

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 3

Môn: Toán - Lớp 8

Bộ sách: Chân trời sáng tạo + Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức về đa thức, hằng đẳng thức đáng nhớ, phân tích đa thức thành nhân tử, hình chóp tam giác, tứ giác của chương trình sách giáo khoa Toán 8 – Chân trời sáng tạo và Cánh diều.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức đã học – chương trình Toán 8.

Phần trắc nghiệm (3 điểm)

Câu 1: Cho các biểu thức $x^2 - 2 + 4xy^2; \frac{x}{y} + 2y^2; 2023; x(x - y)$. Có bao nhiêu đa thức trong các biểu thức trên?

- | | |
|-------|-------|
| A. 1. | B. 2. |
| C. 3. | D. 4. |

Câu 2: Thu gọn đa thức $-2x^2y - 7xy^2 + 3x^2y + 7xy^2$ ta được

- | | |
|--------------------------|------------------------|
| A. $P = x^2y$. | B. $P = -x^2y$. |
| C. $P = x^2y + 14xy^2$. | D. $-5x^2y - 14xy^2$. |

Câu 3: Bậc của đa thức $4x^2y - x^4 + 5xy^2 + 3xy + x^4$

- | | |
|-------|-------|
| A. 3. | B. 4. |
| C. 5. | D. 6. |

Câu 4: Biểu thức $(4x + y)(4x - y)$ bằng

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| A. $-16x^2 + y^2$. | B. $16x^2 - y^2$. |
| C. $16x^2 + 4xy + y^2$. | D. $16x^2 - 8xy + y^2$. |

Câu 5: Biểu thức $(4x + y)(16x^2 - 4xy + y^2)$ bằng

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| A. $64x^3 + y^3$. | B. $64x^3 - y^3$. |
| C. $64x^3 - 9x^2y + y^3$. | D. $64x^3 - 9xy^2 + y^3$. |

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = (x - 15)^2 + 2023$ là

- | | |
|----------|----------|
| A. 15. | B. 2023. |
| C. 2248. | D. 2006. |

Câu 7: Có bao nhiêu số nguyên dương m biết đa thức $A = 8x^2y^3 + 6x^3y^2$ chia hết cho $B = 2x^2y^m$

- | | |
|-------|-------|
| A. 0. | B. 1. |
| C. 2. | D. 3. |

Câu 8: Giữa một cái sân hình vuông cạnh a mét, người ta xây một bồn hoa hình vuông có cạnh b mét ($a > b$). Đa thức S biểu thị diện tích còn lại của cái sân là

- A. $4a - 4b$.
- B. $a^2 - b^2$.
- C. $(a - b)^2$.
- D. b^2 .

Câu 9: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt?

- A. 7.
- B. 6.
- C. 5.
- D. 4.

Câu 10: Chọn câu **sai** trong các câu sau: Tứ giác có thể có:

- A. 3 góc tù, 1 góc nhọn.
- B. 3 góc vuông, 1 góc nhọn.
- C. 2 góc tù, 2 góc nhọn.
- D. 3 góc nhọn, 1 góc tù

Câu 11: Chóp inox đặt trên đỉnh núi Fansipan (Việt Nam) có dạng hình chóp tam giác đều với diện tích đáy khoảng $1560 \text{ (cm}^2\text{)}$ và chiều cao khoảng 90 (cm) . Tính thể tích hình chóp trên đỉnh núi Fansipan (Việt Nam).

- A. $21\,900 \text{ cm}^3$.
- B. $81\,200 \text{ cm}^3$.
- C. $46\,400 \text{ cm}^3$.
- D. $46\,800 \text{ cm}^3$.

Câu 12: Một túi quà có dạng hình chóp tứ giác đều (như hình bên) có độ dài cạnh đáy là 12 cm và độ dài trung đoạn bằng 8 cm . Diện tích xung quanh của túi quà là

- A. 182 cm^2 .
- B. 384 cm^2 .
- C. 192 cm^2 .
- D. 336 cm^2 .

Phần tự luận (7 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm) Cho đa thức $M = x^2y - \frac{1}{3}y - \frac{2}{3}x^2yz^5 + 8x^2y + \frac{2}{3}x^2yz^5 \dots$

- a) Thu gọn đa thức M .
- b) Tìm bậc của đa thức M .
- c) Tính giá trị của M khi $x = 1; y = 3; z = 2023$

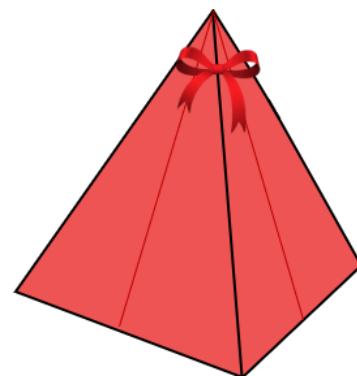
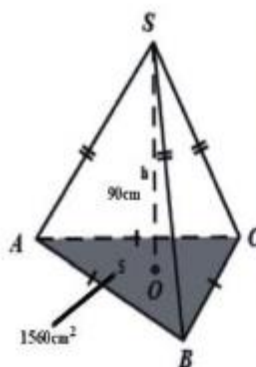
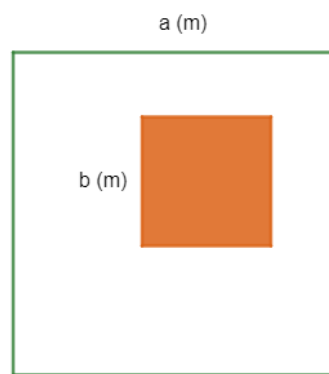
.....

.....

.....

.....

.....



Bài 2. (2 điểm)

1) Tìm x, biết:

a) $3x(12x - 4) - 9x(4x - 3) = 30;$

b) $3(x + 4) - x^2 - 8x - 16 = 0$

2) Bà Khanh dự định mua x hộp sữa (mỗi hộp giá 21 nghìn đồng) và y hộp kẹo (mỗi hộp giá 32 nghìn đồng). Nhưng khi đến cửa hàng, bà Khanh thấy giá sữa đã giảm 2 nghìn đồng mỗi hộp (giá kẹo như cũ) nên quyết định mua thêm 3 hộp sữa và bớt đi 1 hộp kẹo.

a) Viết biểu thức biểu thị số tiền bà Khanh phải trả cho cửa hàng.

b) Nếu bà Khanh dự định mua 6 hộp sữa và 5 hộp kẹo thì thực tế bà Khanh phải trả cho cửa hàng bao nhiêu tiền?

.....

.....

.....

.....

Bài 3. (2 điểm) Kim tự tháp Louvre là một công trình kiến trúc tuyệt đẹp bằng kính tọa lạc ngay lối vào của bảo tàng Louvre, Pari. Kim tự tháp có dạng là hình chóp tứ giác đều với chiều cao 21m và độ dài cạnh đáy là 34m. Các mặt bên của kim tự tháp là các tam giác đều (*xem hình ảnh minh họa bên*).



a) Tính thể tích của kim tự tháp Louvre.

b) Tổng diện tích của sàn kim tự tháp là $1000m^2$. Hỏi nếu sử dụng loại gạch hình vuông có cạnh là 60cm để lát sàn thì cần bao nhiêu viên gạch ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. (1 điểm) Lăng Chủ tịch Hồ Chí Minh (*Lăng Bác*) tại Quảng trường Ba Đình - Hà Nội là nơi hội tụ tình cảm, niềm tin của đồng bào và bầu bạn Quốc tế đối với Chủ tịch Hồ Chí Minh và đất nước, con người Việt Nam. Ngay từ ngày khánh thành công trình Lăng Chủ tịch Hồ Chí Minh (29/8/1975), trước Lăng Bác đã có một cột cờ rất cao, trên đỉnh cột cờ luôn tung bay lá cờ Tổ quốc Việt Nam. Vào một thời điểm có tia nắng mặt trời chiếu xuống ta thường nhìn thấy bóng của cột cờ dưới sân Quảng trường Ba Đình, bằng kiến thức hình học người ta đo được chiều dài cái bóng của cột cờ này là đoạn $BH = 40m$ và tính được khoảng cách từ đỉnh cột cờ đến đỉnh cái bóng của nó là đoạn $AB = 50m$ (như hình vẽ bên). Em hãy tính chiều cao của cột cờ trước Lăng Bác (độ dài đoạn AH)? Biết rằng cột cờ được dựng vuông góc với mặt đất.



.....

.....

.....

.....

Bài 5. (0,5 điểm) Cho $a; b; c$ thỏa mãn: $a^{2022} + b^{2022} + c^{2022} = a^{1011}b^{1011} + b^{1011}c^{1011} + c^{1011}a^{1011}$

Tính giá trị của biểu thức $A = (a - b)^{2020} + (b - c)^{2021} + (a - c)^{2022}$

.....

.....

.....

.....

----- Hết -----



Phần trắc nghiệm (3 điểm)

1. C	2. A	3. A	4. B	5. A	6. B
7. C	8. D	9. C	10. B	11. D	12. C

Câu 1: Cho các biểu thức $x^2 - 2 + 4xy^2; \frac{x}{y} + 2y^2; 2023; x(x - y)$. Có bao nhiêu đa thức trong các biểu thức trên?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

Phương pháp

Dựa vào khái niệm đa thức: Đa thức là tổng của những đơn thức; mỗi đơn thức trong tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó.

Lời giải

$x^2 - 2 + 4xy^2; 2023; x(x - y)$ là những đa thức vì là tổng của những đơn thức.

$\frac{x}{y} + 2y^2$ không phải đa thức vì $\frac{x}{y}$ không phải là đơn thức.

Đáp án C.

Câu 2: Thu gọn đa thức $-2x^2y - 7xy^2 + 3x^2y + 7xy^2$ ta được

- A. $P = x^2y$.
- B. $P = -x^2y$.
- C. $P = x^2y + 14xy^2$.
- D. $-5x^2y - 14xy^2$.

Phương pháp

Cộng, trừ các hạng tử đồng dạng để rút gọn.

Lời giải

$$\begin{aligned} P &= -2x^2y - 7xy^2 + 3x^2y + 7xy^2 \\ &= (-2x^2y + 3x^2y) + (-7xy^2 + 7xy^2) \\ &= x^2y \end{aligned}$$

Đáp án A.

Câu 3: Bậc của đa thức $4x^2y - x^4 + 5xy^2 + 3xy + x^4$

- A. 3.
- B. 4.
- C. 5.
- D. 6.

Phương pháp

Sử dụng công thức $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$.

Lời giải

$$\begin{aligned}
 & 4x^2y - x^4 + 5xy^2 + 3xy + x^4 \\
 &= 4x^2y + 5xy^2 + 3xy + (-x^4 + x^4) \\
 &= 4x^2y + 5xy^2 + 3xy
 \end{aligned}$$

Đa thức có 3 hạng tử: $4x^2y$; $5xy^2$; $3xy$.

Hạng tử $4x^2y$ có bậc là $2 + 1 = 3$.

Hạng tử $5xy^2$ có bậc là $1 + 2 = 3$.

Hạng tử $3xy$ có bậc là $1 + 1 = 2$.

Vì bậc cao nhất của các hạng tử trong đa thức là 3 nên bậc của đa thức là 3.

Đáp án A.

Câu 4: Biểu thức $(4x + y)(4x - y)$ bằng

A. $-16x^2 + y^2$.

B. $16x^2 - y^2$.

C. $16x^2 + 4xy + y^2$.

D. $16x^2 - 8xy + y^2$.

Phương pháp

Dựa vào kiến thức của những hằng đẳng thức đáng nhớ.

Lời giải

$$(4x + y)(4x - y) = 16x^2 - y^2.$$

Đáp án B.

Câu 5: Biểu thức $(4x + y)(16x^2 - 4xy + y^2)$ bằng

A. $64x^3 + y^3$.

B. $64x^3 - y^3$.

C. $64x^3 - 9x^2y + y^3$.

D. $64x^3 - 9xy^2 + y^3$.

Phương pháp

Dựa vào kiến thức của những hằng đẳng thức đáng nhớ.

Lời giải

$$(4x + y)(16x^2 - 4xy + y^2) = (4x)^3 + y^3 = 64x^3 + y^3.$$

Đáp án A.

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = (x - 15)^2 + 2023$ là

A. 15.

B. 2023.

C. 2248.

D. 2006.

Phương pháp

Dựa vào đặc điểm của bậc chẵn.

Lời giải

Vì $(x-15)^2 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên $A = (x-15)^2 + 2023 \geq 2023$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức A là 2023.

Đáp án B.

Câu 7: Có bao nhiêu số nguyên dương m biết đa thức $A = 8x^2y^3 + 6x^3y^2$ chia hết cho $B = 2x^2y^m$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Phương pháp

Dựa vào quy tắc chia hết của đa thức cho đơn thức.

Lời giải

Để đa thức A chia hết cho đơn thức B thì mọi biến của đa thức A phải có bậc lớn hơn hoặc bằng bậc của các biến trong đơn thức B.

Biến y trong đa thức A có bậc nhỏ nhất là 2, vì vậy bậc của biến y trong B phải nhỏ hơn hoặc bằng 2. Bậc của biến y trong B có thể là hai giá trị: 1 hoặc 2. (0 không phải số nguyên dương).

Đáp án C.

Câu 8: Giữa một cái sân hình vuông cạnh a mét, người ta xây một bồn hoa hình vuông có cạnh b mét ($a > b$). Đa thức S biểu thị diện tích còn lại của cái sân là

A. $4a - 4b$.B. b^2 .C. $(a - b)^2$.D. $a^2 - b^2$.**Phương pháp**

Dựa vào công thức tính diện tích hình vuông để viết đa thức.

Lời giải

Đơn thức biểu diễn diện tích cái sân là: $a \cdot a = a^2$.

Đơn thức biểu diễn diện tích bồn hoa là: $b \cdot b = b^2$.

Đa thức S biểu thị diện tích còn lại của cái sân là: $S = a^2 - b^2$.

Đáp án D.

Câu 9: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt?

A. 7.

B. 6.

C. 5.

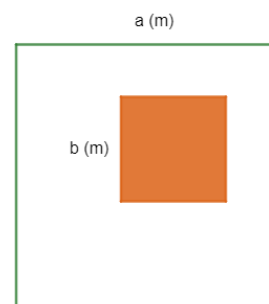
D. 4.

Phương pháp

Dựa vào đặc điểm của hình chóp tứ giác.

Lời giải

Hình chóp tứ giác có 4 mặt bên và 1 mặt đáy nên có tổng 5 mặt.

Đáp án C.

Câu 10: Chọn câu **sai** trong các câu sau: Tứ giác có thể có:

- A. 3 góc tù, 1 góc nhọn.
- B. 3 góc vuông, 1 góc nhọn.
- C. 2 góc tù, 2 góc nhọn.
- D. 3 góc nhọn, 1 góc tù

Phương pháp

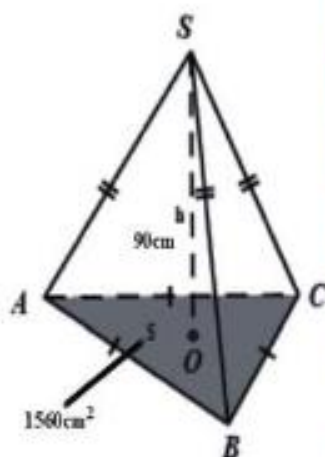
Dựa vào định lí tổng các góc của một tứ giác bằng 360^0 .

Lời giải

Nếu tứ giác có 3 góc vuông, 1 góc nhọn thì tổng 3 góc vuông là $3.90^0 = 270 \Rightarrow$ Góc còn lại phải bằng $360^0 - 270^0 = 90^0 >$ góc nhọn nên đáp án B sai.

Đáp án B.

Câu 11: Chóp inox đặt trên đỉnh núi Fansipan (Việt Nam) có dạng hình chóp tam giác đều với diện tích đáy khoảng $1560 \text{ (cm}^2\text{)}$ và chiều cao khoảng 90(cm) . Tính thể tích hình chóp trên đỉnh núi Fansipan (Việt Nam).



- A. $21\ 900 \text{ cm}^3$.
- B. $81\ 200 \text{ cm}^3$.
- C. $46\ 400 \text{ cm}^3$.
- D. $46\ 800 \text{ cm}^3$.

Phương pháp

Dựa vào công thức tính thể tích hình chóp tam giác.

Lời giải

Thể tích khối chóp inox: $\frac{1}{3} \times 1560 \times 90 = 46800 \text{ (m}^2\text{)}$

Đáp án D.

Câu 12: Một túi quà có dạng hình chóp tứ giác đều (như hình bên) có độ dài cạnh đáy là 12 cm và độ dài trung đoạn bằng 8cm. Diện tích xung quanh của túi quà là

- A. 182cm^2 .
B. 384cm^2 .
C. 192cm^2 .
D. 336cm^2 .

Phương pháp

Dựa vào công thức tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác là: $S_{xq} = \frac{12 \cdot 4}{2} \cdot 8 = 192 \text{ (cm}^2\text{)}$

Đáp án C.

Phần tự luận. (7 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm) Cho đa thức $M = x^2y - \frac{1}{3}y - \frac{2}{3}x^2yz^5 + 8x^2y + \frac{2}{3}x^2yz^5$.

- a) Thu gọn đa thức M.
b) Tìm bậc của đa thức M.
c) Tính giá trị của M khi $x = 1$; $y = 3$; $z = 2023$

Phương pháp

- a) Sử dụng các quy tắc tính của đa thức để rút gọn đa thức.
b) Sử dụng kiến thức bậc của đa thức để tìm bậc của M.
c) Thay x, y, z vào để tính giá trị.

Lời giải

a) Thu gọn:

$$\begin{aligned} M &= x^2y - \frac{1}{3}y - \frac{2}{3}x^2yz^5 + 8x^2y + \frac{2}{3}x^2yz^5 \\ &= x^2y + 8x^2y - \frac{1}{3}y - \frac{2}{3}x^2yz^5 + \frac{2}{3}x^2yz^5 \\ &= (x^2y + 8x^2y) - \frac{1}{3}y - \left(\frac{2}{3}x^2yz^5 - \frac{2}{3}x^2yz^5 \right) \\ &= 9x^2y - \frac{1}{3}y - 0 \\ &= 9x^2y - \frac{1}{3}y \end{aligned}$$

Vậy $M = 9x^2y - \frac{1}{3}y$.

b) Đa thức M có hai hạng tử: $9x^2y$ và $-\frac{1}{3}y$.

+ Hạng tử $9x^2y$ có bậc là $2 + 1 = 3$.



+ Hằng tử $-\frac{1}{3}y$ có bậc là 1.

Vì $3 > 1$ nên bậc của đa thức M là 3.

c) Thay $x = 1$; $y = 3$; $z = 2023$ thì $M = 9.1^2.3 - \frac{1}{3}.3 = 27 - 1 = 26$.

Bài 2. (2 điểm)

1) Tìm x, biết:

a) $3x(12x - 4) - 9x(4x - 3) = 30$;

b) $3(x+4) - x^2 - 8x - 16 = 0$

2) Bà Khanh dự định mua x hộp sữa (mỗi hộp giá 21 nghìn đồng) và y hộp kẹo (mỗi hộp giá 32 nghìn đồng). Nhưng khi đến cửa hàng, bà Khanh thấy giá sữa đã giảm 2 nghìn đồng mỗi hộp (giá kẹo như cũ) nên quyết định mua thêm 3 hộp sữa và bớt đi 1 hộp kẹo.

a) Viết biểu thức biểu thị số tiền bà Khanh phải trả cho cửa hàng.

b) Nếu bà Khanh dự định mua 6 hộp sữa và 5 hộp kẹo thì thực tế bà Khanh phải trả cho cửa hàng bao nhiêu tiền?

Phương pháp

1) Phân tích đa thức thành nhân tử để tìm x.

2) Dựa vào kiến thức của đa thức để tính số tiền bà Khanh phải trả cho cửa hàng. Thay số hộp sữa và hộp kẹo vào để tính số tiền bà Khanh phải trả.

Lời giải

1)

a)

$$3x(12x - 4) - 9x(4x - 3) = 30$$

$$36x^2 - 12x - 36x^2 + 27x = 30$$

$$-12x + 27x = 30$$

$$15x = 30$$

$$x = 2$$

Vậy $x = 2$.

b) $3(x+4) - x^2 - 8x - 16 = 0$

$$3(x+4) - (x^2 + 8x + 16) = 0$$

$$3(x+4) - (x+4)^2 = 0$$

$$(x+4)(3-x-4) = 0$$

$$(x+4)(-1-x) = 0$$

$$\begin{cases} x+4=0 \\ -1-x=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-4 \\ x=-1 \end{cases}$$

Vậy $x = -4$ hoặc $x = -1$.

2) Sữa giảm 2 nghìn đồng mỗi hộp nên giá mỗi hộp sữa tại cửa hàng là $21 - 2 = 19$ (nghìn đồng).

Giá kẹo như cũ nên giá mỗi hộp kẹo tại cửa hàng vẫn là 32 nghìn đồng.

Tại cửa hàng, bà Khanh quyết định mua thêm 3 hộp sữa và bớt đi 1 hộp kẹo. Vậy bà Khanh đã mua $x + 3$ hộp sữa và $y - 1$ hộp kẹo.

Vậy số tiền bà Khanh phải trả cho cửa hàng là $(x + 3).19 + (y - 1).32$ (nghìn đồng).

Thu gọn biểu thức trên: $(x + 3).19 + (y - 1).32$

$$= 19x + 3.19 + 32y - 32 = 19x + 57 + 32y - 32$$

$$= 19x + 32y + 25$$

Vậy biểu thức biểu thị số tiền bà Khanh phải trả cho cửa hàng là $19x + 32y + 25$ (nghìn đồng).

b) Thay $x = 6$, $y = 5$ vào biểu thức, ta tính được thực tế bà Khanh phải trả số tiền là:

$$19.6 + 32.5 + 25 = 299.$$

Vậy thực tế bà Khanh phải trả cho cửa hàng 299 nghìn đồng.

Bài 3. (2 điểm) Kim tự tháp Louvre là một công trình kiến trúc tuyệt đẹp bằng kính tọa lạc ngay lối vào của bảo tàng Louvre, Paris. Kim tự tháp có dạng là hình chóp tứ giác đều với chiều cao 21m và độ dài cạnh đáy là 34m. Các mặt bên của kim tự tháp là các tam giác đều (*xem hình ảnh minh họa bên*).



a) Tính thể tích của kim tự tháp Louvre.

b) Tổng diện tích của sàn kim tự tháp là $1000m^2$. Hỏi nếu sử dụng loại gạch hình vuông có cạnh là 60cm để lát sàn thì cần bao nhiêu viên gạch ?

Phương pháp

a) Dựa vào công thức tính thể tích của hình chóp tứ giác đều.

b) Tính diện tích viên gạch hình vuông.

Số viên gạch cần dùng bằng tổng diện tích sàn kim tự tháp chia cho diện tích một viên gạch hình vuông.

Lời giải

a) Thể tích kim tự tháp là : $V = \frac{1}{3} \cdot 34^2 \cdot 21 = 8092(m^3)$

b) Diện tích một viên gạch hình vuông : $S = (0,6)^2 = 0,36(m^2)$

Số viên gạch hình vuông cần dùng là : $\frac{1000}{0,36} \approx 2778$ (viên)

Bài 4. (1 điểm) Lăng Chủ tịch Hồ Chí Minh (*Lăng Bác*) tại Quảng trường Ba Đình - Hà Nội là nơi hội tụ tình cảm, niềm tin của đồng bào và bầu bạn Quốc tế đối với Chủ tịch Hồ Chí Minh và đất nước, con người Việt Nam. Ngay từ ngày khánh thành công trình Lăng Chủ tịch Hồ Chí Minh (29/8/1975), trước Lăng Bác đã có một cột cờ rất cao, trên đỉnh cột cờ luôn tung bay lá cờ Tổ quốc Việt Nam. Vào một thời điểm có tia nắng mặt trời chiếu xuống ta thường nhìn thấy bóng của cột cờ dưới sân Quảng trường Ba Đình, bằng kiến thức hình học người ta đo được chiều dài cái bóng của cột cờ này là đoạn $BH = 40m$ và tính được khoảng cách từ đỉnh cột cờ đến đỉnh cái bóng của nó là đoạn $AB = 50m$ (như hình vẽ bên). Em hãy tính chiều cao của cột cờ trước Lăng Bác (độ dài đoạn AH)? Biết rằng cột cờ được dựng vuông góc với mặt đất.



Phương pháp

Áp dụng định lý Pythagore để tính chiều dài cột cờ trước Lăng Bác.

Lời giải

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có :

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \text{ (Định lý Pythagore)}$$

$$50^2 = AH^2 + 40^2$$

$$AH^2 = 2500 - 1600 = 900 \text{ (m)} .$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{900} = 30 \text{ (m)} .$$

Vậy chiều cao cột cờ trước Lăng Bác là 30m.

Bài 5. (0,5 điểm) Cho a; b; c thỏa mãn: $a^{2022} + b^{2022} + c^{2022} = a^{1011}b^{1011} + b^{1011}c^{1011} + c^{1011}a^{1011}$

Tính giá trị của biểu thức $A = (a - b)^{2020} + (b - c)^{2021} + (a - c)^{2022}$

Phương pháp

Dựa vào hằng đẳng thức $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ để chứng minh.

Lời giải

Ta có: $a^{2022} + b^{2022} + c^{2022} = a^{1011}b^{1011} + b^{1011}c^{1011} + c^{1011}a^{1011}$

$$\Rightarrow 2(a^{2022} + b^{2022} + c^{2022}) = 2(a^{1011}b^{1011} + b^{1011}c^{1011} + c^{1011}a^{1011})$$

$$(a^{2022} - 2a^{1011}b^{1011} + b^{2022}) + (b^{2022} - 2b^{1011}c^{1011} + c^{2022}) + (c^{2022} - 2c^{1011}a^{1011} + a^{2022}) = 0$$

$$\Rightarrow (a^{1011} - b^{1011})^2 + (b^{1011} - c^{1011})^2 + (c^{1011} - a^{1011})^2 = 0$$

Vì $x^2 \geq 0$ với $\forall x$ nên dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi

$$a^{1011} - b^{1011} = b^{1011} - c^{1011} = c^{1011} - a^{1011} = 0 \Leftrightarrow a = b = c$$

$$\Rightarrow A = (a - b)^{2020} + (b - c)^{2021} + (a - c)^{2022} = 0$$