

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 3

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

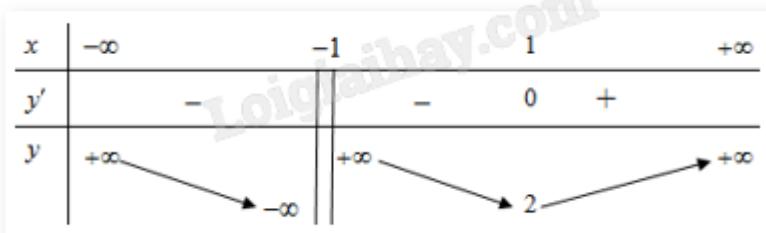
BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

 Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 12.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

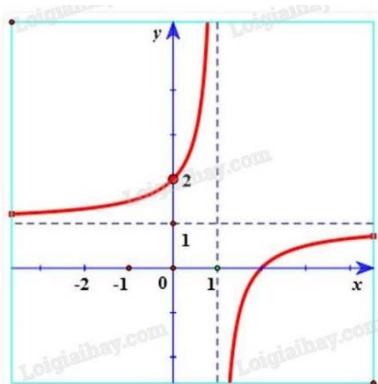
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



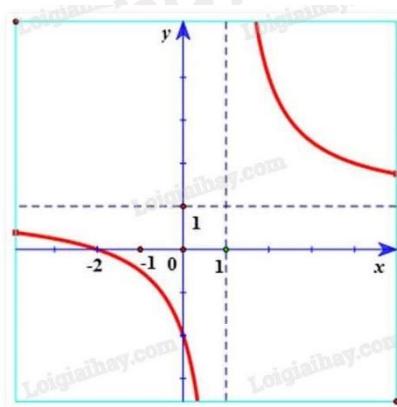
- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$
 B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$

Câu 2. Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.

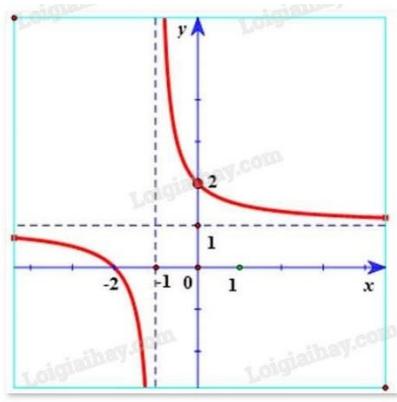
A.



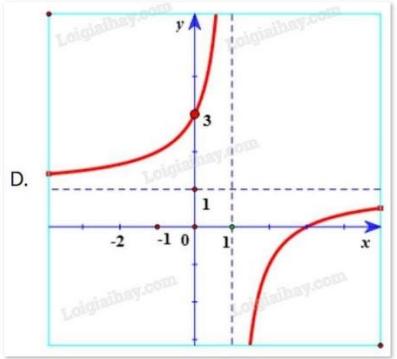
B.



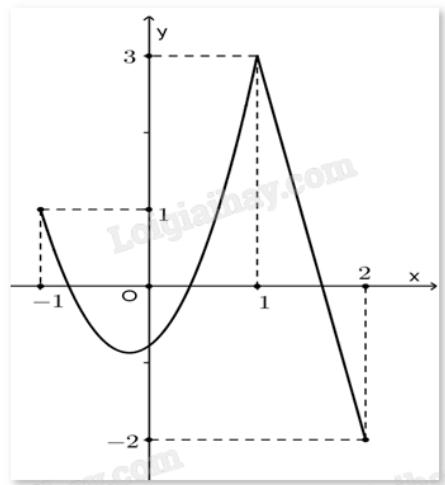
C.



D.



Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$. Tính $M + 2m$.



- A. $y = 2$
 B. $y = -1$
 C. $y = 0$
 D. $y = 1$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4
 B. 1
 C. 3
 D. 2

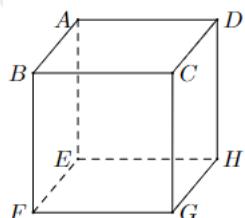
Câu 5. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 4x - 7}{x - 2}$ là:

- A. $y = x + 6$
 B. $y = x - 6$
 C. $y = 6x$
 D. $y = 6$

Câu 6. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+4}{x-3}$ là:

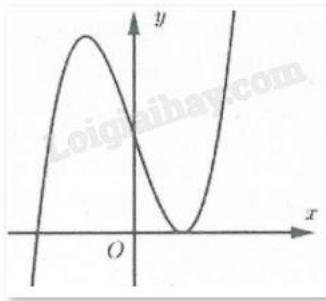
- A. (3;1)
 B. (1;3)
 C. (3;-4)
 D. (3;4)

Câu 7. Cho hình hộp ABCD.EFGH. Kết quả phép toán $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH}$ là



- A. \overrightarrow{BD}
 B. \overrightarrow{AE}
 C. \overrightarrow{BH}
 D. \overrightarrow{DB}

Câu 8. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$

B. $y = x^2 - x + 1$

C. $y = \frac{x+3}{x-2}$

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$

Câu 9. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{25 - x^2}$ trên đoạn $[-4; 4]$ là:

A. 5

B. 4

C. 3

D. 0

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)(x^2-4)(x+1)$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3

B. 2

C. 4

D. 5

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vecto $\vec{u} = 2\vec{j} + 3\vec{i} - \vec{k}$. Tọa độ của vecto \vec{u} là

A. (2;1;-3)

B. (2;3;-1)

C. (3;2;-1)

D. (2;1;3)

Câu 12. Cho hai vecto $\vec{u} = (2;-1;3)$, $\vec{v} = (-3;4;1)$. Tích $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng:

A. 11

B. -7

C. 5

D. -2

Phản II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} có bảng biến thiên như sau:

| | | | | | |
|----|----|-----|------|-----|------|
| x | -∞ | 0 | 2 | 3 | +∞ |
| y' | + | 0 | - | 0 | + |
| y | -∞ | ↗ 3 | ↘ -1 | ↗ 3 | ↘ -∞ |

a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(0;2)$ và $(2;3)$

b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3

c) Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 3

d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$.

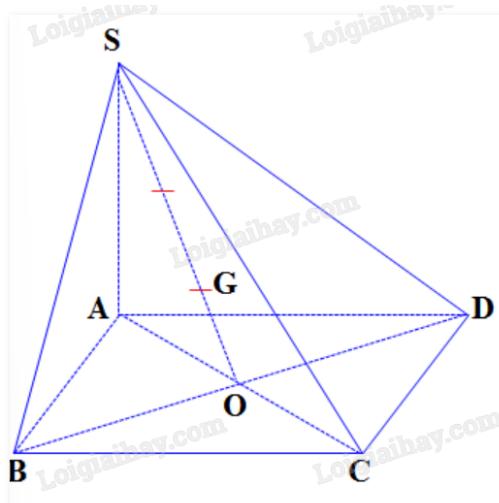
a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;37)$

b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3

c) Hàm số $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;2]$ bằng 12

d) Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;2]$ bằng 33

Câu 3. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O và G là trọng tâm tam giác SBD.



a) $\vec{SG} = \frac{2}{3}\vec{SO}$

b) $\vec{AS} + \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AG}$

c) $\vec{SA} + \vec{SC} = 3\vec{SG}$

d) $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = 12\vec{GO}$

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho vecto $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (3; 6; 9)$.

a) $\vec{b} - \vec{a} = (2; 4; 6)$

b) \vec{a} và \vec{b} cùng phương

c) $|\vec{a}| = \sqrt{6}$

d) $-\vec{b} = 3\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k}$

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

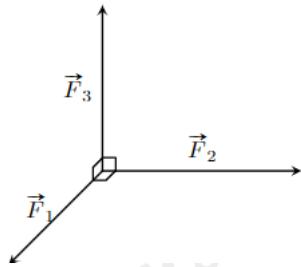
Câu 1. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2;4]$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Tìm điều kiện của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{(2m+1)x + 3}{x + 1}$ có đường tiệm cận đi qua điểm $A(-2;7)$.

Câu 3. Một cửa hàng bán một loại sản phẩm với lợi nhuận thu được khi bán x (trăm) sản phẩm được mô tả bởi hàm số $L(x) = -0,5x^2 + 6x - 10$. Trong đó, x là số lượng sản phẩm bán ra, $L(x)$ là lợi nhuận thu được (đơn vị: triệu đồng). Hãy xác định số lượng sản phẩm mà cửa hàng cần bán ra để lợi nhuận đạt mức cao nhất.

Câu 4. Cho parabol (P): $y = x^2$ và điểm $A(-3;0)$. Xác định điểm M thuộc (P) sao cho khoảng cách AM là ngắn nhất. Tung độ của điểm M bằng bao nhiêu?

Câu 5. Ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật có phương đối một vuông góc và có độ lớn lần lượt là $2N; 3N; 4N$. Hợp lực của ba lực đã cho có độ lớn bao nhiêu Niu-ton (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân)?



Câu 6. Trong không gian Oxy (đơn vị đo lấy theo km), radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $D(x;y;z)$. Khi đó, $x + y + z$ bằng bao nhiêu?

----- Hết -----



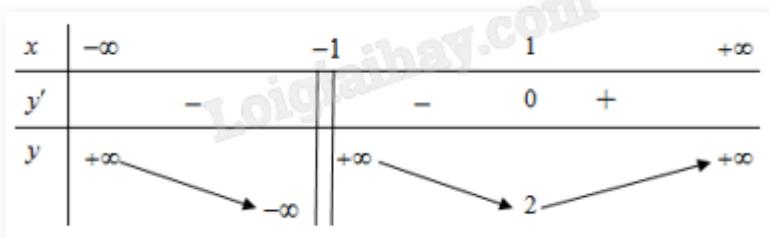
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

| | | | | | |
|------|------|------|-------|-------|-------|
| 1. A | 2. A | 3. B | 4. D | 5. A | 6. A |
| 7. D | 8. A | 9. A | 10. A | 11. C | 12. B |

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$
- B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

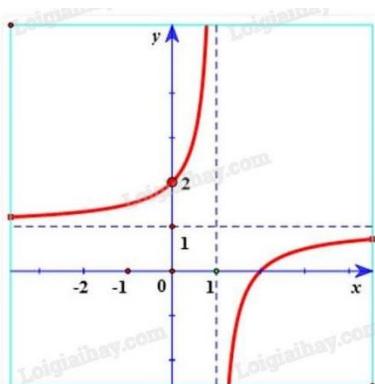
Lời giải chi tiết:

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $(-\infty; -1)$ đạo hàm $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến.

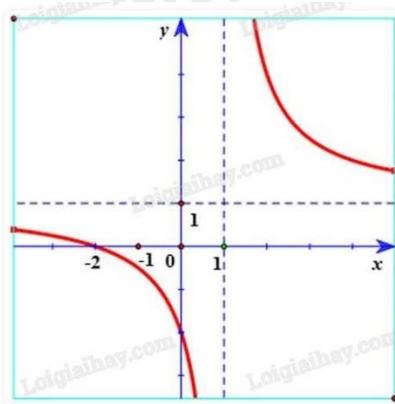
Đáp án A.

Câu 2. Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.

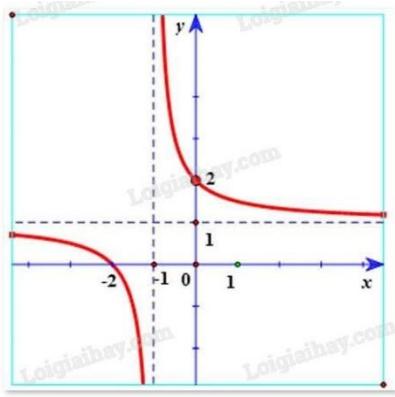
A.



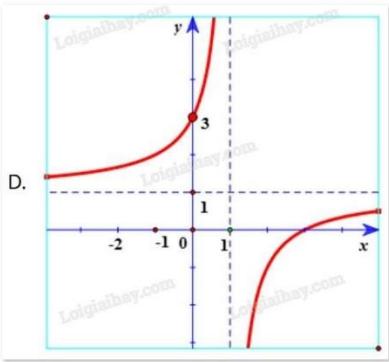
B.



C.



D.



Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

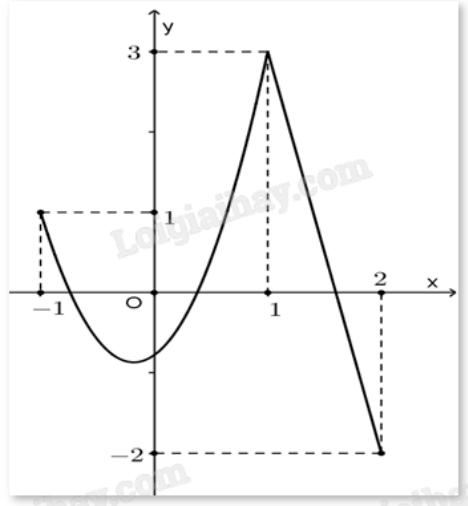
Lời giải chi tiết:

Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có tiệm cận đứng $x = 1$. Tiệm cận ngang $y = 1$ nên loại trường hợp D.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ đi qua điểm $(0; 2)$ nên chọn đáp án A.

Đáp án A.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 2]$. Tính $M + 2m$.



- A. $y = 2$
 B. $y = -1$
 C. $y = 0$
 D. $y = 1$

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

$$M = \max_{[-1;2]} f(x) = f(1) = 3.$$

$$m = \min_{[-1;2]} f(x) = f(2) = -2.$$

$$\text{Vậy } M + 2m = 3 + 2(-2) = -1.$$

Đáp án B.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| | | | |
|--------|-----------|---|-----------|
| x | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ |
| $f(x)$ | 2 | 3 | 5 |

Tổng số tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4
 B. 1
 C. 3
 D. 2

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét các giới hạn.

Lời giải chi tiết:

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ nên ta có tiệm cận ngang $y = 2$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$ nên ta có tiệm cận ngang $y = 5$.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ nên ta có tiệm cận đứng $x = 1$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 3.

Đáp án D.

Câu 5. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 4x - 7}{x - 2}$ là:

- A. $y = x + 6$
- B. $y = x - 6$
- C. $y = 6x$
- D. $y = 6$

Phương pháp giải:

Thực hiện phép chia đa thức (ở tử) cho đa thức (ở mẫu) ta được $y = ax + b + \frac{M}{cx + d}$ ($a \neq 0$) với M là hằng số.

Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) gọi là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y =$

$f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.

Kết luận đường thẳng $y = ax + b$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $y = \frac{x^2 + 4x - 7}{x - 2} = x + 6 + \frac{5}{x - 2} = f(x)$.

Từ đó: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 6)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x - 2} = 0$.

Vậy đường thẳng $y = x + 6$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Đáp án A.

Câu 6. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+4}{x-3}$ là:

- A. (3;1)
- B. (1;3)
- C. (3;-4)
- D. (3;4)

Phương pháp giải:

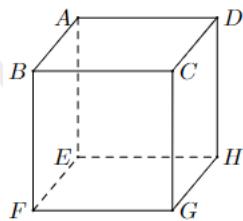
Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị và tìm giao điểm của chúng.

Lời giải chi tiết:

Tiệm cận ngang của đồ thị là $y = 1$, tiệm cận đứng của đồ thị là $x = 3$ nên tâm đối xứng có tọa độ (3;1).

Đáp án A.

Câu 7. Cho hình hộp ABCD.EFGH. Kết quả phép toán $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH}$ là



- A. \overrightarrow{BD}
- B. \overrightarrow{AE}
- C. \overrightarrow{BH}
- D. \overrightarrow{DB}

Phương pháp giải:

Dựa vào định nghĩa các vecto bằng nhau, quy tắc cộng, trừ vecto.

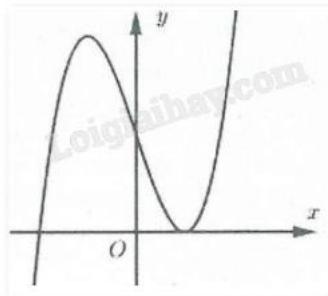
Lời giải chi tiết:

Ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{HF}$ vì chúng cùng độ dài và cùng hướng.

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{HE} = \overrightarrow{HF} = \overrightarrow{DB}.$$

Đáp án D.

Câu 8. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



- A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$
- B. $y = x^2 - x + 1$
- C. $y = \frac{x+3}{x-2}$
- D. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy có hai điểm cực trị nên đây là hàm số bậc ba.

Mặt khác, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên hệ số $a > 0$.

Đáp án A.

Câu 9. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{25 - x^2}$ trên đoạn $[-4;4]$ là:

- A. 5
- B. 4
- C. 3
- D. 0

Phương pháp giải:

Tìm đạo hàm của hàm số sau đó tính các giá trị $f(x)$.

Lời giải chi tiết:

$$f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{25-x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Ta có: $f(-4) = 4$; $f(0) = 5$; $f(4) = 3$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{25 - x^2}$ trên đoạn $[-4;4]$ bằng 5.

Đáp án A.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)(x^2-4)(x+1)$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3
- B. 2
- C. 4
- D. 5

Phương pháp giải:

Cực trị của hàm số $f(x)$ là nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm bội lẻ là $x = 0$, $x = 2$ và $x = -1$, tương ứng với 3 điểm cực trị.

Đáp án A.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vecto $\vec{u} = 2\vec{j} + 3\vec{i} - \vec{k}$. Tọa độ của vecto \vec{u} là

- A. (2;1;-3)
- B. (2;3;-1)
- C. (3;2;-1)
- D. (2;1;3)

Phương pháp giải:

Trong không gian có hệ trục tọa độ Oxyz, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vecto đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz.

Lời giải chi tiết:

Tọa độ của vecto \vec{u} là (3;2;-1).

Đáp án C.

Câu 12. Cho hai vecto $\vec{u} = (2; -1; 3)$, $\vec{v} = (-3; 4; 1)$. Tích $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng:

- A. 11
- B. -7
- C. 5
- D. -2

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tính tọa độ tích vô hướng của hai vecto.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2 \cdot (-3) + (-1) \cdot 4 + 3 \cdot 1 = -7$.

Đáp án B.

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} có bảng biến thiên như sau:

| | | | | | |
|------|-----------|---|----|---|-----------|
| x | -∞ | 0 | 2 | 3 | +∞ |
| y' | + | 0 | - | 0 | + |
| y | $-\infty$ | 3 | -1 | 3 | $-\infty$ |

a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(0; 2)$ và $(2; 3)$

b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3

c) Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 3

d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

a) **Sai.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

b) **Đúng.** Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3 ($x = 0, x = 2, x = 3$).

c) **Đúng.** Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất là 3.

d) **Sai.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$.

a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 37)$

b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3

c) Hàm số $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 12

d) Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 33

Phương pháp giải:

Lập bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

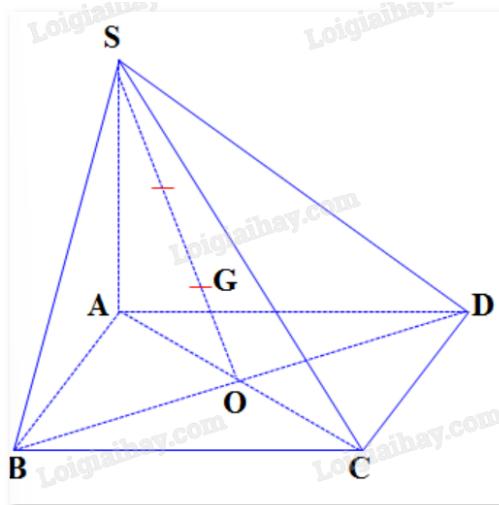
$$f'(x) = -4x^3 + 24x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{6} \\ x = -\sqrt{6} \end{cases}$$

| x | $-\infty$ | $-\sqrt{6}$ | 0 | $\sqrt{6}$ | $+\infty$ | | |
|------|-----------|-------------|-----|------------|-----------|-----------|---|
| y' | + | 0 | - | 0 | + | 0 | - |
| y | $-\infty$ | ↑ 37 | ↓ 1 | ↑ 37 | ↓ | $-\infty$ | |

Ta có: $f(-1) = 12$; $f(2) = 33$; $f(0) = 1$.

- a) **Sai.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(\sqrt{6}; +\infty)$.
 b) **Đúng.** Hàm số có ba điểm cực trị ($x = -\sqrt{6}$, $x = 0$, $x = \sqrt{6}$).
 c) **Sai.** Hàm số $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất trên $[-1; 2]$ bằng 1.
 d) **Đúng.** Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất trên $[-1; 2]$ bằng 33.

Câu 3. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O và G là trọng tâm tam giác SBD.



- a) $\overrightarrow{SG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{SO}$
 b) $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG}$
 c) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$
 d) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 12\overrightarrow{GO}$

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc cộng vecto, lý thuyết các vecto bằng nhau, vecto đối nhau, quy tắc trọng tâm.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** Vì hai vecto \vec{SG} , \vec{SO} cùng hướng và $|\vec{SG}| = \frac{2}{3}|\vec{SO}|$.

b) **Sai.** Vì $\vec{AS} + \vec{AB} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$ (quy tắc trọng tâm)

c) **Đúng.** Vì $\vec{SA} + \vec{SC} = 2\vec{SO} = 2 \cdot \frac{2}{3}\vec{SG} = 3\vec{SG}$.

d) **Đúng.** Vì $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = \vec{SA} + \vec{SC} + \vec{SB} + \vec{SD} = 2\vec{SO} + 2\vec{SO} = 4\vec{SO} = 4 \cdot 3\vec{GO} = 12\vec{GO}$.

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho vecto $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (3; 6; 9)$.

a) $\vec{b} - \vec{a} = (2; 4; 6)$

b) \vec{a} và \vec{b} cùng phương

c) $|\vec{a}| = \sqrt{6}$

d) $-\vec{b} = 3\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k}$

Phương pháp giải:

Sử dụng các quy tắc cộng, trừ vecto, nhân vecto với một số, khái niệm hai vecto cùng phương, công thức tính độ dài vecto.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** Vì $\vec{b} - \vec{a} = (3-1; 6-2; 9-3) = (2; 4; 6)$.

b) **Đúng.** Vì $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$ nên \vec{a} và \vec{b} cùng phương.

c) **Sai.** Vì $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$.

d) **Sai.** Vì $-\vec{b} = (-3; -6; -9) = -3\vec{i} - 6\vec{j} - 9\vec{k}$.

Phần III: Câu trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

- Tính y' , tìm các nghiệm của $y' = 0$

- Tìm giá trị y tại các điểm cực trị của hàm số và hai đầu mút của đoạn.

Lời giải chi tiết:

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Xét đoạn $[2;4]$ có: $f(2) = 7$; $f(3) = 6$; $f(4) = \frac{19}{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[2;4]$ là 6.

Đáp án: 6.

Câu 2. Tìm điều kiện của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{(2m+1)x + 3}{x + 1}$ có đường tiệm cận đi qua điểm $A(-2;7)$.

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tìm đường tiệm cận của hàm phân thức.

Lời giải chi tiết:

Nếu $m = 1$, ta có hàm số $y = \frac{3x + 3}{x + 1} = 3$ không có tiệm cận qua $A(-2;7)$.

Nếu $m \neq 1$, đồ thị có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 2m + 1$.

Như vậy, để thỏa mãn yêu cầu đề bài, tiệm cận ngang phải đi qua A , khi và chỉ khi $2m + 1 = 7$, tức $m = 3$.

Đáp án: 3.

Câu 3. Một cửa hàng bán một loại sản phẩm với lợi nhuận thu được khi bán x (trăm) sản phẩm được mô tả bởi hàm số $L(x) = -0,5x^2 + 6x - 10$. Trong đó, x là số lượng sản phẩm bán ra, $L(x)$ là lợi nhuận thu được (đơn vị: triệu đồng). Hãy xác định số lượng sản phẩm mà cửa hàng cần bán ra để lợi nhuận đạt mức cao nhất.

Phương pháp giải:

Tìm x để hàm số $L(x) = -0,5x^2 + 6x - 10$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải chi tiết:

Lợi nhuận đạt mức cao nhất khi $L(x) = -0,5x^2 + 6x - 10$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có: $L'(x) = -x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 6$.

| | | | |
|------|-----|---|-----------|
| x | 0 | 6 | $+\infty$ |
| y' | + | 0 | - |
| y | -10 | 8 | $-\infty$ |

Theo bảng biến thiên, $L(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 6$ (trăm).

Vậy lợi nhuận đạt mức cao nhất khi bán ra 600 sản phẩm.

Đáp án: 600.

Câu 4. Cho parabol (P): $y = x^2$ và điểm $A(-3;0)$. Xác định điểm M thuộc (P) sao cho khoảng cách AM là ngắn nhất. Tung độ của điểm M bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Thiết lập hàm số biểu diễn bình phương độ dài AM theo biến x là hoành độ. Lập bảng biến thiên cho hàm số, tìm x để hàm số đó đạt giá trị nhỏ nhất.

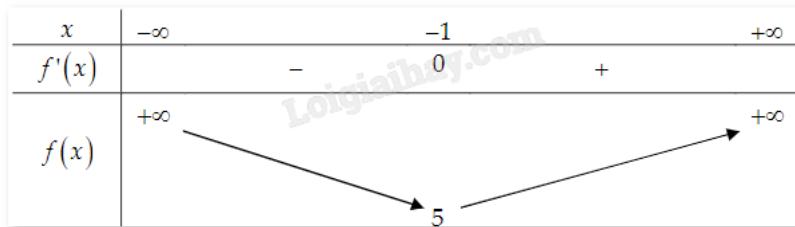
Lời giải chi tiết:

Gọi $M(x; x^2)$ là một điểm bất kì của parabol (P).

Ta có: $AM^2 = (x+3)^2 + x^4 = x^4 + x^2 + 6x + 9$.

AM nhỏ nhất khi và chỉ khi $f(x) = AM^2$ nhỏ nhất.

Xét $f(x) = x^4 + x^2 + 6x + 9 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 + 2x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

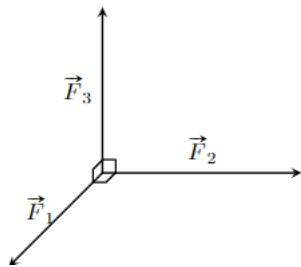


Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = -1$.

Như vậy, điểm M cần tìm có tọa độ $(-1; 1)$. Tung độ của M bằng 1.

Đáp án: 1.

Câu 5. Ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật có phương đối một vuông góc và có độ lớn lần lượt là $2N; 3N; 4N$. Hợp lực của ba lực đã cho có độ lớn bao nhiêu Niu-ton (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân)?



Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc hình hộp.

Lời giải chi tiết:

Vì ba vecto trên đối một vuông góc nên ta có thể áp dụng quy tắc hình hộp. Hợp lực F của ba vecto trên có độ lớn là:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2} = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{29} \approx 5,4 \text{ (N)}.$$

Đáp án: 5,4.

Câu 6. Trong không gian Oxy (đơn vị đo lấy theo km), radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm A(800;500;7) đến điểm B(940;550;8) trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là D(x;y;z). Khi đó, x + y + z bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc cộng vecto.

Lời giải chi tiết:

Máy bay di chuyển với tốc độ không đổi, sau 10 phút sẽ đi được quãng đường đúng bằng quãng đường 10 phút trước, tức $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD}$.

Mặt khác, hướng bay giữ nguyên nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD} = (940 - 800; 550 - 500; 8 - 7) = (140; 50; 1)$.

Ta tính được $D = (940 + 140; 550 + 50; 8 + 1) = (1080; 600; 9)$.

Vậy $x + y + z = 1689$.

Đáp án: 1689.