ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 3

Môn: Toán - Lớp 10

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức về mệnh đề và tập hợp, bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 10.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các bài học – chương trình Toán 10.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

1. D	**2. D**	**3. D**	**4. B**	**5. B**
6. C	**7. B**	**8. D**	**9. C**	**10. B**
11. C	**12. C**	**13. D**	**14. A**	**15. C**

Câu 1:

Cách giải:

Tập hợp các số nguyên: $\mathbb{Z}$

"$\sqrt{5}$ không là số nguyên" viết là: $\sqrt{5} \notin \mathbb{Z}$

Chọn D.

Câu 2:

Cách giải:

Mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 1 \Rightarrow x > -1$" sai, chẳng hạn $x = -3$ thì $x^2 > 1$ nhưng $x < -1$

Mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 1 \Rightarrow x > 1$" sai, chẳng hạn $x = -3$ thì $x^2 > 1$ nhưng $x < 1$

Mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R}, x > -1 \Rightarrow x^2 > 1$" sai, chẳng hạn $x = 0 > -1$ nhưng $x^2 < 1$

Mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R}, x > 1 \Rightarrow x^2 > 1$" đúng

Chọn D.

Câu 3:

Phương pháp:

Liệt kê các phần tử của tập hợp A, B, C

Cách giải:

$A = \{0;2;4;6;8\}$

$B = \{0;1;2;3;4;5\}$

$C = \{2;3;4;5;6\}$.

Ta có: $B \cup C = \{0;1;2;3;4;5;6\} \Rightarrow A \setminus \left(B \cup C\right) = \{0;8\}$

Chọn D.

Câu 4:

Cách giải:

+ Nếu $m \geq 5$ thì $A \setminus B = (-2;5] \setminus (m;+\infty) = A = (-2;5]$, chứa 7 số nguyên là -1 ; 0 ;1 ;2 ;3 ;4 ;5 (nhiều hơn 3) nên ta loại trường hợp m > 5.

+ Để $A \setminus B \neq \varnothing$ thì m>-2. Xét trường hợp -2<m<5, khi đó $A \setminus B = (-2;5] \setminus (m;+\infty) = (-2;m]$

Chứa 5 số nguyên $-1;0;1;2;3$ thì $m = 3$.

Chọn B.

Câu 5:

Cách giải:

Gọi X là tập hợp học sinh lớp 10A

A là tập hợp các học sinh thích môn Văn.

B là là tập hợp các học sinh thích môn Toán.

Suy ra :

$A \cap B$ là tập hợp các học sinh tham gia cả hai môn Văn và Toán.

$A \cup B$ là tập hợp các học sinh thích môn Văn và Toán.

$X \setminus \left(A \cup B\right)$ là tập hợp các học sinh không thích môn nào.

Ta có : $n(A) = 23; n(B) = 20; n\left(X \setminus \left(A \cup B\right)\right) = 12$

$\Rightarrow$ Số học sinh thích môn Văn và Toán là:

$n\left(A \cup B\right) = 45 - 12 = 33$ (học sinh)

$\Rightarrow$ Số học sinh học sinh thích cả hai môn Văn và Toán là:

$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 23 + 20 - 33 = 10$ (học sinh)

Chọn B.

Câu 6:

Phương pháp:

Xác định đường thẳng $2x+3y=12$ và xét một điểm (không thuộc đường thẳng) xem có thuộc miền nghiệm hay không.

Cách giải:

Đường thẳng $2x+3y=12$ đi qua điểm có tọa độ (6;0) và (0;4) => Loại A, D.

Xét điểm O(0;0), ta có: $2.0+3.0=0<12$ nên O thuộc miền nghiệm của BPT đã cho.

Chọn C.

Câu 7:

Phương pháp:

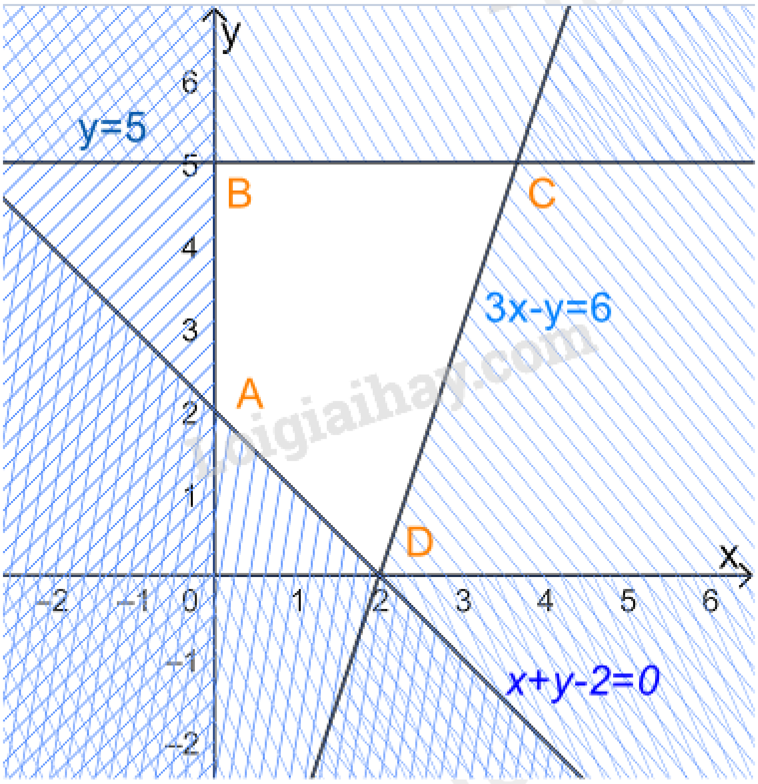
Bước 1: Biểu diễn miền nghiệm, xác định các đỉnh của miền nghiệm

Bước 2: Thay tọa độ các đỉnh vào $F(x;y)=5x-3y$, kết luận giá trị nhỏ nhất.

Cách giải:

Xét hệ bất phương trình $\begin{cases} x\ge 0 \\ 0\le y\le 5 \\ x+y-2\ge 0 \\ 3x-y\le 6 \end{cases}$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ, ta được



Miền nghiệm là miền tứ giác ABCD trong đó $A(0;2), B(0;5), C\left(\frac{11}{3};5\right), D(2;0)$

Thay tọa độ các điểm A, B, C, D vào $F(x;y)=5x-3y$ ta được

$F(0;2)=5.0-3.2=-6$

$F(0;5)=5.0-3.5=-15$

$F\left(\frac{11}{3};5\right)=5.\frac{11}{3}-3.5=\frac{10}{3}$

$F(2;0)=5.2-3.0=10$

Vậy giá trị lớn nhất của F bằng 10.

Chọn B.

Câu 8:

Phương pháp:

Chia cả tử và mẫu của P cho cosx để làm xuất hiện tanx.

Cách giải:

Vì $\tan x=5$ nên $\cos x\neq 0$

Khi đó: $P=\frac{3\sin x+11\cos x}{7\sin x-9\cos x}=\frac{\frac{3\sin x+11\cos x}{\cos x}}{\frac{7\sin x-9\cos x}{\cos x}}=\frac{3\frac{\sin x}{\cos x}+11}{7\frac{\sin x}{\cos x}-9}$

$=\frac{3\tan x+11}{7\tan x-9}=\frac{3.5+11}{7.5-9}=1$

Chọn D.

Câu 9:

Phương pháp:

Áp dụng công thức:

$\sin x+\sin 5x=2\sin\frac{x+5x}{2}\cos\frac{x-5x}{2}$

$\cos x+\cos 5x=2\cos\frac{x+5x}{2}\cos\frac{x-5x}{2}$

Cách giải:

Ta có: $\sin x+\sin 5x=2\sin\frac{x+5x}{2}\cos\frac{x-5x}{2}=2\sin 3x\cos(-2x)$

$\cos x+\cos 5x=2\cos\frac{x+5x}{2}\cos\frac{x-5x}{2}=2\cos 3x\cos(-2x)$

$$\Rightarrow A=\frac{2\sin 3x\cos(-2x)+\sin 3x}{2\cos 3x\cos(-2x)+\cos 3x}=\frac{\sin 3x\left[2\cos(-2x)+1\right]}{\cos 3x\left[2\cos(-2x)+1\right]}=\frac{\sin 3x}{\cos 3x}=\tan 3x$$

Chọn C.

Câu 10:

Phương pháp

$\sin\left(180^\circ-x\right)=\sin x$

$\cos\left(180^\circ-x\right)=-\cos x$

$\tan\left(180^\circ-x\right)=-\tan x$

$\sin\left(90^\circ-x\right)=\cos x$

Cách giải:

Ta có: $A+B+C=180^\circ \Rightarrow \begin{cases} A+B=180^\circ-C \\ \dfrac{A+B}{2}=90^\circ-\dfrac{C}{2} \end{cases}$

Suy ra:

$\sin(A+B)=\sin\left(180^\circ-C\right)=\sin C$ => Loại A

$\cos(A+B)=\cos\left(180^\circ-C\right)=-\cos C$ => Loại B

$\tan(A+B)=\tan\left(180^\circ-C\right)=-\tan C$ => Loại D

$\sin\left(\dfrac{A+B}{2}\right)=\sin\left(90^\circ-\dfrac{C}{2}\right)=\cos\dfrac{C}{2}$

Chọn B.

Câu 11:

Phương pháp:

Áp dụng định lí sin: $\dfrac{a}{\sin A}=2R$

Cách giải:

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC, ta có: $\dfrac{a}{\sin A}=2R$

Mà $a=BC=5, BAC=120^o$

$$\Rightarrow R=\frac{a}{2\sin A}=\frac{5}{2\sin 120^\circ}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$$

Chọn C.

Câu 12:

Phương pháp:

Áp dụng định lí cosin: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

Cách giải:

Ta có: $c = 4, b = 7, \hat{A} = 60^\circ$

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$\Leftrightarrow a^2 = 7^2 + 4^2 - 2.7.4\cos 60^\circ = 37$

$\Rightarrow a = \sqrt{37}$

Lại có: $S = \frac{1}{2}b.c\sin A = \frac{1}{2}a.h_a \Rightarrow h_a = \frac{b.c\sin A}{a} = \frac{7.4.\sin 60^\circ}{\sqrt{37}} \approx 4$

Vậy độ dài đường cao h_a là khoảng 4.

Chọn C.

Câu 13:

Phương pháp:

Thay tọa độ điểm A vào hệ BPT, hệ nào cho ta các mệnh đề đúng thì điểm A thuộc miền nghiệm của hệ BPT đó.

Cách giải

+ Xét hệ $\begin{cases} x + 2y > 9 \\ 3x - y < 5 \end{cases}$, thay $x = 2, y = 3$ ta được: $2 + 2.3 = 8 > 9$ sai nên A(2;3) không thuộc miền nghiệm của hệ BPT.

+ Xét hệ $\begin{cases} 2x - y > 7 \\ x + y \le 3 \end{cases}$, thay $x = 2, y = 3$ ta được: $2.2 - 3 = 1 > 7$ sai nên A(2;3) không thuộc miền nghiệm của hệ BPT.

+ Xét hệ $\begin{cases} 3x + 5 \le 10 \\ 4x - y > 3 \end{cases}$, thay $x = 2, y = 3$ ta được: $3.2 + 5 = 11 \le 10$ sai nên A(2;3) không thuộc miền nghiệm của hệ BPT.

+ Xét hệ $\begin{cases} 2x + 5y > 8 \\ x - 3y \le 4 \end{cases}$, thay $x = 2, y = 3$ ta được: $\begin{cases} 2.2 + 5.3 = 19 > 8 \\ 2 - 3.3 = -7 \le 4 \end{cases}$ đúng nên A(2;3) thuộc miền nghiệm của hệ BPT.

Chọn D.

Câu 14:

Cách giải:

Ta có:

$\sin\left(\frac{5\pi}{2}-x\right)=\sin\left(2\pi+\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$

$\cos(13\pi+x)=\cos(12\pi+x+\pi)=\cos(x+\pi)=-\cos x$

$\sin(x-5\pi)=\sin(x+\pi-6\pi)=\sin(x+\pi)=-\sin x$

$\Rightarrow A=\cos x+(-\cos x)-3(-\sin x)=3\sin x$

Chọn A.

Câu 15:

Cách giải:

Ta có: $5(2x-3y)-3(2x-y+7)>x-3y$

$\Leftrightarrow 10x-15y-6x+3y-21-x+3y>0$
$\Leftrightarrow 3x-9y-21>0$
$\Leftrightarrow x-3y-7>0$

Thay tọa độ các điểm vào BPT:

+ Vì $0-3.0-7=-7<0$ nên $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm

+ Vì $1-3.0-7=-6<0$ nên $A(1;0)$ không thuộc miền nghiệm

+ Vì $3-3.(-2)-7=2>0$ nên $B(3;-2)$ thuộc miền nghiệm

+ Vì $0-3.2-7=-13<0$ nên $C(0;2)$ không thuộc miền nghiệm

Chọn C.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1:

Phương pháp:

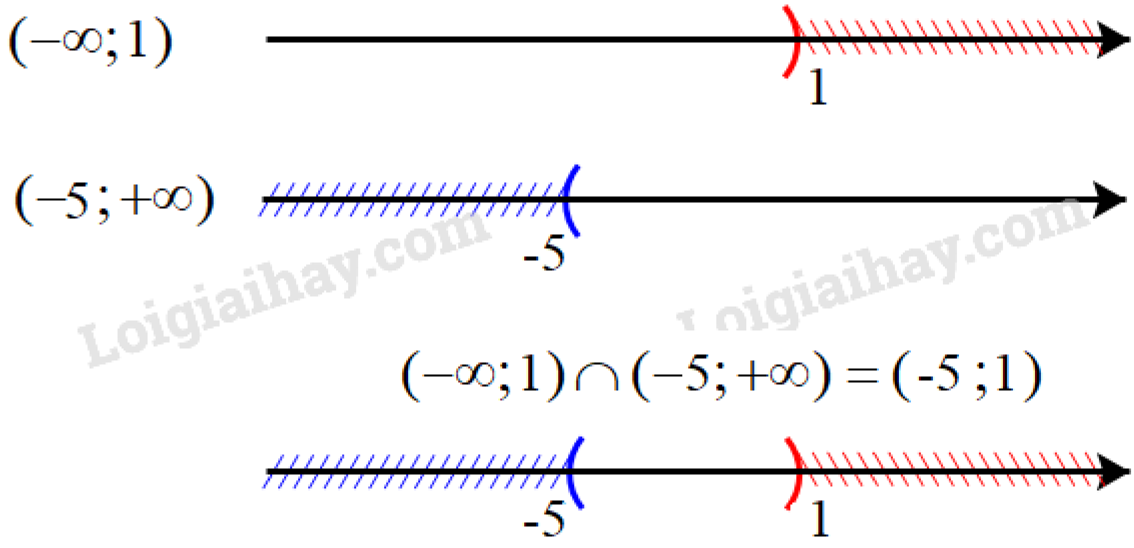
a) $A\cap B=\{x\in A\,|\,x\in B\}$

b) $A\cup B=\{x\,|\,x\in A$ hoặc $x\in B\}$

c, d) $A\setminus B=\{x\in A\,|\,x\notin B\}$

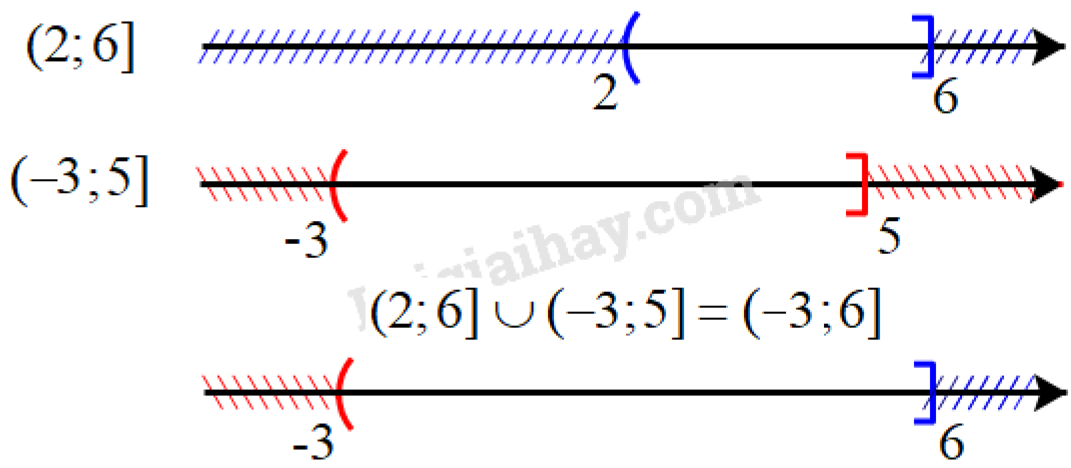
Cách giải:

a) Biểu diễn hai tập $(-\infty;1)$ và $(-5;+\infty)$ trên trục số, ta được:



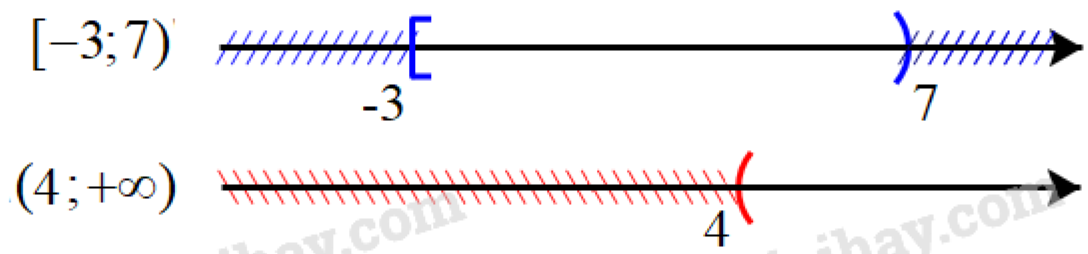
Giao của hai tập hợp: $(-\infty;1)\cap(-5;+\infty)=(-5;1)$

b) Biểu diễn hai tập $(2;6]$ và $(-3;5]$ trên trục số, ta được:



Hợp của hai tập hợp: $(2;6]\cup(-3;5]=(-3;6]$

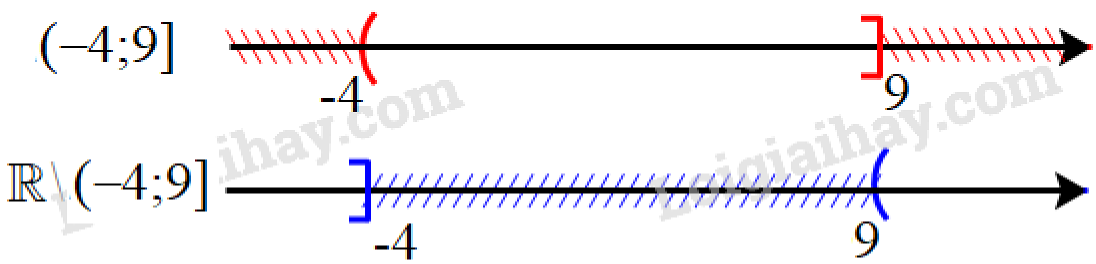
c) Biểu diễn hai tập $(-3;7]$ và $(4;+\infty)$ trên trục số, ta được:



$$[-3;7)\setminus(4;+\infty)=[-3;4]$$

Hiệu của hai tập hợp: $[-3;7)\setminus(4;+\infty)=[-3;4]$

d) Biểu diễn tập $(-4;9]$ trên trục số, ta được:



Hiệu của hai tập hợp: $\mathbb{R}\setminus(-4;9]=(-\infty;-4]\cup(9;+\infty)$

Câu 2:

Nhà cô Minh có mảnh vườn rộng $8m^2$. Cô dự định trồng cà chua và cải bắp trên toàn bộ mảnh vườn đó. Nếu trồng cà chua thì cần 20 công và thu được 300 nghìn đồng trên mỗi m^2. Nếu trồng cải bắp thì cần 30 công và thu được 400 nghìn đồng trên mỗi m^2. Hỏi cần cần trồng mỗi loại cây trên diện tích bao nhiêu để tthu được nhiều tiền nhất mà tổng số công không quá 180?

Cách giải:

Gọi số kg sản phẩm loại A, loại B cần sản xuất mỗi ngày lần lượt là x, y $(x,y\ge 0)$

Để sản xuất x kg sản phẩm loại A cần 2x cân nguyên liệu và 30x giờ sản xuất, lợi nhuận đem lại là 400x nghìn đồng

Để sản xuất y kg sản phẩm loại B cần 4y cân nguyên liệu và 15y giờ sản xuất, lợi nhuận đem lại là 300y nghìn đồng

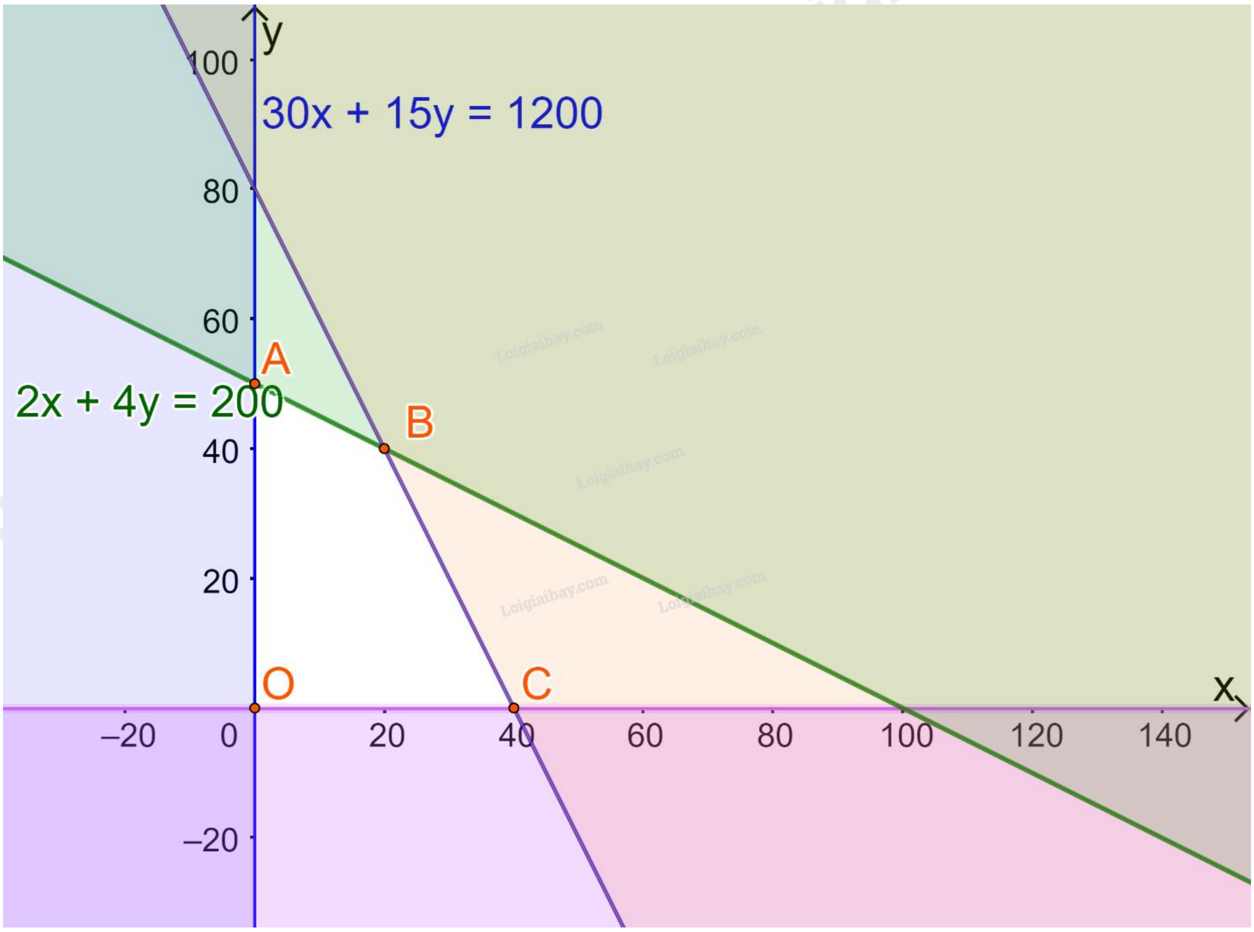
Mỗi ngày có 200 kg nguyên liệu nên $2x+4y\le 200$

Có 1200 giờ làm việc nên $30x+15y\le 1200$

Tổng lợi nhuận đem lại là: $F(x;y)=400x+300y$

Ta có hệ bất phương trình: $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 2x + 4y \le 200 \\ 30x + 15y \le 1200 \end{cases}$

Biểu diễn miền nghiệm trên hệ trục Oxy, ta được:



Miền nghiệm là miền tứ giác OABC (kể cả các cạnh), trong đó $A(0;50), B(20;40), C(40;0), O(0;0)$

Lần lượt thay tọa độ các điểm A, B, C, D vào biểu thức $F(x;y) = 400x + 300y$ ta được:

$F(0;0) = 400.0 + 300.0 = 0$
$F(0;50) = 400.0 + 300.50 = 15000$
$F(20;40) = 400.20 + 300.40 = 20000$
$F(40;0) = 400.40 + 300.0 = 16000$

Do đó F đạt giá trị lớn nhất bằng 15 000 (nghìn đồng) tại $x = 20; y = 40$

Vậy mỗi ngày xưởng đó cần sản xuất 20kg sản phẩm loại A, 40kg sản phẩm loại B để thu về lợi nhuận lớn nhất.

Câu 3:

Phương pháp:

a) Áp dụng hệ quả của định lí cosin: $\cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}; \cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

b) Áp dụng các công thức tính diện tích: $S = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{abc}{4R}$

Định lí sin: $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

Cách giải:

a) Từ định lí cosin, ta suy ra:

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}; \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\Rightarrow b\cos C + c.\cos B = b.\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} + c.\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a} + \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2a}$$

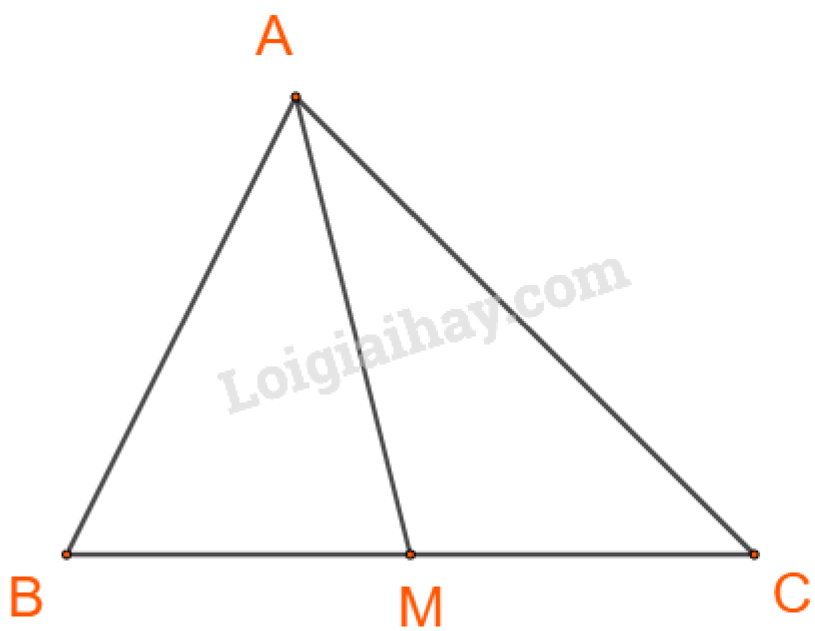
$$= \frac{a^2 + b^2 - c^2 + a^2 + c^2 - b^2}{2a}$$

$$= \frac{2a^2}{2a} = a$$

$$= \frac{1}{2}\left(2b^2 - 2c^2\right) = b^2 - c^2$$

Vậy $a = b.\cos C + c.\cos B$

b) Gọi M là trung điểm BC. Khi đó $AM = m_a$



Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABM, ta có:

$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2.AB.BM.\cos B$

$= c^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2.c.\frac{a}{2}.\cos B$

$= c^2 + \frac{a^2}{4} - ac\cos B$

Mà $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$,

suy ra $m_a{}^2 = c^2 + \frac{a^2}{4} - ac.\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = c^2 + \frac{a^2}{4} - \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2} = \frac{c^2 + b^2}{2} - \frac{a^2}{4}$

Tương tự ta có: $m_b{}^2 = \frac{c^2 + a^2}{2} - \frac{b^2}{4}$; $m_c{}^2 = \frac{b^2 + a^2}{2} - \frac{c^2}{4}$

$\Rightarrow m_a{}^2 + m_b{}^2 + m_c{}^2 = \frac{c^2 + b^2}{2} - \frac{a^2}{4} + \frac{c^2 + a^2}{2} - \frac{b^2}{4} + \frac{b^2 + a^2}{2} - \frac{c^2}{4}$

$= \frac{c^2}{2} + \frac{c^2}{2} - \frac{c^2}{4} + \frac{b^2}{2} + \frac{b^2}{2} - \frac{b^2}{4} + \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4}$

$= \frac{3c^2}{4} + \frac{3b^2}{4} + \frac{3a^2}{4} = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$

Ta được điều phải chứng minh.

Câu 4:

Cách giải:

Xét tam giác ABC có $a = BC, b = AC, c = AB$

Ta có: $S = \frac{1}{2}a.h_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2S}$

Tương tự ta có: $\frac{1}{h_b} = \frac{b}{2S}; \frac{1}{h_c} = \frac{c}{2S}$

$\Rightarrow \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S} = \frac{a+b+c}{2S}$

Lại có: $S = pr = \frac{a+b+c}{2}.r \Rightarrow r = \frac{2S}{a+b+c} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{a+b+c}{2S}$

Do đó $\frac{1}{r} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$ (đpcm).