

## ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – ĐỀ SỐ 8

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

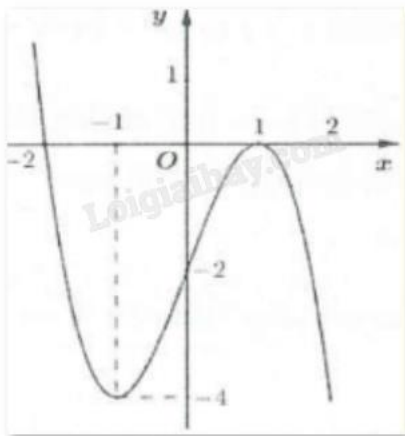
BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

 Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 12.

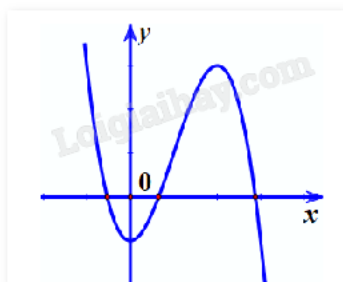
**Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đồng biến trên khoảng



- A.  $(-1;1)$
- B.  $(-\infty; -2)$
- C.  $(1; +\infty)$
- D.  $(-2;1)$

**Câu 2.** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



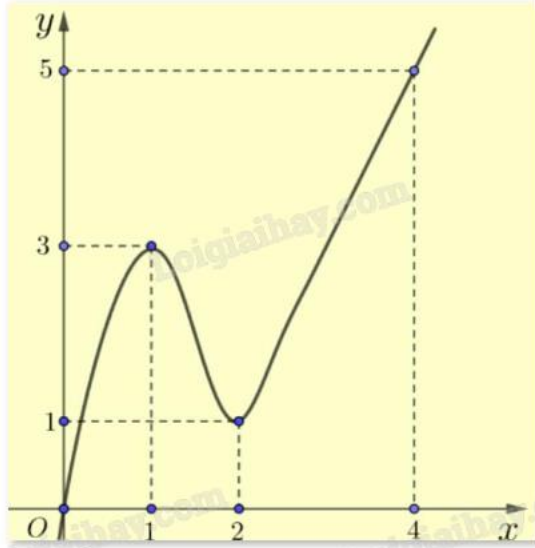
- A.  $y = x^3 - 3x^2 - 1$

B.  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$

C.  $y = x^4 - 2x^2 - 1$

D.  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[0;2]$ . Tính  $M - m$ .

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

$x$	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$y'$	+		-	+	+
$y$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	3

A. 1

B. 4

C. 2

D. 3

**Câu 5.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x}$  là:

A.  $y = x + 2$

B.  $y = -x - 2$

C.  $y = 2x$

D.  $y = 2$

**Câu 6.** Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x - 7}{x + 2}$  là:

- A. (3;-2)
- B. (-2;3)
- C. (2;-3)
- D. (-3;2)

**Câu 7.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

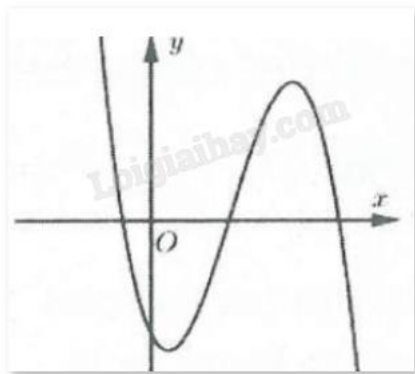
- A. Vì I là trung điểm đoạn AB nên từ O bất kì ta có:  $\vec{OI} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$
- B. Vì  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{0}$  nên bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng
- C. Vì  $\vec{NM} + \vec{NP} = \vec{0}$  nên N là trung điểm của đoạn NP
- D. Từ hệ thức  $\vec{AB} = 2\vec{AC} - 8\vec{AD}$  ta suy ra ba vecto  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$  đồng phẳng

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi hàm số đã cho là hàm số nào?

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	2
	$-\infty$		

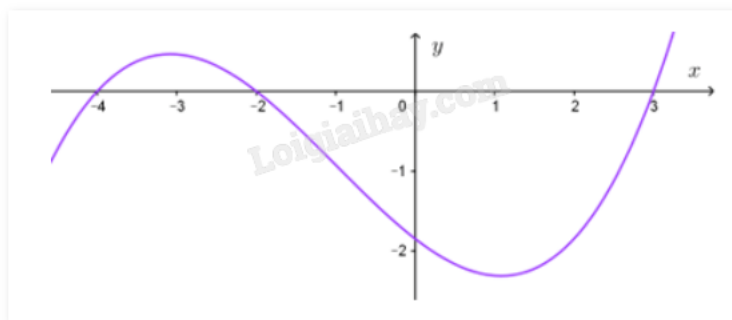
- A.  $y = \frac{2x + 1}{x - 3}$
- B.  $y = \frac{2 - x}{x + 3}$
- C.  $y = \frac{2x + 7}{x + 3}$
- D.  $y = \frac{2x - 1}{x + 3}$

**Câu 9.** Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.  $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$
- B.  $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$
- C.  $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$
- D.  $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị của đạo hàm  $y = f'(x)$  như hình bên dưới. Chọn phát biểu đúng khi nói về hàm số  $y = f(x)$ .



- A. Hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-3; 0)$
- C.  $f(0) > f(3)$
- D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

**Câu 11:** Cho hình lập phương ABCD.EFGH. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overline{AB}$  và  $\overline{EG}$  ?

- A.  $90^\circ$
- B.  $60^\circ$
- C.  $45^\circ$
- D.  $120^\circ$

**Câu 12.** Cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  thỏa mãn  $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 3, |\vec{a} - \vec{b}| = 4$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$ . Chọn khẳng định đúng?

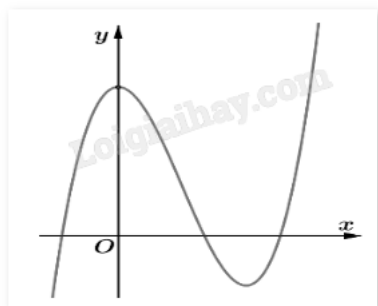
- A.  $\cos \alpha = \frac{3}{8}$
- B.  $\alpha = 30^\circ$

C.  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

D.  $\alpha = 60^\circ$

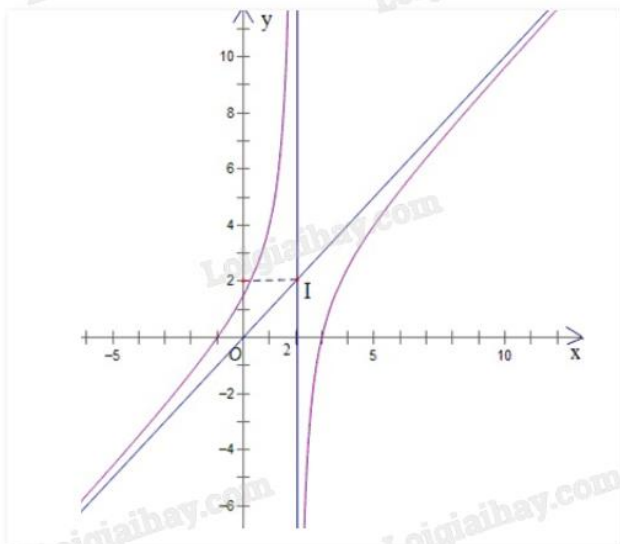
**Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị như sau:



- a) Đồ thị hàm số đã cho có hai cực trị
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$
- c) Hàm số không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất
- d) Đồ thị hàm số  $f(x)$  là  $y = \frac{2x^2 - 1}{x + 1}$

**Câu 2.** Cho đồ thị của hàm số  $f(x)$  như sau:



- a) Đồ thị hàm số  $f(x)$  là đồ thị của hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$
- b) Đồ thị hàm số nhận giao điểm  $I(2;2)$  của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng
- c) Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$
- d) Hàm số  $y = f(x)$  có hai cực trị

**Câu 3.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  tâm  $O$ .

a)  $\overline{AB} + \overline{AA'} = \overline{AD} + \overline{DD'}$

b)  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

c)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$

d)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$

**Câu 4.** Trong không gian Oxyz, biết  $\vec{c} = (x; y; z)$  vuông góc với cả hai vectơ  $\vec{a} = (1; 3; 4)$ ,  $\vec{b} = (-1; 2; 3)$ .

a)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 15$

b)  $|\vec{a}| = 5$

c)  $\vec{b}^2 = 14$

d)  $7x + y = 0$

**Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $2\cos^3 x - \frac{9}{2}\cos^2 x + 3\cos x + \frac{1}{2}$ .

**Câu 2.** Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-1}{2x-m}$  có tiệm cận đứng đi qua điểm A(1;3)?

**Câu 3.** Trong không gian Oxyz, cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có A(-3;0;0), B(0;2;0), D(0;0;1), A'(1;2;3).

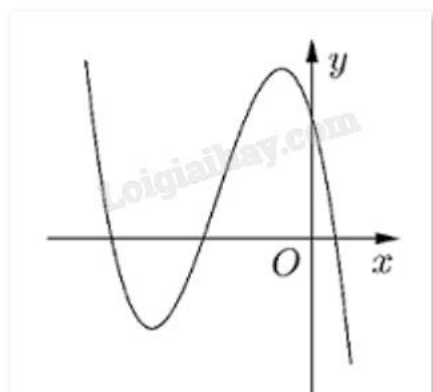
Tính tổng của hoành độ, tung độ, cao độ đỉnh C'.

**Câu 4.** Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là 300 km. Vận tốc dòng nước là 6 km/h.

Nếu vận tốc của cá bơi khi nước đứng yên là v (km/h) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức  $E(v) = cv^3t$ , trong đó c là một hằng số, E được tính bằng jun. Tìm vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất.

**Câu 5.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$  đạt cực tiểu tại  $x = 2$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình:



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

----- Hết -----



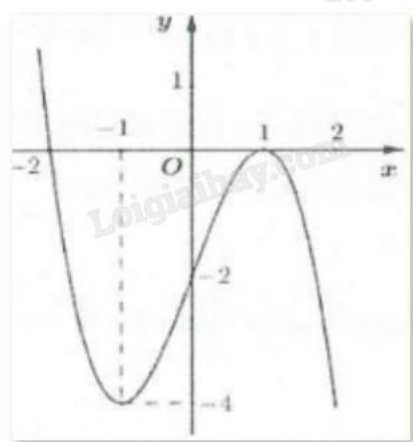
## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

**Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

1. A	2. D	3. C	4. D	5. A	6. B
7. B	8. D	9. D	10. C	11. C	12. A

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đồng biến trên khoảng



- A.  $(-1;1)$
- B.  $(-\infty; -2)$
- C.  $(1; +\infty)$
- D.  $(-2;1)$

**Phương pháp giải:**

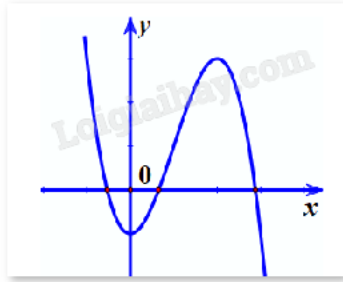
Quan sát đồ thị và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

Nhìn vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1;1)$ ; nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ .

**Đáp án A.**

**Câu 2.** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A.  $y = x^3 - 3x^2 - 1$
- B.  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$
- C.  $y = x^4 - 2x^2 - 1$
- D.  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$

**Phương pháp giải:**

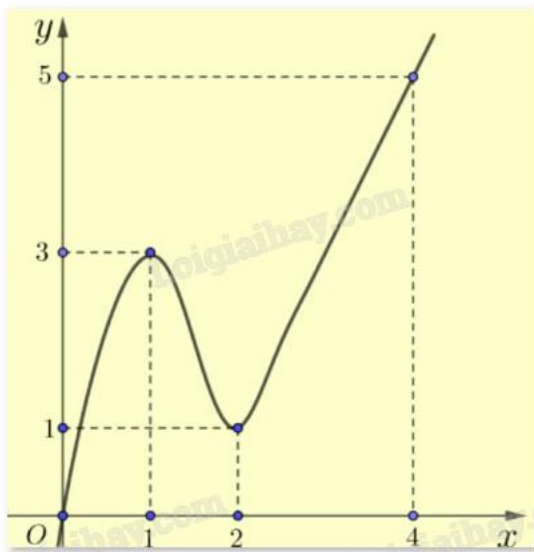
Quan sát đồ thị và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

Ta có đây là đồ thị hàm số bậc 3 dạng  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  vì có 2 điểm cực trị, hệ số  $a < 0$  (vì nhánh cuối đồ thị đi xuống).

**Đáp án D.**

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[0;2]$ . Tính  $M - m$ .

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

**Phương pháp giải:**

Quan sát đồ thị và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**



Dựa vào đồ thị ta thấy:

$$\max_{[0;2]} f(x) = f(1) = 3, \min_{[0;2]} f(x) = f(0) = 0. \text{ Vậy } M - m = 3 - 0 = 3.$$

**Đáp án C.**

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$	+		-	+	+
$y$	$-\infty$	$1$	$+\infty$	$+\infty$	$3$

A. 1

B. 4

C. 2

D. 3

**Phương pháp giải:**

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

Dựa vào bảng biến thiên ta có:  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$  nên  $x = -1, x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$  nên  $y = 3$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị có 3 tiệm cận.

**Đáp án D.**

**Câu 5.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x}$  là:

A.  $y = x + 2$

B.  $y = -x - 2$

C.  $y = 2x$

D.  $y = 2$

**Phương pháp giải:**

Thực hiện phép chia đa thức (ở tử) cho đa thức (ở mẫu) ta được  $y = ax + b + \frac{M}{cx + d}$  ( $a \neq 0$ ) với  $M$  là hằng số.

Đường thẳng  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) gọi là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y =$

$f(x)$  nếu  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$  hoặc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ .

Kết luận đường thẳng  $y = ax + b$  là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

**Lời giải chi tiết:**

$$\text{Ta có: } y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x} = x + 2 - \frac{1}{x} = f(x).$$

$$\text{Từ đó: } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x} = 0.$$

Vậy đường thẳng  $y = x + 2$  là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

**Đáp án A.**

**Câu 6.** Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x - 7}{x + 2}$  là:

A. (3;-2)

B. (-2;3)

C. (2;-3)

D. (-3;2)

**Phương pháp giải:**

Tâm đối xứng của đồ thị là giao điểm của các đường tiệm cận.

**Lời giải chi tiết:**

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -2$  và tiệm cận ngang  $y = 3$ , suy ra tâm đối xứng là giao điểm của hai tiệm cận có tọa độ  $(-2;3)$ .

**Đáp án B.**

**Câu 7.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Vì I là trung điểm đoạn AB nên từ O bất kì ta có:  $\vec{OI} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$

B. Vì  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{0}$  nên bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng

C. Vì  $\vec{NM} + \vec{NP} = \vec{0}$  nên N là trung điểm của đoạn NP

D. Từ hệ thức  $\vec{AB} = 2\vec{AC} - 8\vec{AD}$  ta suy ra ba vectơ  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$  đồng phẳng

**Phương pháp giải:**

Dựa vào lý thuyết vectơ cùng phương, vectơ đồng phẳng, quy tắc trung điểm.

**Lời giải chi tiết:**

Câu B sai vì  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{0}$  đúng với mọi điểm A, B, C, D.

**Đáp án B.**

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi hàm số đã cho là hàm số nào?

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	2

Arrows indicate that  $f(x)$  increases from 2 to  $+\infty$  as  $x$  approaches  $-3$  from the left, and decreases from  $-\infty$  to 2 as  $x$  approaches  $+\infty$  from the right.

A.  $y = \frac{2x + 1}{x - 3}$

B.  $y = \frac{2 - x}{x + 3}$

C.  $y = \frac{2x + 7}{x + 3}$

D.  $y = \frac{2x - 1}{x + 3}$

**Phương pháp giải:**

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

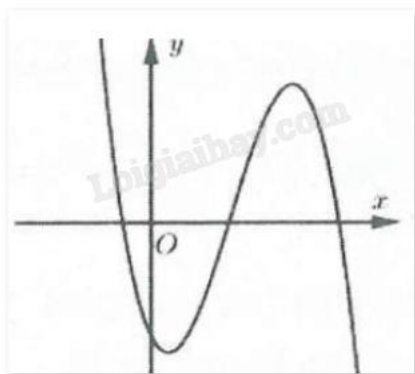
**Lời giải chi tiết:**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị nhận  $x = -3$  là tiệm cận đứng và  $y = 2$  là tiệm cận ngang. Loại A, B.  
Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

Xét hàm số  $y = \frac{2x + 7}{x + 3} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(x + 3)^2} < 0$  ( $\forall x \neq -3$ ), ta loại đáp án C.

**Đáp án D.**

**Câu 9.** Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Khẳng định nào sau đây đúng?



A.  $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$

B.  $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$

C.  $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$

D.  $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$

**Phương pháp giải:**

Dựa vào sự biến thiên và cực trị của hàm số để xét dấu.

**Lời giải chi tiết:**

Dựa vào đồ thị ta thấy  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$  nên  $a < 0$ . Loại B.

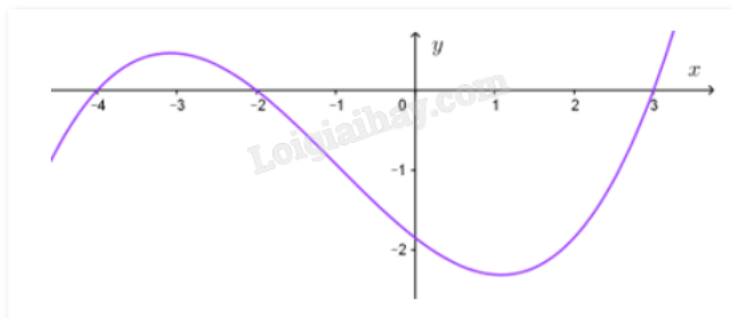
Đồ thị đi qua điểm  $(0;d)$  nên  $d < 0$  (vì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm).

Hàm số đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2$ . Dựa vào hình vẽ ta thấy  $x_1 > 0, x_2 > 0$ .

$$\text{Mặt khác, } y' = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0 \end{cases}$$

**Đáp án D.**

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị của đạo hàm  $y = f'(x)$  như hình bên dưới. Chọn phát biểu đúng khi nói về hàm số  $y = f(x)$ .



- A. Hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-3;0)$
- C.  $f(0) > f(3)$
- D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

**Phương pháp giải:**

Dựa vào sự biến thiên, cực trị, giới hạn thông qua đồ thị  $f'(x)$ .

**Lời giải chi tiết:**

Ta thấy trên khoảng  $(0;3)$ ,  $f'(x)$  mang dấu âm nên hàm số nghịch biến trên  $(0;3)$ . Suy ra  $f(0) > f(3)$ .

**Đáp án C.**

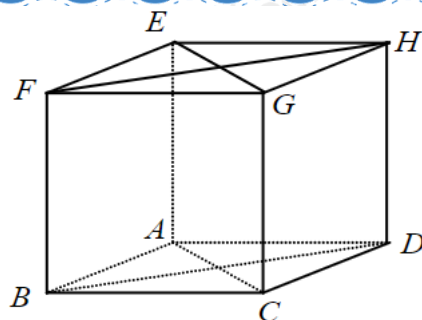
**Câu 11:** Cho hình lập phương ABCD.EFGH. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overline{AB}$  và  $\overline{EG}$  ?

- A.  $90^\circ$
- B.  $60^\circ$
- C.  $45^\circ$
- D.  $120^\circ$

**Phương pháp giải:**

Đưa về hai vecto chung gốc để xác định góc.

**Lời giải chi tiết:**



Ta có:  $EG \parallel AC$  (do  $ACGE$  là hình bình hành), suy ra  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EG}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \text{BAC} = 45^\circ$ .

**Đáp án C.**

**Câu 12.** Cho hai vecto  $\vec{a}, \vec{b}$  thỏa mãn  $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 3, |\vec{a} - \vec{b}| = 4$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vecto  $\vec{a}, \vec{b}$ . Chọn khẳng định đúng?

A.  $\cos \alpha = \frac{3}{8}$

B.  $\alpha = 30^\circ$

C.  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

D.  $\alpha = 60^\circ$

**Phương pháp giải:**

Sử dụng công thức tính tích góc giữa hai vecto.

**Lời giải chi tiết:**

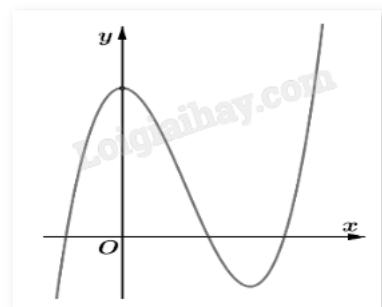
$$(\vec{a} - \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{9}{2}$$

$$\text{Do đó: } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{3}{8}$$

**Đáp án A.**

**Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị như sau:



a) Đồ thị hàm số đã cho có hai cực trị

- b) Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$   
 c) Hàm số không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất  
 d) Đồ thị hàm số  $f(x)$  là  $y = \frac{2x^2 - 1}{x + 1}$

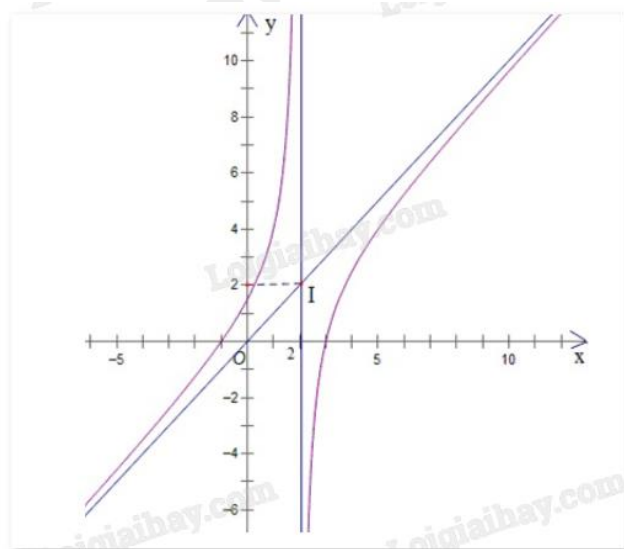
**Phương pháp giải:**

Quan sát đồ thị và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

- a) **Đúng.** Hàm số  $f(x)$  có hai cực trị.  
 b) **Sai.** Hàm số có khoảng nghịch biến.  
 c) **Đúng.** Hàm số không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.  
 d) **Sai.** Đồ thị có dạng của hàm số bậc 3.

**Câu 2.** Cho đồ thị của hàm số  $f(x)$  như sau:



- a) Đồ thị hàm số  $f(x)$  là đồ thị của hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$   
 b) Đồ thị hàm số nhận giao điểm  $I(2;2)$  của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng  
 c) Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$   
 d) Hàm số  $y = f(x)$  có hai cực trị

**Phương pháp giải:**

Quan sát đồ thị và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

- a) **Sai.** Đồ thị  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$  có tiệm cận đứng là  $x = 1$ . Tiệm cận đứng của đồ thị trên hình là  $x = 2$ .  
 b) **Đúng.** Đồ thị hàm số nhận giao điểm  $I(2;2)$  của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.  
 c) **Đúng.** Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .  
 d) **Sai.** Hàm số không có cực trị.

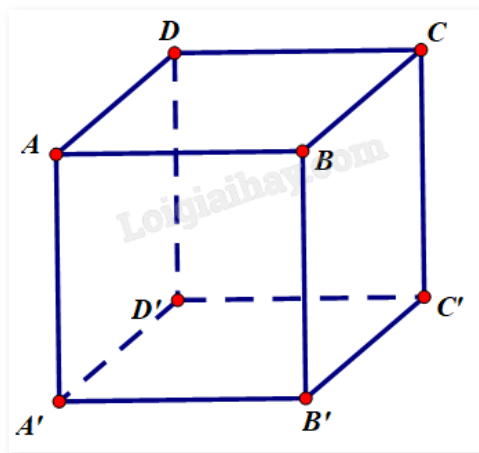
**Câu 3.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  tâm  $O$ .

- a)  $\vec{AB} + \vec{AA}' = \vec{AD} + \vec{DD}'$   
 b)  $\vec{AC}' = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA}'$   
 c)  $\vec{AB} + \vec{BC}' + \vec{CD} + \vec{D'A} = \vec{0}$   
 d)  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CC}' = \vec{AD}' + \vec{D'O} + \vec{OC}'$

**Phương pháp giải:**

Sử dụng quy tắc cộng vecto, lý thuyết các vecto bằng nhau, vecto đối nhau, quy tắc ba điểm, quy tắc hình hộp.

**Lời giải chi tiết:**



- a) Sai.  $\vec{AB} + \vec{AA}' = \vec{AB}'$ ,  $\vec{AD} + \vec{DD}' = \vec{AD}'$ , mà  $\vec{AB}' \neq \vec{AD}'$  nên  $\vec{AB} + \vec{AA}' = \vec{AD} + \vec{DD}'$  sai.  
 b) Đúng. Theo quy tắc hình hộp:  $\vec{AC}' = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA}'$ .  
 c) Đúng.  $(\vec{AB} + \vec{CD}) + (\vec{BC}' + \vec{D'A}) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$ .  
 d) Đúng.  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CC}' = \vec{AC}'$ ,  $\vec{AD}' + \vec{D'O} + \vec{OC}' = \vec{AC}'$ , suy ra  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CC}' = \vec{AD}' + \vec{D'O} + \vec{OC}'$ .

**Câu 4.** Trong không gian Oxyz, biết  $\vec{c} = (x; y; z)$  vuông góc với cả hai vecto  $\vec{a} = (1; 3; 4)$ ,  $\vec{b} = (-1; 2; 3)$ .

- a)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 15$   
 b)  $|\vec{a}| = 5$   
 c)  $\vec{b}^2 = 14$   
 d)  $7x + y = 0$

**Phương pháp giải:**

Sử dụng các quy tắc cộng vecto, công thức tính tích vô hướng của hai vecto, độ dài vecto.

**Lời giải chi tiết:**

- a) Sai. Vì  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 17$ .  
 b) Sai. Vì  $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{26}$ .

c) **Đúng.** Vì  $\vec{b}^2 = |\vec{b}|^2 = (-1)^2 + 2^2 + 3^2 = 14$ .

d) **Đúng.** Theo giả thiết ta có  $\vec{c} = (x; y; z) \neq \vec{0}$  và vuông góc với cả hai vectơ  $\vec{a} = (1; 3; 4)$  và  $\vec{b} = (-1; 2; 3)$

$$\text{nên } \begin{cases} \vec{c} \cdot \vec{a} = 0 \\ \vec{c} \cdot \vec{b} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1x + 3y + 4z = 0 \\ -1x + 2y + 3z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1x + 3y + 4z = 0 \\ 5y + 7z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1x + 3y + 4 \cdot \frac{-5}{7}y = 0 \\ z = \frac{-5}{7}y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x + y = 0 \\ 5y + 7z = 0 \end{cases}$$

**Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $2\cos^3 x - \frac{9}{2}\cos^2 x + 3\cos x + \frac{1}{2}$ .

**Phương pháp giải:**

- Tính  $y'$ , tìm các nghiệm của  $y' = 0$ .
- Tìm giá trị  $y$  tại các điểm cực trị của hàm số và hai đầu mút của đoạn.

**Lời giải chi tiết:**

Đặt  $t = \cos x \in [-1; 1]$ , khi đó  $y = f(t) = 2t^3 - \frac{9}{2}t^2 + 3t + \frac{1}{2}$ .

Ta có:  $f'(t) = 8t^2 - 9t + 3 > 0 \quad \forall t$ .

Suy ra hàm  $f(t)$  đồng biến trên  $(-1; 1)$ , do đó giá trị nhỏ nhất của hàm số là  $f(-1) = 1$ .

**Đáp án: 1.**

**Câu 2.** Với giá trị nào của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-1}{2x-m}$  có tiệm cận đứng đi qua điểm  $A(1;3)$ ?

**Phương pháp giải:**

Sử dụng quy tắc tìm đường tiệm cận của hàm phân thức.

**Lời giải chi tiết:**

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là  $x = \frac{m}{2}$ .

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(1;3)$  nên  $\frac{m}{2} = 1 \Leftrightarrow m = 2$ .

Thử lại thấy thỏa mãn.

**Đáp án: 2.**

**Câu 3.** Trong không gian Oxyz, cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có  $A(-3;0;0)$ ,  $B(0;2;0)$ ,  $D(0;0;1)$ ,  $A'(1;2;3)$ .

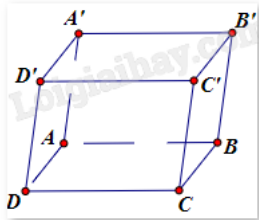
Tính tổng của hoành độ, tung độ, cao độ đỉnh C'.

**Phương pháp giải:**

Sử dụng quy tắc hình hộp.

**Lời giải chi tiết:**





Gọi  $C'(x;y;z)$ . Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (3; 2; 0)$ ,  $\overrightarrow{AD} = (3; 0; 1)$ ,  $\overrightarrow{AA'} = (4; 2; 3)$ .

Mà  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ , suy ra  $\overrightarrow{AC'} = (10; 4; 4)$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x = 10 + 3 \\ y = 4 - 0 \\ z = 4 - 0 \end{cases}, \text{ vậy } C'(13; 4; 4).$$

Vậy tổng cần tìm là  $13 + 4 + 4 = 21$ .

**Đáp án: 21.**

**Câu 4.** Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là 300 km. Vận tốc dòng nước là 6 km/h. Nếu vận tốc của cá bơi khi nước đứng yên là  $v$  (km/h) thì năng lượng tiêu hao của cá trong  $t$  giờ được cho bởi công thức  $E(v) = cv^3t$ , trong đó  $c$  là một hằng số,  $E$  được tính bằng jun. Tìm vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất.

**Phương pháp giải:**

Thiết lập hàm số tính năng lượng với thời gian  $t$  khi cá bơi ngược dòng. Lập bảng biến thiên và tìm giá trị lớn nhất của hàm số.

**Lời giải chi tiết:**

Vận tốc cá bơi khi ngược dòng là  $v - 6$  (km/h). Thời gian cá bơi để vượt khoảng cách 300 km là  $t = \frac{300}{v - 6}$  (giờ).

Năng lượng tiêu hao của cá để vượt khoảng cách đó là  $E(v) = cv^3 \cdot \frac{300}{v - 6} = 300c \cdot \frac{v^3}{v - 6}$  (jun),  $v > 6$ .

$$\text{Ta có: } E'(v) = 600cv^2 \frac{v - 9}{(v - 6)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} v = 0 \\ v = 9 \end{cases}$$

Loại  $v = 0$  vì  $v > 6$ .

$v$	6	9	$+\infty$
$E'(v)$		-	+
$E(v)$	$+\infty$	$E(9)$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để tiêu hao ít năng lượng nhất, cá phải bơi với vận tốc (khi nước đứng yên) là 9 (km/h).

**Đáp án: 9.**

**Câu 5.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$  đạt cực tiểu tại  $x = 2$ .

**Phương pháp giải:**

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = x_0$  khi thỏa mãn hai điều kiện:  $y'(x_0) = 0$  và  $y''(x_0) > 0$ .

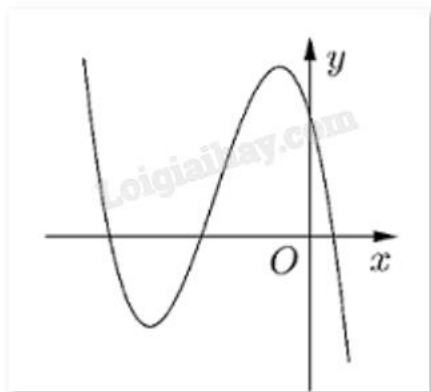
**Lời giải chi tiết:**

Ta có:  $y' = 3x^2 - 6x + m$ ,  $y'' = 6x - 6$

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$  khi và chỉ khi  $\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$ .

**Đáp án: 0.**

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình:



Có bao nhiêu số dương trong các số  $a, b, c, d$ ?

**Phương pháp giải:**

Dựa vào sự biến thiên, dấu của cực trị hàm số để xét dấu  $a, b, c, d$ .

**Lời giải chi tiết:**

Ta thấy  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$  nên  $a < 0$ .

Đồ thị cắt trục  $Oy$  tại điểm có tung độ dương nên  $d > 0$ .

Ta có:  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ . Hàm số đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2 < 0$  nên:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} > 0 \Rightarrow b < 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0 \end{cases} \quad (\text{do } a < 0)$$

Vậy có 1 số dương  $d$ .

**Đáp án: 1.**