ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 8

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 12.

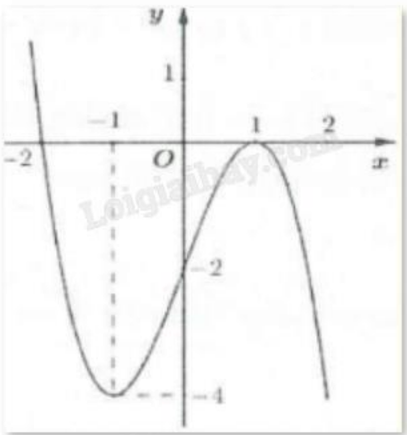
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAHAY.COM

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

1. A	2. D	3. C	4. D	5. A	6. B
7. B	8. D	9. D	10. C	11. C	12. A

Câu 1. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên R và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đồng biến trên khoảng



A. $(-1;1)$

B. $(-\infty;-2)$

C. $(1;+\infty)$

D. $(-2;1)$

Phương pháp giải:

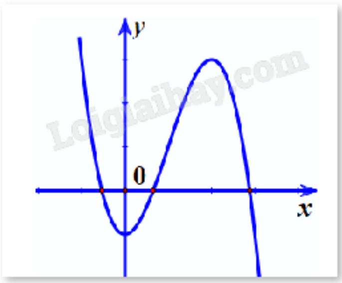
Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Nhìn vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đã cho đồng biến trên khoảng (-1;1); nghịch biến trên khoảng (-∞;-1) và (1;+∞).

Đáp án A.

Câu 2. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$

C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$

Phương pháp giải:

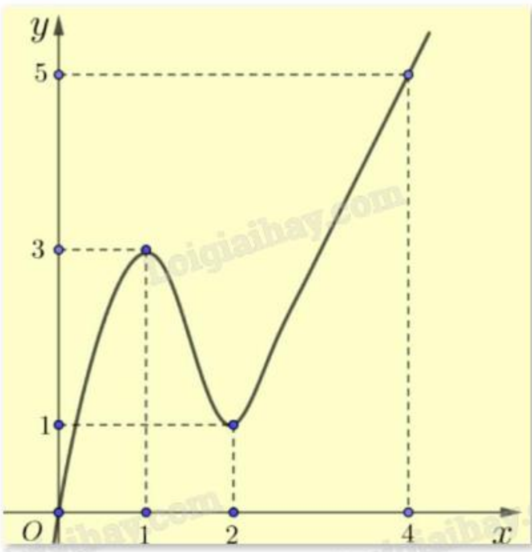
Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Ta có đây là đồ thị hàm số bậc 3 dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ vì có 2 điểm cực trị, hệ số a < 0 (vì nhánh cuối đồ thị đi xuống).

Đáp án D.

Câu 3. Cho hàm số y = f(x) có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn [0;2]. Tính M - m.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

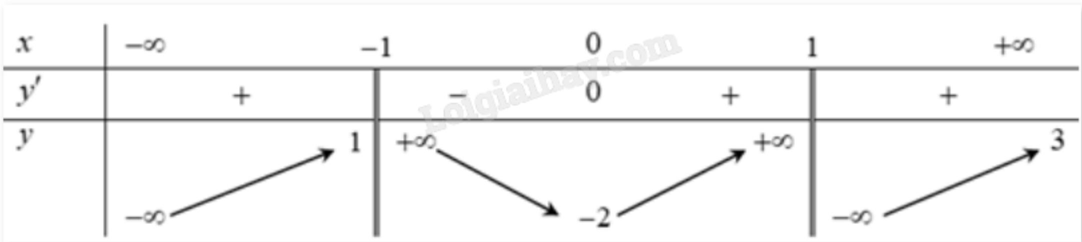
Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy:

$\max\limits_{[0;2]} f(x) = f(1) = 3$, $\min\limits_{[0;2]} f(x) = f(0) = 0$. Vậy M – m = 3 – 0 = 3.

Đáp án C.

Câu 4. Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 1

B. 4

C. 2

D. 3

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$ nên x = -1, x = 1 là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$ nên y = 3 là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị có 3 tiệm cận.

Đáp án D.

Câu 5. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2x - 1}{x}$ là:

A. $y = x + 2$

B. $y = -x - 2$

C. $y = 2x$

D. $y = 2$

Phương pháp giải:

Thực hiện phép chia đa thức (ở tử) cho đa thức (ở mẫu) ta được $y = ax + b + \frac{M}{cx + d}$ (a≠0) với M là hằng số.

Đường thẳng y = ax + b (a≠0) gọi là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số y = f(x) nếu $\lim\limits_{x \to +\infty}\left[f(x) - (ax + b)\right] = 0$ hoặc $\lim\limits_{x \to -\infty}\left[f(x) - (ax + b)\right] = 0$.

Kết luận đường thẳng y = ax +b là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x} = x + 2 - \frac{1}{x} = f(x)$.

Từ đó: $\lim\limits_{x \to +\infty}\left[f(x) - (x + 2)\right] = \lim\limits_{x \to +\infty}\frac{-1}{x} = 0$.

Vậy đường thẳng $y = x + 2$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Đáp án A.

Câu 6. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x - 7}{x + 2}$ là:

A. (3;-2)

B. (-2;3)

C. (2;-3)

D. (-3;2)

Phương pháp giải:

Tâm đối xứng của đồ thị là giao điểm của các đường tiệm cận.

Lời giải chi tiết:

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng x = -2 và tiệm cận ngang y = 3, suy ra tâm đối xứng là giao điểm của hai tiệm cận có tọa độ (-2;3).

Đáp án B.

Câu 7. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Vì I là trung điểm đoạn AB nên từ O bất kì ta có: $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)$

B. Vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ nên bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng

C. Vì $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP} = \vec{0}$ nên N là trung điểm của đoạn NP

D. Từ hệ thức $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC} - 8\overrightarrow{AD}$ ta suy ra ba vecto $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng

Phương pháp giải:

Dựa vào lý thuyết vecto cùng phương, vecto đồng phẳng, quy tắc trung điểm.

Lời giải chi tiết:

Câu B sai vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ đúng với mọi điểm A, B, C, D.

Đáp án B.

Câu 8. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi hàm số đã cho là hàm số nào?

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$ $+\infty$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	2

A. $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$

B. $y=\dfrac{2-x}{x+3}$

C. $y=\dfrac{2x+7}{x+3}$

D. $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

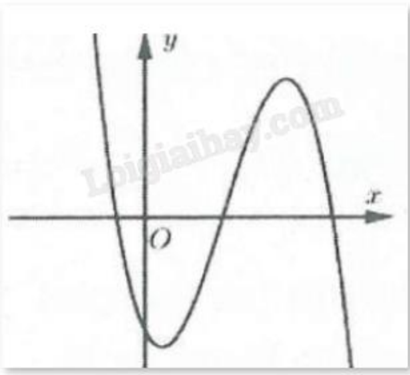
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị nhận x = -3 là tiệm cận đứng và y = 2 là tiệm cận ngang. Loại A, B.

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

Xét hàm số $y=\dfrac{2x+7}{x+3}\Rightarrow y'=\dfrac{-1}{(x+3)^2}<0\ \ (\forall x\ne -3)$, ta loại đáp án C.

Đáp án D.

Câu 9. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. a < 0, b < 0, c > 0, d < 0

B. a > 0, b > 0, c < 0, d < 0

C. a < 0, b < 0, c < 0, d > 0

D. a < 0, b > 0, c < 0, d < 0

Phương pháp giải:

Dựa vào sự biến thiên và cực trị của hàm số để xét dấu.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy $\lim_{x\to+\infty} y = -\infty$ nên a < 0. Loại B.

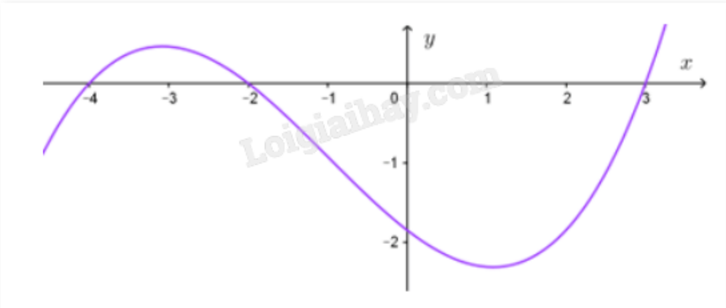
Đồ thị đi qua điểm (0;d) nên d < 0 (vì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm).

Hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2. Dựa vào hình vẽ ta thấy $x_1 > 0, x_2 > 0$.

Mặt khác, $y' = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0 \\ x_1x_2 = \dfrac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0 \end{cases}$

Đáp án D.

Câu 10. Cho hàm số y = f(x) xác định và liên tục trên R và có đồ thị của đạo hàm y = f'(x) như hình bên dưới. Chọn phát biểu đúng khi nói về hàm số y = f(x).



A. Hàm số y = f(x) có hai điểm cực trị

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng (-3;0)

C. f(0) > f(3)

D. $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

Phương pháp giải:

Dựa vào sự biến thiên, cực trị, giới hạn thông qua đồ thị f'(x).

Lời giải chi tiết:

Ta thấy trên khoảng (0;3), f'(x) mang dấu âm nên hàm số nghịch biến trên (0;3). Suy ra f(0) > f(3).

Đáp án C.

Câu 11: Cho hình lập phương ABCD.EFGH. Hãy xác định góc giữa cặp vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$?

A. 90^o

B. 60^o

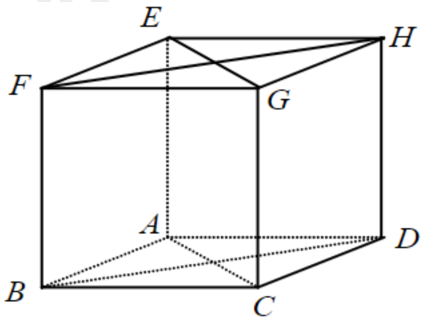
C. 45^o

D. 120^o

Phương pháp giải:

Đưa về hai vecto chung gốc để xác định góc.

Lời giải chi tiết:



Ta có: EG//AC (do ACGE là hình bình hành), suy ra $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{EG}\right)=\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=BAC=45^o$.

Đáp án C.

Câu 12. Cho hai vecto $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right|=4$, $\left|\vec{b}\right|=3$, $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=4$. Gọi α là góc giữa hai vecto $\vec{a},\vec{b}$. Chọn khẳng định đúng?

A. $\cos\alpha=\dfrac{3}{8}$

B. $\alpha=30^o$

C. $\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$

D. $\alpha=60^o$

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tính tích góc giữa hai vecto.

Lời giải chi tiết:

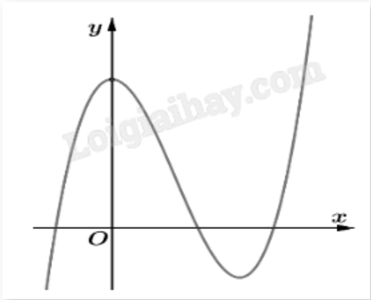
$\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2-2\vec{a}.\vec{b}\Rightarrow\vec{a}.\vec{b}=\dfrac{9}{2}$.

Do đó: $\cos(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{3}{8}$.

Đáp án A.

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số f(x) xác định trên R có đồ thị như sau:



a) Đồ thị hàm số đã cho có hai cực trị

b) Hàm số đã cho đồng biến trên R

c) Hàm số không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất

d) Đồ thị hàm số f(x) là $y = \frac{2x^2 - 1}{x + 1}$

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

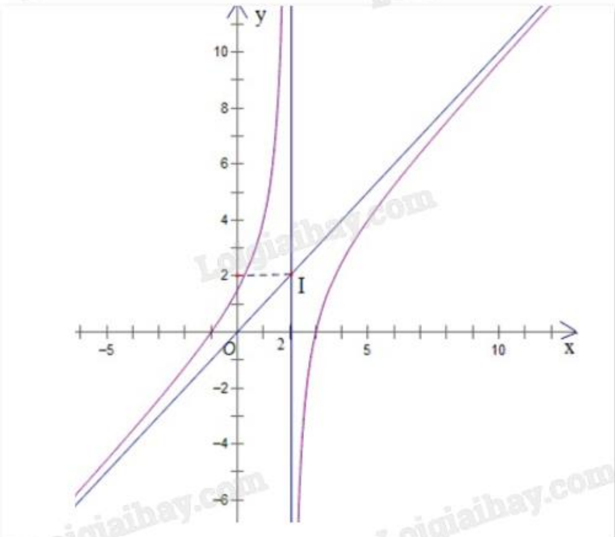
a) Đúng. Hàm số f(x) có hai cực trị.

b) Sai. Hàm số có khoảng nghịch biến.

c) Đúng. Hàm số không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.

d) Sai. Đồ thị có dạng của hàm số bậc 3.

Câu 2. Cho đồ thị của hàm số f(x) như sau:



a) Đồ thị hàm số f(x) là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$

b) Đồ thị hàm số nhận giao điểm I(2;2) của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng

c) Hàm số f(x) đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$

d) Hàm số y = f(x) có hai cực trị

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Đồ thị $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x-1}$ có tiệm cận đứng là x = 1. Tiệm cận đứng của đồ thị trên hình là x = 2.

b) Đúng. Đồ thị hàm số nhận giao điểm I(2;2) của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

c) Đúng. Hàm số f(x) đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

d) Sai. Hàm số không có cực trị.

Câu 3. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' tâm O.

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}$

b) $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$

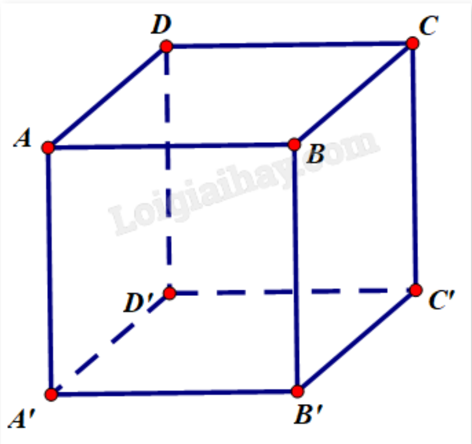
c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A}=\vec{0}$

d) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AD'}+\overrightarrow{D'O}+\overrightarrow{OC'}$

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc cộng vecto, lý thuyết các vecto bằng nhau, vecto đối nhau, quy tắc ba điểm, quy tắc hình hộp.

Lời giải chi tiết:



a) Sai. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AB'}$, $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{AD'}$, mà $\overrightarrow{AB'}\neq\overrightarrow{AD'}$ nên $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}$ sai.

b) Đúng. Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.

c) Đúng. $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD})+(\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{D'A})=\vec{0}\Leftrightarrow\vec{0}+\vec{0}=\vec{0}$.

d) Đúng. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AC'}$, $\overrightarrow{AD'}+\overrightarrow{D'O}+\overrightarrow{OC'}=\overrightarrow{AC'}$, suy ra

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AD'}+\overrightarrow{D'O}+\overrightarrow{OC'}$.

Câu 4. Trong không gian Oxyz, biết $\vec{c}=(x;y;z)$ vuông góc với cả hai vecto $\vec{a}=(1;3;4)$, $\vec{b}=(-1;2;3)$.

a) $\vec{a}.\vec{b}=15$

b) $\left|\vec{a}\right|=5$

c) $\vec{b}^2=14$

d) $7x+y=0$

Phương pháp giải:

Sử dụng các quy tắc cộng vecto, công thức tính tích vô hướng của hai vecto, độ dài vecto.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Vì $\vec{a}.\vec{b}=1.(-1)+3.2+4.3=17$.

b) Sai. Vì $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{1^2+3^2+4^2}=\sqrt{26}$.

c) Đúng. Vì $\vec{b}^2=\left|\vec{b}\right|^2=(-1)^2+2^2+3^3=14$.

d) Đúng. Theo giả thiết ta có $\vec{c}=(x;y;z)\neq\vec{0}$ và vuông góc với cả hai vecto $\vec{a}=(1;3;4)$ và $\vec{b}=(-1;2;3)$

nên $\begin{cases}\vec{c}.\vec{a}=0\\ \vec{c}.\vec{b}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1x+3y+4z=0\\ -1x+2y+3z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1x+3y+4z=0\\ 5y+7z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1x+3y+4\dfrac{-5}{7}y=0\\ z=\dfrac{-5}{7}y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7x+y=0\\ 5y+7z=0\end{cases}$

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $2\cos^3 x-\dfrac{9}{2}\cos^2 x+3\cos x+\dfrac{1}{2}$.

Phương pháp giải:

- Tính y', tìm các nghiệm của y' = 0.

- Tìm giá trị y tại các điểm cực trị của hàm số và hai đầu mút của đoạn.

Lời giải chi tiết:

Đặt $t=\cos x\in[-1;1]$, khi đó $y=f(t)=2t^3-\dfrac{9}{2}t^2+3t+\dfrac{1}{2}$.

Ta có: $f'(t)=8t^2-9t+3>0\ \ \forall t$.

Suy ra hàm f(t) đồng biến trên (-1;1), do đó giá trị nhỏ nhất của hàm số là f(-1) = 1.

Đáp án: 1.

Câu 2. Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{2x-m}$ có tiệm cận đứng đi qua điểm A(1;3)?

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tìm đường tiệm cận của hàm phân thức.

Lời giải chi tiết:

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=\dfrac{m}{2}$.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm A(1;3) nên $\dfrac{m}{2}=1\Leftrightarrow m=2$.

Thử lại thấy thỏa mãn.

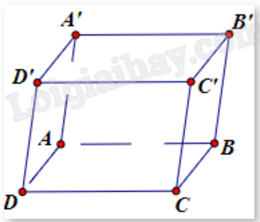
Đáp án: 2.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có A(-3;0;0), B(0;2;0), D(0;0;1), A'(1;2;3). Tính tổng của hoành độ, tung độ, cao độ đỉnh C'.

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc hình hộp.

Lời giải chi tiết:



Gọi C'(x;y;z). Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3;2;0)$, $\overrightarrow{AD} = (3;0;1)$, $\overrightarrow{AA'} = (4;2;3)$.

Mà $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$, suy ra $\overrightarrow{AC'} = (10;4;4)$.

Ta có: $\begin{cases} x = 10 + 3 \\ y = 4 - 0 \\ z = 4 - 0 \end{cases}$, vậy C'(13;4;4).

Vậy tổng cần tìm là 13 + 4 + 4 = 21.

Đáp án: 21.

Câu 4. Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là 300 km. Vận tốc dòng nước là 6 km/h. Nếu vận tốc của cá bơi khi nước đứng yên là v (km/h) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là một hằng số, E được tính bằng jun. Tìm vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất.

Phương pháp giải:

Thiết lập hàm số tính năng lượng với thời gian t khi cá bơi ngược dòng. Lập bảng biến thiên và tìm giá trị lớn nhất của hàm số.

Lời giải chi tiết:

Vận tốc cá bơi khi ngược dòng là v – 6 (km/h). Thời gian cá bơi để vượt khoảng cách 300 km là $t = \dfrac{300}{v-6}$ (giờ).

Năng lương tiêu hao của cá để vượt khoảng cách đó là $E(v) = cv^3.\dfrac{300}{v-6} = 300c.\dfrac{v^3}{v-6}$ (jun), v > 6.

Ta có: $E'(v) = 600cv^2\dfrac{v-9}{(v-6)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v = 0 \\ v = 9 \end{array}\right.$

Loại v = 0 vì v > 6.

v	6		9		$+\infty$
$E'(v)$		$-$	0	$+$	
$E(v)$	$+\infty$	$\searrow$	$E(9)$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để tiêu hao ít năng lượng nhất, cá phải bơi với vận tốc (khi nước đứng yên) là 9 (km/h).

Đáp án: 9.

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ đạt cực tiểu tại x = 2.

Phương pháp giải:

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = x_0$ khi thỏa mãn hai điều kiện: $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) > 0$.

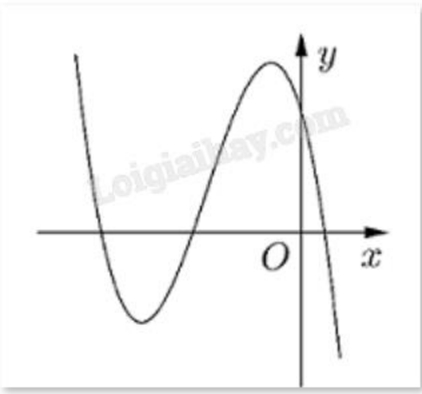
Lời giải chi tiết:

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + m$, $y'' = 6x - 6$

Hàm số đạt cực tiểu tại x = 2 khi và chỉ khi $\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$.

Đáp án: 0.

Câu 6. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \ \ (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình:



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

Phương pháp giải:

Dựa vào sự biến thiên, dấu của cực trị hàm số để xét dấu a, b, c, d.

Lời giải chi tiết:

Ta thấy $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$ nên a < 0.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên d > 0.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x_1, x_2 < 0$ nên:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-2b}{3a} \Rightarrow \dfrac{b}{a} > 0 \Rightarrow b < 0 \\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0 \end{cases} \quad \text{(do } a < 0\text{)}$$

Vậy có 1 số dương d.

Đáp án: 1.