x \in \left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$ nên $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0, x=\frac{\pi}{3}$.

x	$-\infty$		$1-\sqrt{6}$		1		3		$1+\sqrt{6}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$		$-$	0	$+$	
y					$+\infty$		9				

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+2x+3}{x-1}$ bằng 9.

Đáp án B.

Câu 10. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Xác định công thức của hàm số.

A. $y=x^4-2x^2-1$

B. $y=x^4+2x^2-1$

C. $y=x^4-2x^2+1$

D. $y=-x^4-2x^2+1$

Phương pháp giải:

Dựa vào sự biến thiên, cực trị và các điểm hàm số đi qua để lập hệ phương trình tìm hệ số.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $f'(x)=4ax^3+2bx$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ (0;-1) nên c = -1.

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại điểm có tọa độ (1;-2) nên ta có:

$$\begin{cases} f'(1)=0 \\ f(1)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b=0 \\ a+b-1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$$

Vậy hàm số cần tìm là $y=x^4-2x^2-1$.

Đáp án A.

Câu 11: Cho tứ diện ABCD có AB = AC = AD và $BAC=BAD=60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$.

A. 60°

B. 45^o

C. 120^o

D. 90^o

Phương pháp giải:

Tính góc thông qua tích vô hướng của 2 vecto.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}.\left(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}\right) = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

$= AB.AD.\cos 60^o - AB.AC.\cos 60^o = 0$.

Suy ra $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right) = 90^o$.

Đáp án D.

Câu 12. Cho hai vecto $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right| = 1$ và $\vec{a}.\vec{b} = 3$. Độ dài vecto $3\vec{a} + 5\vec{b}$ là?

A. $5\sqrt{5}$

B. $\sqrt{124}$

C. 8

D. 124

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tính tích vô hướng của hai vecto và tính độ dài vecto.

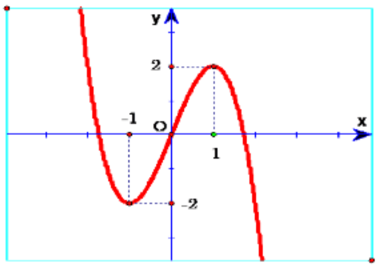
Lời giải chi tiết:

$\left(3\vec{a} + 5\vec{b}\right)^2 = 9\vec{a}^2 + 30\vec{a}\vec{b} + 25\vec{b}^2 = 9 + 90 + 25 = 124 \Rightarrow \left|3\vec{a} + 5\vec{b}\right| = \sqrt{124}$.

Đáp án B.

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số f(x) xác định trên R có đồ thị như sau:



a) Hàm số f(x) đồng biến trên (-1;1)

b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2

c) Hàm số f(x) không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất

d) Đồ thị hàm số f(x) là $y = x^3 - 3x$

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

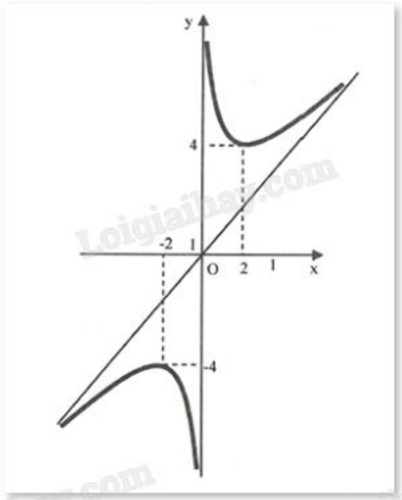
a) Đúng. Hàm số f(x) đồng biến trên (-1;1).

b) Đúng. Hàm số có 2 điểm cực trị là x = 1; x = -1.

c) Đúng. Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.

d) Sai. Đồ thị hàm số là $y = -x^3 + 3x$.

Câu 2. Cho đồ thị của hàm số f(x) như sau:



a) Đồ thị hàm số f(x) có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên

b) Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng

c) Hàm số f(x) có giá trị lớn nhất là -4

d) Đồ thị hàm số f(x) có điểm cực đại (2;4) và điểm cực tiểu (-2;-4)

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

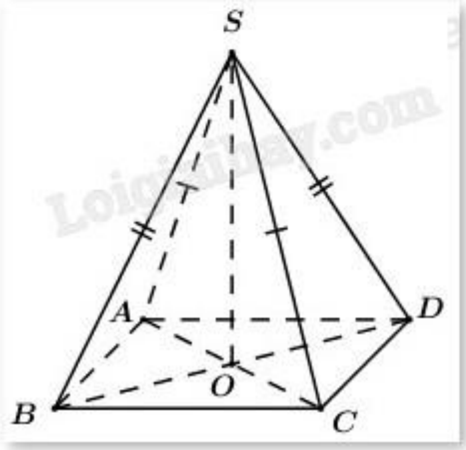
a) Đúng. Đồ thị hàm số f(x) có tiệm cận đứng x = 0 và tiệm cận xiên y = 2x.

b) Đúng. Vì gốc tọa độ O là giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị.

c) Sai. Hàm số không có giá trị lớn nhất.

d) Sai. Đồ thị hàm số f(x) có điểm cực tiểu (2;4) và điểm cực đại (-2;-4).

Câu 3. Cho hình chóp S.ABCD.



a) Tứ giác ABCD là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$

b) Tứ giác ABCD là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

c) Nếu có $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}$ thì tứ giác ABCD là hình bình hành

d) Tứ giác ABCD là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc cộng vecto, lý thuyết các vecto bằng nhau, vecto đối nhau, quy tắc hình bình hành.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$ chưa phải là điều kiện đủ để tứ giác ABCD là hình bình hành.

b) Sai. Tứ giác ABCD là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

c) Đúng. Vì $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}\Leftrightarrow\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ suy ra ABCD là hình bình hành (theo quy tắc hình bình hành).

d) Sai. Vì tứ giác ABCD là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$.

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho vecto $\vec{c}=(3;4;0)$, $d=(1;-2;2)$.

a) $\left|\vec{c}\right|=5$

b) $\vec{c}+\vec{d}=(4;2;2)$

c) $\vec{c}.\vec{d}=1$

d) Góc giữa hai vecto $\vec{c},\vec{d}$ bằng 90°

Phương pháp giải:

Sử dụng các quy tắc cộng vecto, công thức tính tích vô hướng của hai vecto, độ dài vecto, góc giữa hai vecto.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Vì $\left|\vec{c}\right|=\sqrt{3^2+4^2+0^2}=5$.

b) Đúng. Vì $\vec{c}+\vec{d}=(3+1;4-2;0+2)=(4;2;2)$.

c) Sai. Vì $\vec{c}.\vec{d} = 3.1 + 4.(-2) + 0.2 = -5$.

d) Sai. Vì $\cos\left(\vec{c},\vec{d}\right) = \dfrac{\vec{c}.\vec{d}}{\left|\vec{c}\right|.\left|\vec{d}\right|} = \dfrac{-5}{\sqrt{3^2+4^2+0^2}.\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}} = \dfrac{-1}{3}$ nên góc giữa hai vecto $\vec{c},\vec{d}$ bằng xấp xỉ 109^o.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x\sqrt{1-x^2}$ lần lượt là M, m. Tính M + m.

Phương pháp giải:

- Tính y', tìm các nghiệm của y' = 0.

- Tìm giá trị y tại các điểm cực trị của hàm số và hai đầu mút của đoạn.

Lời giải chi tiết:

Tập xác định: D = [-1;1].

Ta có: $f'(x) = \sqrt{1-x^2} - \dfrac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} = \dfrac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-\sqrt{2}}{2} \\ x = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.$

f(-1) = f(1) = 0; $f\left(\dfrac{-\sqrt{2}}{2}\right) = \dfrac{-1}{2}$; $f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = \dfrac{1}{2}$.

Vậy $M + m = \dfrac{1}{2} + \dfrac{-1}{2} = 0$.

Đáp án: 0.

Câu 2. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng 2 đường tiệm cận.

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tìm đường tiệm cận của hàm phân thức.

Lời giải chi tiết:

Ta luôn có một đường tiệm cận ngang y = 1.

Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận khi và chỉ khi $x^2 + m = 0$ có nghiệm x = 1 hoặc x = 2.

Khi x = 1 thì m = -1. Khi x = 2 thì m = -4. Vậy tổng các giá trị của m là -1 + (-4) = -5.

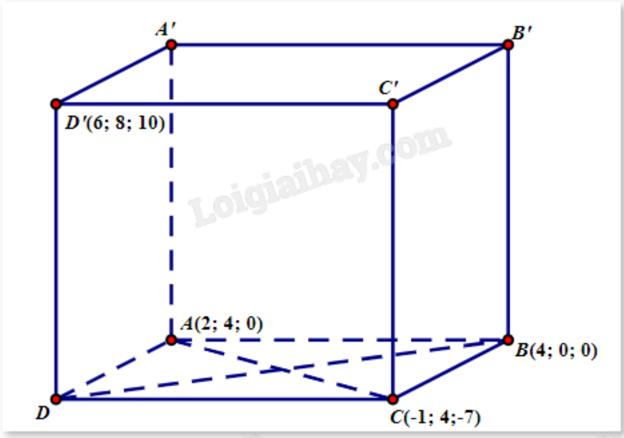
Đáp án: -5.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Biết A(2;4;0), B(4;0;0), C(-1;4;-7) và D'(6;8;10). Tổng hoành độ, tung độ, cao độ của điểm B' bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Tìm giao điểm O của AC và BD, từ đó tìm được D. Thông qua $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'}$ ta tìm được tọa độ B'.

Lời giải chi tiết:



Giả sử D(a;b;c), B'(a';b';c'). Gọi O là giao điểm của AC và BD, suy ra O là trung điểm của AC.

Từ đó, ta tính được tọa độ điểm $O\left(\frac{1}{2};4;\frac{-7}{2}\right)$.

Vì O là trung điểm của BD nên từ B(4;0;0) ta tìm được D(-3;8;-7).

Vậy, $\overrightarrow{DD'}=(9;0;17)$. Mà ABCD.A'B'C'D' là hình hộp nên $\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{DD'}=(9;0;17)$.

Mà $\overrightarrow{BB'}=(a'-4;b';c')$, suy ra a' = 13, b' = 0, c' = 17.

Vậy B'(13;0;17). Tổng hoành độ, tung độ, cao độ của điểm B' bằng 13 + 0 + 17 = 30.

Đáp án: 30.

Câu 4. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x)=0,035x^2(15-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng milligram). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị milligram) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.

Phương pháp giải:

Lập bảng biến thiên và tìm giá trị lớn nhất của hàm số.

Lời giải chi tiết:

Xét G(x) trên đoạn [0;15].

Ta có: $G(x)=0,035(15x^2-x^3)\Rightarrow G'(x)=0,035(30x-3x^2)$.

$$G'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=10\end{array}\right.$$

Mặt khác, G(15) = 0; G(10) = 17,5; G(15) = 0. Vậy x cần tìm là 10.

Đáp án: 10.

Câu 5. Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+m$ có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn OA = OB (O là gốc tọa độ) có dạng $\frac{a}{b}$ là một phân số tối giản. Tính a + b.

Phương pháp giải:

Tìm tọa điểm cực trị A, B của hàm số theo tham số m. Từ biểu thức độ dài OA = OB, tìm m.

Lời giải chi tiết:

Tập xác định: D = R.

$$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Do đó, đồ thị hàm số đã cho luôn có 2 điểm cực trị lần lượt có tọa độ là A(0; m) và B(2; -4 + m).

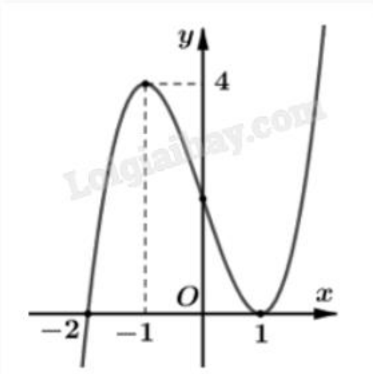
Ta có: $OA = OB \Leftrightarrow \sqrt{0^2 + m^2} = \sqrt{2^2 + (4-m)^2} \Leftrightarrow m^2 = 4 + (4-m)^2$

$$\Leftrightarrow 20 - 8m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}.$$

Vậy a = 5, b = 2. Suy ra a + b = 5 + 2 = 7.

Đáp án: 7.

Câu 6. Cho hàm số y = f(x) có đồ thị như hình:



Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$.

Phương pháp giải:

Tìm số nghiệm bội lẻ của phương trình g'(x) = 0.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $g'(x) = [f(x^2-3)]' = (x^2-3)'f'(x^2-3) = 2xf'(x^2-3)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = 0 \\ f'(x^2-3) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 3 = -2 \\ x^2 - 3 = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{array}\right.$$

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
g'		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
g			↘			↗		↘			↗		

Vì f'(x) không đổi dấu khi qua x = 1 nên g(x) có 3 điểm cực trị.

Đáp án: 3.