

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – ĐỀ SỐ 7

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

 Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 12.

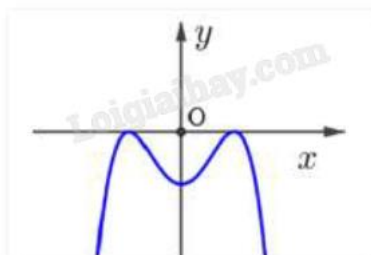
Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	-2	-3	0	$+\infty$

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-3; 0)$
- B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$
- C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 1)$
- D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Câu 2. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?

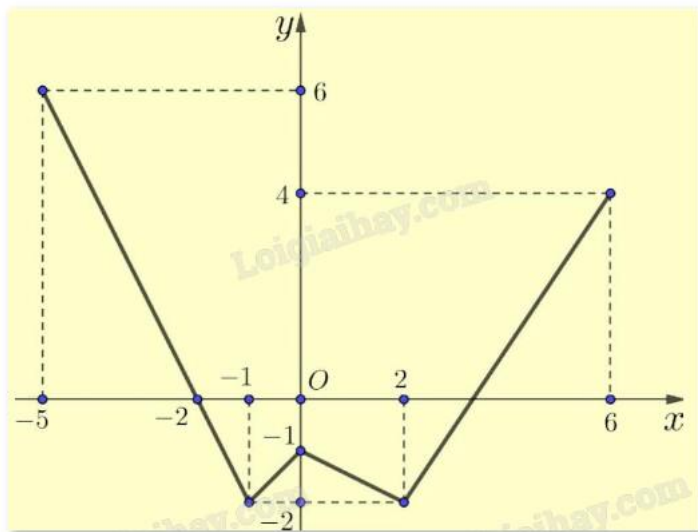


- A. $y = x^3 + 3x^2 - 1$
- B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$

D. $y = x^3 - 2x^2 + 1$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$. Tính $M + m$.

A. -1

B. -2

C. 0

D. -3

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	-		0	+
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	$-\infty$

A. 1

B. 4

C. 2

D. 3

Câu 5. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$ là:

A. $y = x - 5$

B. $y = 5x$

C. $y = x + 5$

D. $y = -x - 5$

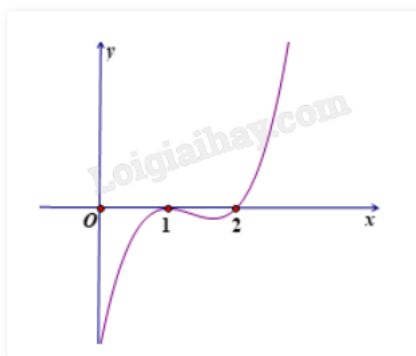
Câu 6. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là:

- A. (-1;3)
- B. (1;0)
- C. (1;-1)
- D. (0;1)

Câu 7. Cho ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

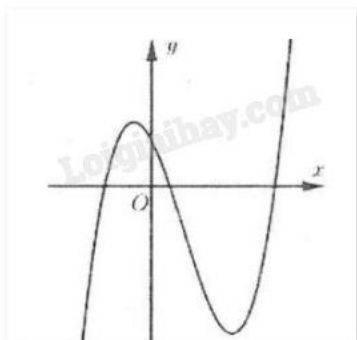
- A. Nếu $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng thì từ $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ ta suy ra $m = n = p = 0$
- B. Nếu có $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$, trong đó $m^2 + n^2 + p^2 > 0$ thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng
- C. Với ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p \neq 0$ ta có $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng
- D. Nếu giá của $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng quy thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng

Câu 8. Hình bên là đồ thị của hàm số $f(x)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(2; +\infty)$
- B. $(1; 2)$
- C. $(0; 1)$
- D. $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$

Câu 9. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$
- B. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$
- C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$
- D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

Câu 10. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-		-
y	-2	$-\infty$	-2

Xác định công thức của hàm số.

A. $y = \frac{x - 4}{2x + 2}$

B. $y = \frac{-2x - 4}{x + 1}$

C. $y = \frac{-2x + 3}{x + 1}$

D. $y = \frac{2 - x}{x + 1}$

Câu 11: Cho tứ diện hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông ABCD cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD. Số đo góc (MN,SC) bằng

A. 45°

B. 30°

C. 90°

D. 60°

Câu 12. Cho hai vecto $\vec{a}, \vec{b} \neq 0$. Xác định góc giữa hai vecto \vec{a}, \vec{b} khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

A. $\alpha = 180^\circ$

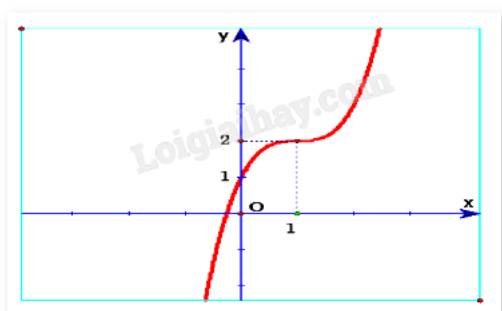
B. $\alpha = 0^\circ$

C. $\alpha = 90^\circ$

D. $\alpha = 45^\circ$

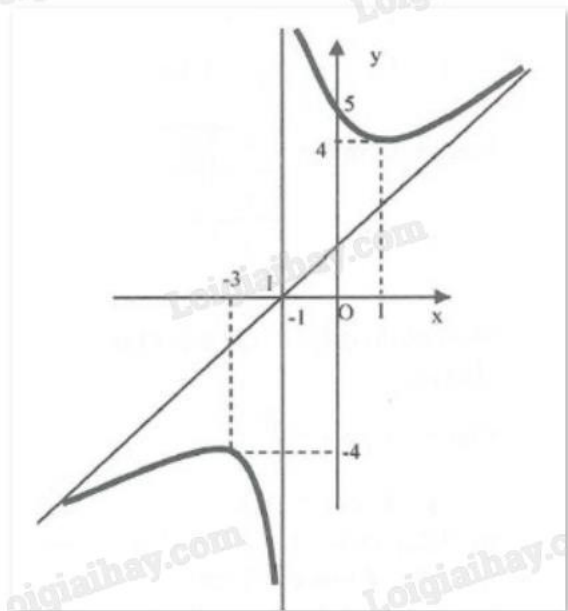
Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên R có đồ thị như sau:



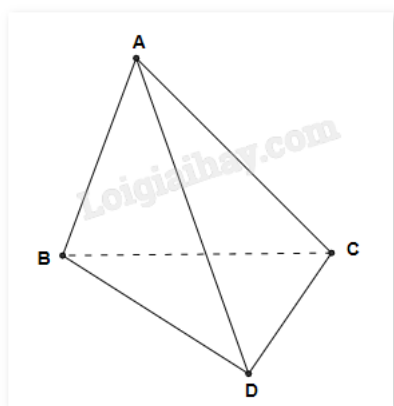
- a) Đồ thị hàm số đã cho có một 1 cực trị
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên R
- c) Điểm (1;2) là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$
- d) Đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

Câu 2. Cho đồ thị của hàm số $f(x)$ như sau:



- a) Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$
- b) Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng
- c) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$
- d) Đồ thị hàm số $f(x)$ có điểm cực đại $(-3; -4)$ và điểm cực tiểu $(1; 4)$

Câu 3. Cho tứ diện ABCD có các cạnh đều bằng a.



- a) $\vec{AD} + \vec{CB} + \vec{BC} + \vec{DA} = \vec{0}$
- b) $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -\frac{a^2}{2}$
- c) $\vec{AC} \cdot \vec{AD} = \vec{AC} \cdot \vec{CD}$
- d) $AB \perp CD$

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho vecto $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 5; 2)$, $\vec{c} = (4; -1; 3)$ và $\vec{x} = (-3; 22; 5)$.

a) $|\vec{2a}| = 14$

b) $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{74}$

c) $3\vec{a} - 2\vec{c} = (-2; 11; -3)$

d) $\vec{x} = -2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}$ lần lượt là M, m. Tính $M + 2m^2$.

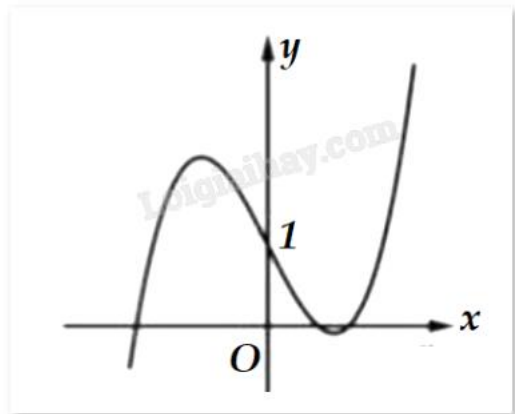
Câu 2. Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 - 4}{mx - 1}$ có tiệm cận đứng đi qua điểm A(1;4)?

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có A(1;0;1), B(2;1;2), D(1;-1;1), C'(4;5;-5). Tính tổng của hoành độ, tung độ, cao độ đỉnh A'.

Câu 4. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = 6t^2 - t^3$. Tính thời điểm t (giây) tại đó vận tốc v (m/s) của chuyển động tại giá trị lớn nhất.

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^3 - 2mx^2 + (m-2)x + 1$ không có cực trị?

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình:



Phương trình $f(x^2) = 1$ có bao nhiêu nghiệm?

----- Hết -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

1. B	2. C	3. B	4. D	5. C	6. D
7. D	8. A	9. B	10. C	11. C	12. A

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	-2	-3	0	$+\infty$

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-3; 0)$
- B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$
- C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 1)$
- D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Phương pháp giải:

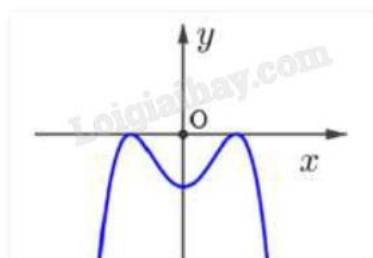
Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 1)$; nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Đáp án B.

Câu 2. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = x^3 + 3x^2 - 1$

B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$

D. $y = x^3 - 2x^2 + 1$

Phương pháp giải:

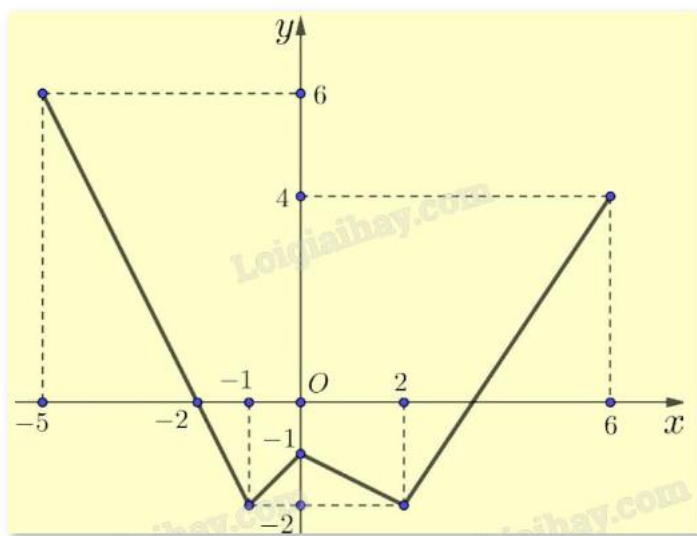
Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Ta có đây là đồ thị hàm số bậc 4 dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ vì có 3 điểm cực trị có hệ số $a < 0$ (vì nhánh cuối đồ thị đi xuống).

Đáp án C.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$. Tính $M + m$.

A. -1

B. -2

C. 0

D. -3

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy:

$$\max_{[-2;2]} f(x) = f(2) = 0, \quad \min_{[-2;2]} f(x) = f(-1) = f(2) = -2. \quad \text{Vậy } M + m = 0 + (-2) = -2.$$

Đáp án B.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	-		0	+
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	$-\infty$

- A. 1
- B. 4
- C. 2
- D. 3

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ nên $y = 1$, $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị có 3 tiệm cận.

Đáp án D.

Câu 5. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$ là:

- A. $y = x - 5$
- B. $y = 5x$
- C. $y = x + 5$
- D. $y = -x - 5$

Phương pháp giải:

Thực hiện phép chia đa thức (ở tử) cho đa thức (ở mẫu) ta được $y = ax + b + \frac{M}{cx + d}$ ($a \neq 0$) với M là hằng số.

Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) gọi là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y =$

$f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.

Kết luận đường thẳng $y = ax + b$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2} = x + 5 + \frac{10}{x - 2} = f(x)$.

Từ đó: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 5)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10}{x - 2} = 0$.

Vậy đường thẳng $y = x + 5$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Đáp án C.

Câu 6. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là:

- A. (-1;3)
- B. (1;0)
- C. (1;-1)
- D. (0;1)

Phương pháp giải:

Tìm điểm thuộc đồ thị có hoành độ tại $y''=0$.

Lời giải chi tiết:

$$y' = 3x^2 - 3, \quad y'' = 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Thay $x = 0$ vào hàm số, được $y = 1$.

Đáp án D.

Câu 7. Cho ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Nếu $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng thì từ $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ ta suy ra $m = n = p = 0$
- B. Nếu có $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$, trong đó $m^2 + n^2 + p^2 > 0$ thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng
- C. Với ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p \neq 0$ ta có $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng
- D. Nếu giá của $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng quy thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng

Phương pháp giải:

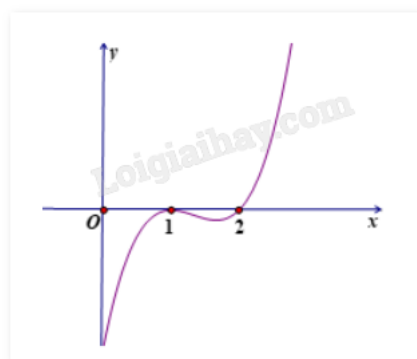
Dựa vào lý thuyết vecto cùng phương, vecto đồng phẳng.

Lời giải chi tiết:

Câu D sai. Ví dụ phản chứng: 3 cạnh của hình chóp tam giác đồng quy tại 1 đỉnh nhưng chúng không đồng phẳng.

Đáp án D.

Câu 8. Hình bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(2; +\infty)$
- B. $(1; 2)$
- C. $(0; 1)$

D. $(0;1)$ và $(2;+\infty)$

Phương pháp giải:

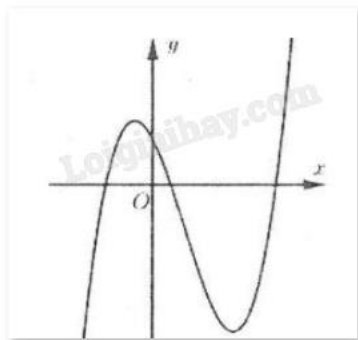
Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(x) > 0, \forall x > 2$ nên $y = f(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Đáp án A.

Câu 9. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$

B. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

Phương pháp giải:

Dựa vào sự biến thiên và cực trị của hàm số để xét dấu.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$. Loại D.

Đồ thị đi qua điểm $(0;d)$ nên $d > 0$ (vì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương).

Hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 . Dựa vào hình vẽ ta thấy $x_1 < 0, x_2 > 0$ và $x_1 + x_2 > 0$.

$$\text{Mặt khác, } y' = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0 \\ x_1x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \Rightarrow c < 0 \end{cases}$$

Đáp án B.

Câu 10. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		-	-
y	-2	$-\infty$	-2

Xác định công thức của hàm số.

A. $y = \frac{x-4}{2x+2}$

B. $y = \frac{-2x-4}{x+1}$

C. $y = \frac{-2x+3}{x+1}$

D. $y = \frac{2-x}{x+1}$

Phương pháp giải:

Dựa vào sự biến thiên, tiệm cận và các điểm hàm số đi qua để lập hệ phương trình tìm hệ số.

Lời giải chi tiết:

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = -2$. Loại A và D.

Xét hàm số $y = \frac{-2x-4}{x+1}$ có $y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$. Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định của nó.

Xét hàm số $y = \frac{-2x+3}{x+1}$ có $y' = \frac{-5}{(x+1)^2} < 0$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó.

Mà theo bảng biến thiên thì hàm số nghịch biến. Ta chọn hàm số $y = \frac{-2x+3}{x+1}$.

Đáp án C.

Câu 11: Cho tứ diện hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông ABCD cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD. Số đo góc (MN, SC) bằng

A. 45°

B. 30°

C. 90°

D. 60°

Phương pháp giải:

Tính góc thông qua tích vô hướng của 2 vecto.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AC^2 = 2a^2 = a^2 + a^2 = SA^2 + SC^2$. Suy ra ΔSAC vuông tại S.

Khi đó: $\overline{NM} \cdot \overline{SC} = \frac{1}{2} \overline{SA} \cdot \overline{SC} = 0$. Suy ra $(\overline{NM}, \overline{SC}) = 90^\circ$, tức $(MN, SC) = 90^\circ$.

Đáp án C.

Câu 12. Cho hai vecto $\vec{a}, \vec{b} \neq 0$. Xác định góc giữa hai vecto \vec{a}, \vec{b} khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

A. $\alpha = 180^\circ$

B. $\alpha = 0^\circ$

C. $\alpha = 90^\circ$

D. $\alpha = 45^\circ$

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tính tích góc giữa hai vectơ.

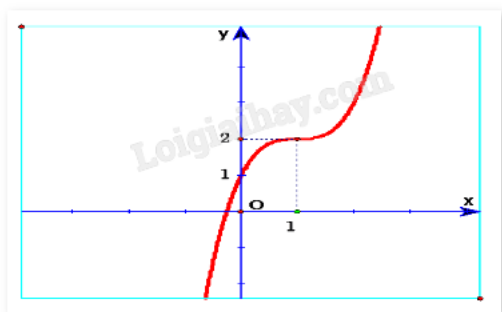
Lời giải chi tiết:

$$\text{Ta có: } \vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = -1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ.$$

Đáp án A.

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} có đồ thị như sau:



- a) Đồ thị hàm số đã cho có một 1 cực trị
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R}
- c) Điểm $(1;2)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$
- d) Đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

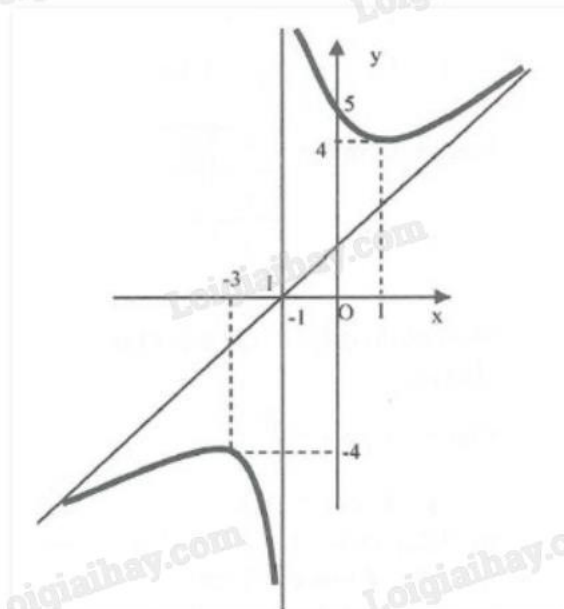
Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

- a) **Sai.** Hàm số $f(x)$ không có cực trị.
- b) **Đúng.** Hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R} .
- c) **Đúng.** Điểm $(1;2)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ vì nó là điểm uốn của đồ thị.
- d) **Sai.** Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ cắt trục tung tại điểm $(0;-1)$, còn đồ thị trên hình vẽ cắt trục tung tại điểm $(0;1)$.

Câu 2. Cho đồ thị của hàm số $f(x)$ như sau:



- a) Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$
- b) Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng
- c) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$
- d) Đồ thị hàm số $f(x)$ có điểm cực đại $(-3; -4)$ và điểm cực tiểu $(1; 4)$

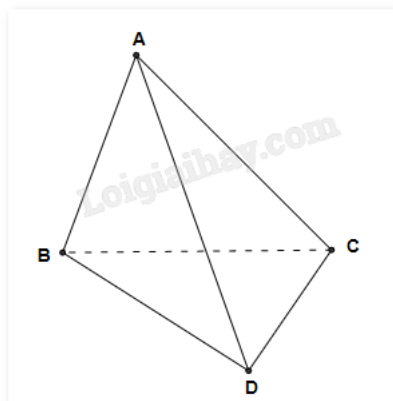
Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

- a) **Sai.** Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng $x = -1$.
- b) **Sai.** Tâm đối xứng của đồ thị là điểm $(-1; 0)$.
- c) **Sai.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$
- d) **Đúng.** Đồ thị hàm số $f(x)$ có điểm cực đại $(-3; -4)$ và điểm cực tiểu $(1; 4)$.

Câu 3. Cho tứ diện ABCD có các cạnh đều bằng a.



- a) $\vec{AD} + \vec{CB} + \vec{BC} + \vec{DA} = \vec{0}$
- b) $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -\frac{a^2}{2}$
- c) $\vec{AC} \cdot \vec{AD} = \vec{AC} \cdot \vec{CD}$

d) $AB \perp CD$

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc cộng vecto, lý thuyết các vecto bằng nhau, vecto đối nhau, công thức tính góc giữa hai vecto.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$.

b) **Đúng.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = -\frac{a^2}{2}$.

c) **Sai.** $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} = -a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = -\frac{a^2}{2}$.

d) **Đúng.** Giả sử I là trung điểm của CD thì $CD \perp (ABI)$, suy ra $CD \perp AB$.

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho vecto $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 5; 2)$, $\vec{c} = (4; -1; 3)$ và $\vec{x} = (-3; 22; 5)$.

a) $|2\vec{a}| = 14$

b) $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{74}$

c) $3\vec{a} - 2\vec{c} = (-2; 11; -3)$

d) $\vec{x} = -2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$

Phương pháp giải:

Sử dụng các quy tắc cộng vecto, công thức tính tích vô hướng của hai vecto, độ dài vecto.

Lời giải chi tiết:

a) **Sai.** Vì $|2\vec{a}| = \sqrt{4^2 + 6^2 + 2^2} = 2\sqrt{14}$.

b) **Đúng.** Vì $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{1^2 + 8^2 + 3^2} = \sqrt{74}$.

c) **Đúng.** Vì $3\vec{a} - 2\vec{c} = (6; 9; 3) - (8; -2; 6) = (-2; 11; -3)$

d) **Sai.** Đặt $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$ với $m, n, p \in \mathbb{R}$.

$$\text{Suy ra } (-3; 22; 5) = m(2; 3; 1) + n(-1; 5; 2) + p(4; -1; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - n + 4p = -3 \\ 3m + 5n - p = 22 \\ m + 2n + 3p = 5 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được $m = 2, n = 3, p = -1$. Vậy $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}$ lần lượt là M, m. Tính $M + 2m^2$.

Phương pháp giải:

- Tính y' , tìm các nghiệm của $y' = 0$.
- Tìm giá trị y tại các điểm cực trị của hàm số và hai đầu mút của đoạn.

Lời giải chi tiết:

Tập xác định: $D = [-1;1]$.

Ta có: $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{1-x}} + \frac{1}{2\sqrt{1+x}} = -\frac{\sqrt{1+x}}{2\sqrt{1-x}} + \frac{\sqrt{1-x}}{2\sqrt{1+x}} = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{1-x} = \sqrt{1+x} \Leftrightarrow x = 0$.

$f(-1) = f(1) = \sqrt{2}$; $f(0) = 2$.

Vậy $M + 2m^2 = 2 + 2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 6$.

Đáp án: 6.

Câu 2. Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 - 4}{mx - 1}$ có tiệm cận đứng đi qua điểm $A(1;4)$?

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tìm đường tiệm cận của hàm phân thức.

Lời giải chi tiết:

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = \frac{1}{m}$.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;4)$ nên $\frac{1}{m} = 1 \Leftrightarrow m = 1$.

Thử lại thấy thỏa mãn.

Đáp án: 1.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$.

Tính tổng của hoành độ, tung độ, cao độ đỉnh A' .

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc hình hộp.

Lời giải chi tiết:

Theo quy tắc hình hộp, ta có: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$, suy ra $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

Lại có: $\overrightarrow{AC'} = (3;5;-6)$, $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$, $\overrightarrow{AD} = (0;-1;0)$.

Do đó: $\overrightarrow{AA'} = (2;5;-7)$, suy ra $A'(3;5;-6)$. Tổng cần tìm là $3 + 5 + (-6) = 2$.

Đáp án: 2.

Câu 4. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = 6t^2 - t^3$. Tính thời điểm t (giây) tại đó vận tốc v (m/s) của chuyển động tại giá trị lớn nhất.

Phương pháp giải:

Lập bảng biến thiên và tìm giá trị lớn nhất của hàm số.

Lời giải chi tiết:

Theo giả thiết: $s(t) = 6t^2 - t^3, t \in (0; +\infty)$.

Vận tốc của chuyển động là $v(t) = s'(t) = 12t - 3t^2$.

Ta có: $v'(t) = 12 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

t	0	2	$+\infty$
$v'(t)$		0	
$v(t)$		12	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy vận tốc đạt giá trị lớn nhất khi $t = 2$.

Đáp án: 2.

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^3 - 2mx^2 + (m - 2)x + 1$ không có cực trị?

Phương pháp giải:

Tìm m để y' không đổi dấu.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $y' = 3mx^2 - 4mx + (m - 2)$.

- Nếu $m = 0$ thì $y' = -2 < 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số không có cực trị. Ta chọn $m = 0$.

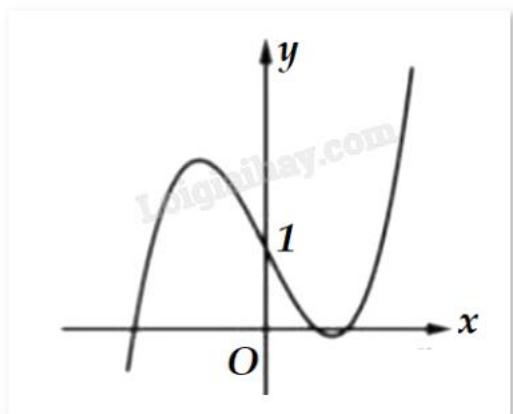
- Nếu $m \neq 0$, hàm số không có cực trị khi và chỉ khi y' không đổi dấu.

Suy ra: $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 3m(m - 2) \leq 0 \Leftrightarrow -6 \leq m < 0$ (do $m \neq 0$).

Kết luận, ta lấy m sao cho $-6 \leq m \leq 0$. Có 7 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Đáp án: 7.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình:

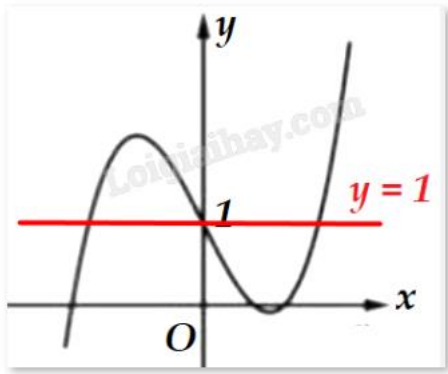


Phương trình $f(x^2) = 1$ có bao nhiêu nghiệm?

Phương pháp giải:

Sử dụng tương giao đồ thị để giải phương trình.

Lời giải chi tiết:



$$f(x^2) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = a < 0 \\ x^2 = 0 \\ x^2 = b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{b} \end{cases}$$

Vậy phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Đáp án: 3.