ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 1

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 12.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1. B	2. A	3. A	4. C	5. A	6. D
7. D	8. C	9. D	10. A	11. D	12. B

Câu 1. Cho hàm số f(x) liên tục trên R có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$	10	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;0)$

B. $(0;2)$

C. $(2;+\infty)$

D. $\mathbb{R}$

Phương pháp giải:

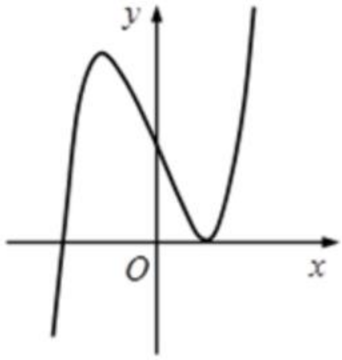
Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Quan sát bảng biến thiên thấy y' < 0 trên khoảng (0;2) nên hàm số nghịch biến trên khoảng (0;2).

Đáp án B.

Câu 2. Đường cong dưới đây là đồ thị hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x + 2$

B. $y = -x^3 - x^2 + 1$

C. $y = x^2 + x + 1$

D. $y = -x^3 - 3x + 2$

Phương pháp giải:

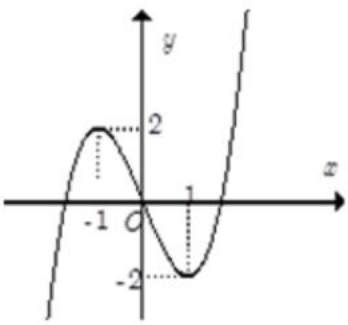
Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Đồ thị có hai cực trị nên là hàm số bậc ba. Nhánh cuối của đồ thị đi lên nên a > 0.

Đáp án A.

Câu 3. Cho hàm số f(x) có đồ thị như hình dưới đây:



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên [-1;1] là:

A. y = 2

B. y = 1

C. x = 2

D. y = 0

Phương pháp giải:

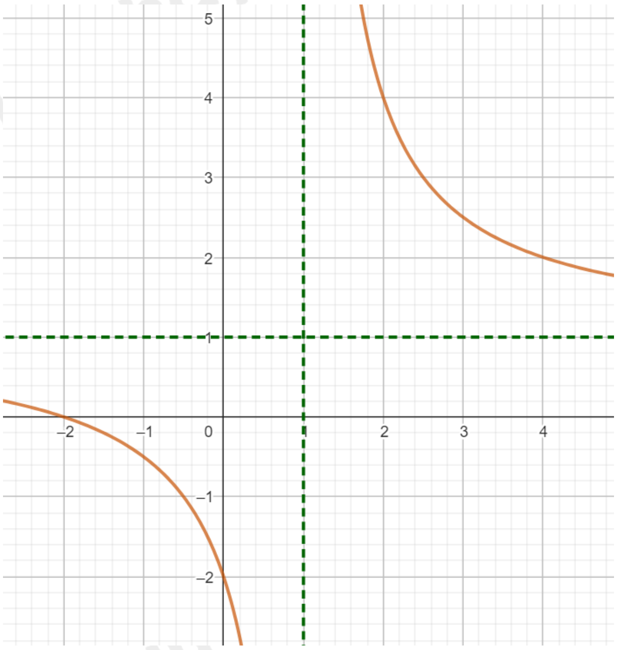
Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Hàm số đạt giá trị lớn nhất y = 2.

Đáp án A.

Câu 4. Cho hàm số f(x) có đồ thị như hình dưới đây:



Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng x = -1, tiệm cận ngang y = 1

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng x = 1, tiệm cận ngang y = -1

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng x = 1, tiệm cận ngang y = 1

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng x = -1, tiệm cận ngang y = -1

Phương pháp giải:

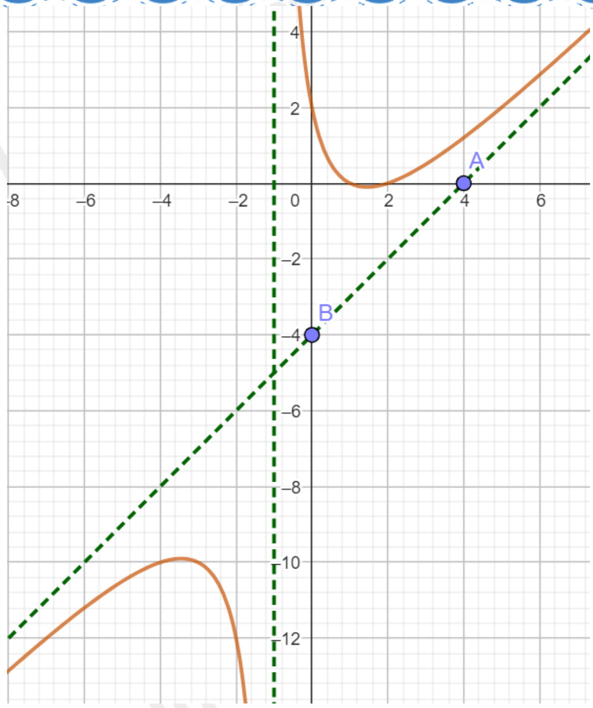
Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Quan sát bảng biến thiên thấy đường tiệm cận đứng có hoành độ bằng 1, đường tiệm cận ngang có tung độ bằng 1 nên tiệm cận đứng là x = 1, tiệm cận ngang là y = 1.

Đáp án C.

Câu 5. Cho hàm số f(x) có đồ thị như hình dưới đây:



Đường tiệm cận xiên của đồ thị đã cho là đường thẳng:

A. y = x - 4

B. y = x + 4

C. y = 4x

D. y = 4

Phương pháp giải:

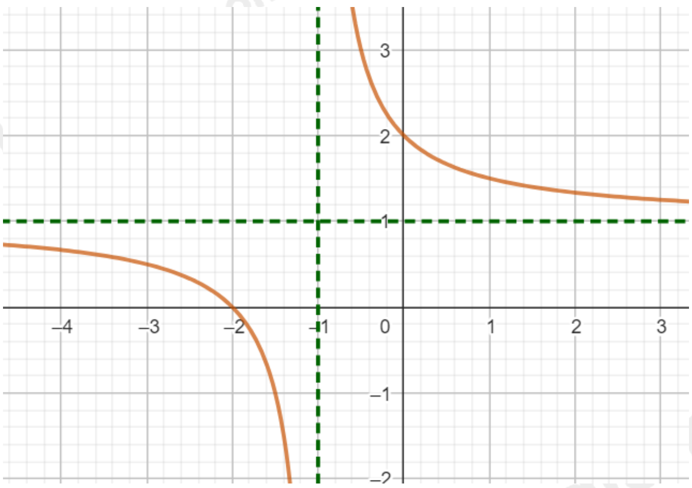
Tìm 2 điểm mà tiệm cận xiên đi qua, từ đó tìm ra phương trình đường tiệm cận xiên.

Lời giải chi tiết:

Quan sát đồ thị thấy điểm A(4;0) và điểm B(0;-4) thuộc đường tiệm cận xiên, suy ra phương trình đường tiệm cận xiên là y = x – 4.

Đáp án A.

Câu 6. Cho hàm số f(x) có đồ thị như hình dưới đây:



Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là:

A. (1;0)

B. (0;-1)

C. (1;1)

D. (-1;1)

Phương pháp giải:

Tìm giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

Lời giải chi tiết:

Quan sát đồ thị thấy giao điểm của hai đường tiệm cận có tọa độ (-1;1) suy ra tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là (-1;1).

Đáp án D.

Câu 7. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Với hai vecto $\vec{a},\vec{b}$ bất kì và số thực k, ta có $k(\vec{a}-\vec{b})=k\vec{a}-\vec{b}$

B. Với hai vecto $\vec{a},\vec{b}$ bất kì và số thực k, ta có $k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}-k\vec{b}$

C. Với hai vecto $\vec{a},\vec{b}$ bất kì và số thực k, ta có $k(\vec{a}-\vec{b})=k\vec{a}\vec{b}$

D. Với hai vecto $\vec{a},\vec{b}$ bất kì và số thực k, ta có $k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$

Phương pháp giải:

Dựa vào lí thuyết phép cộng (trừ) và phép nhân vecto với một số.

Lời giải chi tiết:

Đáp án D.

Câu 8. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên R?

A. $y=\dfrac{x-3}{x+2}$

B. $y=x^3-3x-5$

C. $y=-x^3-2x-5$

D. $y=x^2+4$

Phương pháp giải:

Xét tập xác định và y' của từng hàm số.

Lời giải chi tiết:

Hàm số phải có $y'<0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Chỉ có đáp án C thỏa mãn vì $y'=-3x^2-2<0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$.

Đáp án C.

Câu 9. Giá trị lớn nhất của hàm số $(x-2)^2.e^x$ trên đoạn $[0;3]$ bằng:

A. 0

B. 4

C. e

D. e^3

Phương pháp giải:

Lập bảng biến thiên và tìm GTLN.

Lời giải chi tiết:

$y=(x-2)^2.e^x$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=2(x-2).e^x+(x-2)^2.e^x=(x-2).e^x.[2+(x-2)]=x.(x-2).e^x$

$y'=0$ suy ra x = 0 hoặc x = 2.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		3
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	e^3

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $(x-2)^2.e^x$ trên đoạn $[0;3]$ bằng e^3.

Đáp án D.

Câu 10. Quan sát bảng biến thiên và cho biết bảng biến thiên đó là của hàm số nào.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		-	0 ‖	+	
y	1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1

A. $y=\dfrac{x-2}{x-3}$

B. $y=\dfrac{x-3}{x-2}$

C. $y=\dfrac{x-2}{x+3}$

D. $y=\dfrac{3x-2}{x-1}$

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

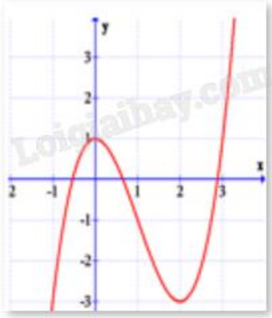
Lời giải chi tiết:

Quan sát bảng biến thiên thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$ nên tiệm cận ngang của đồ thị là y = 1, ta loại đáp án D.

Quan sát bảng biến thiên thấy $\lim\limits_{x\to 3^+} y=+\infty, \lim\limits_{x\to 3^-} y=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị là x = 3, ta loại đáp án B và C.

Đáp án A.

Câu 11: Đồ thị dưới đây là của hàm số nào?



A. $y=-\dfrac{x^3}{3}+x^2+1$

B. $y=-x^3-3x^2+1$

C. $y=2x^3-6x^2+1$

D. $y=x^3-3x^2+1$

Phương pháp giải:

Ta sử dụng cách xác định đồ thị hàm số bậc ba.

Từ hình vẽ tìm một số điểm thuộc đồ thuh hàm số rồi thay tọa độ vào từng đáp án để loại trừ.

Lời giải chi tiết:

Từ hình vẽ ta thấy $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ nên loại A, B.

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ (2;-3) nên thay x = 2; y = -3 vào hai hàm số C, D chỉ thấy hàm số D thỏa mãn.

Đáp án D.

Câu 12. Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng 2a. Tích vô hướng $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ bằng:

A. a^2

B. $2a^2$

C. $4a^2$

D. $8a^2$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính góc giữa hai vecto.

Lời giải chi tiết:

$$\cos\left(\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{BA}\right|.\left|\overrightarrow{BC}\right|}\Leftrightarrow \cos 60^o=\frac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}}{2a.2a}\Leftrightarrow \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=4a^2.\cos 60^o=2a^2.$$

Đáp án B.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

Câu 1. Cho hàm số f(x) xác định trên R có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

a) Hàm số f(x) đồng biến trên mỗi khoảng (0;2) và (2;3)

b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 5

c) Hàm số f(x) có giá trị lớn nhất bằng 3

d) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận

Phương pháp giải:

Quan sát đồ bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Hàm số f(x) nghịch biên trên (0;2) và đồng biến (2;3).

b) Sai. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3 (x = 0, x = 2, x = 3).

c) Đúng. Hàm số f(x) có giá trị lớn nhất bằng 3.

d) Đúng. Đồ thị hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và không có tiệm cận.

Câu 2. Cho hàm số $e^x - 2x + 3$.

a) Hàm số đã cho nghịch biến trên R

b) Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại x = ln2

c) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ (0;4)

d) Đồ thị hàm số đã cho không đi qua gốc tọa độ

Phương pháp giải:

Lập bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = e^x - 2$.

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow e^x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \ln 2$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		ln2		$+\infty$
y'		-	0	+	
y	$+\infty$	↘	$5 - 2\ln 2$	↗	$+\infty$

a) Sai. Hàm số f(x) nghịch biên trên $(-\infty; \ln 2)$ và đồng biến trên $(\ln 2; +\infty)$.

b) Đúng. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại x = ln2.

c) Đúng. Vì khi x = 0 thì y = 4, đồ thị đi qua điểm có tọa độ (0;4).

d) Đúng. Vì gốc tọa độ O(0;0) thay vào hàm số thấy không thỏa mãn.

Câu 3. Cho hình hộp ABCD.A’B’C’D’.

a) Các vecto bằng với vecto $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{D'C'}, \overrightarrow{A'B'}$

b) Vecto đối của vecto $\overrightarrow{A'A}$ là $\overrightarrow{B'B}$

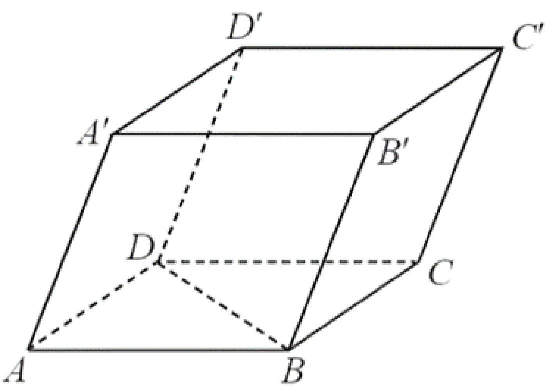
c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{A'B'}$

d) $\overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{C'A}$

Phương pháp giải:

Sử dụng các quy tắc cộng, trừ vecto và lý thuyết các vecto bằng nhau, các vecto đối nhau.

Lời giải chi tiết:



a) Đúng. Các vecto bằng với vecto $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{D'C'}, \overrightarrow{A'B'}$ vì chúng cùng phương, cùng chiều và cùng độ dài.

b) Sai. Hai vecto $\overrightarrow{A'A}, \overrightarrow{B'B}$ cùng chiều nên không phải vecto đối nhau.

c) Đúng. Vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{A'B'}$.

d) Sai. Vì $\overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CC'} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 4. Cho tứ diện ABCD có BA, BC, BD đôi một vuông góc và BA = BC = BD = 1. Gọi I là trung điểm của AC.

a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA}$

b) $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA} = -1$

c) $\overrightarrow{BI}.\overrightarrow{CD} = -\frac{1}{2}$

d) $\left(\overrightarrow{BI}.\overrightarrow{CD}\right) = 120^{o}$

Phương pháp giải:

Sử dụng các quy tắc cộng, trừ vecto và lý thuyết các vecto bằng nhau, các vecto đối nhau, góc giữa hai vecto.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Vì $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC}$ (luôn đúng)

b) Sai. Vì các vecto $\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}$ đôi một vuông góc với nhau nên tích vô hướng của chúng bằng 1.

c) Đúng. Gọi M là trung điểm của AD, ta có $IM = BM = BI = \frac{DC}{2}$ nên tam giác BMI đều.

Suy ra $MIB = 60^o = \left(\overrightarrow{IM},\overrightarrow{IB}\right) = \left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{IB}\right) \Rightarrow \cos 60^o = \cos\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{IB}\right)$

$\Rightarrow -\cos 60^o = \cos\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{BI}\right) \Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{BI}\right) = \frac{-1}{2}$.

d) Đúng. Vì $\cos\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{BI}\right) = \frac{-1}{2} \Rightarrow \left(\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{BI}\right) = 120^o$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

Câu 1. Giả sử hàm số $x^3 - 3x^2 + 4$ đạt cực đại tại x = a và đạt cực tiểu tại x = b. Giá trị của biểu thức a – 2b bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

- Tính y’, tìm các nghiệm của y’ = 0
- Lập bảng biến thiên, tìm điểm cực đại, cực tiểu của hàm số

Lời giải chi tiết:

$y' = 3x^2 - 6x$.

Ta có $y' = 0$ suy ra x = 0 hoặc x = 2.

Ta có bảng biến thiên:

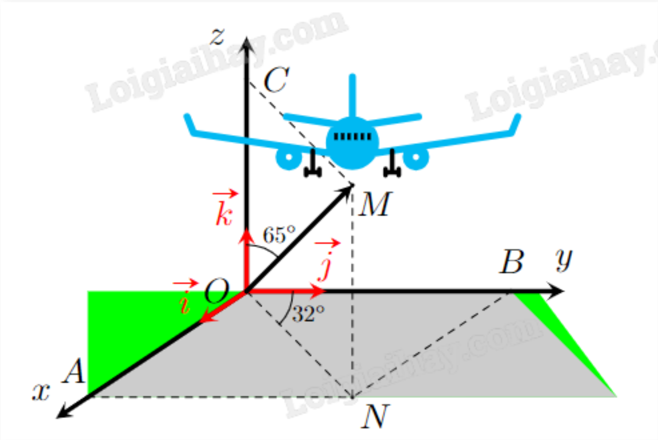
x	$-\infty$		0		2		$-\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y		↗	4	↘	0	↗	

Dựa vào bảng biến thiên thấy hàm số đạt cực đại tại x = 0, đạt cực tiểu tại x = 2.

Vậy $a = 0, b = 2$, khi đó $a - 2b = 0 - 2.2 = -4$.

Đáp án: -4.

Câu 2. Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ Oxyz được thiết lập như hình bên dưới, cho biết M là vị trí của máy bay, OM = 14, $NOB = 32^o$, $MOC = 65^o$. Khi đó, tọa độ điểm M có dạng (a;b;c), tính a + b + c (làm tròn đến hàng phần chục).



Phương pháp giải:

Điểm M có hoành độ bằng OA, tung độ bằng OB và cao độ bằng OC.

Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác để tính OA, OB, OC.

Lời giải chi tiết:

Ta có:

$c = OC = OM.\cos 65^o = 14.\cos 65^o$.

$b = OB = ON.\cos 32^o = OM.\sin 65^o.\cos 32^o = 14.\sin 65^o.\cos 32^o$.

$a = OA = ON.\cos(90^o - 32^o) = OM\sin 65^o.\cos 58^o = 14.\sin 65^o.\cos 58^o$.

Vậy $a + b + c \approx 23,4$.

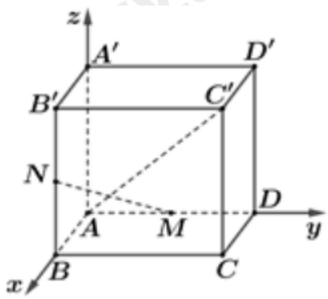
Đáp án: 23,4.

Câu 3. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BB'. Cos của góc hợp bởi MN và AC' bằng $\dfrac{\sqrt{a}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Tính $a + b$.

Phương pháp giải:

Sử dụng phương pháp tọa độ hóa.

Lời giải chi tiết:



Gọi độ dài cạnh hình lập phương ABCD.A'B'C'D' là x.

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz sao cho $O \equiv A, B \in Ox, D \in Oy, A' \in Oz$.

Khi đó, tọa độ các đỉnh là: $A(0;0;0), B(a;0;0), D(0;x;0), A'(0;0;x), B'(x;0;x), C(x,x,x)$.

M là trung điểm của AD suy ra $M\left(0;\dfrac{x}{2};0\right)$.

N là trung điểm của BB’ suy ra $N\left(x;0;\frac{x}{2}\right)$.

Do đó, $\overrightarrow{MN}=\left(x;-\frac{x}{2};\frac{x}{2}\right)$ và $\overrightarrow{AC'}=(x;x;x)$.

Ta có: $\cos(MN,AC')=\left|\cos\left(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{AC'}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{AC'}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right|.\left|\overrightarrow{AC'}\right|}=\frac{x^2}{x\sqrt{3}.x.\frac{\sqrt{6}}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Vậy $a=2,b=3$ suy ra $a+b=2+3=5$.

Đáp án: 5.

Câu 4. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n)=480-20n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

Phương pháp giải:

Tìm sản lượng thu hoạch theo số cá trên một đơn vị diện tích, lập bảng biến thiên cho hàm số đó rồi tìm giá trị lớn nhất.

Lời giải chi tiết:

Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì sau một vụ, số cá trên mỗi đơn vị diện tích mặt hồ trung bình nặng $f(n)=nP(n)=480n-20n^2$ (gam).

Xét hàm số $f(x)=480x-20x^2; x\in(0;+\infty)$.

Ta có: $f'(x)=480-40x=0\Leftrightarrow x=12$.

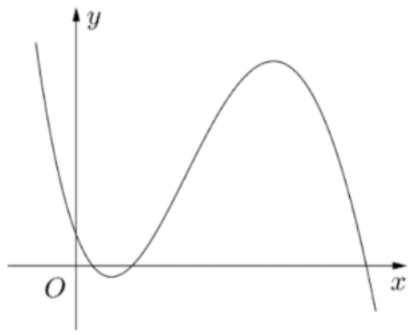
Bảng biến thiên:

x	0		12		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		$\nearrow$	2880	$\searrow$	

Từ bảng biến thiên, hàm f đạt giá trị lớn nhất tại x = 12. Từ đó, f(n) đạt giá trị lớn nhất tại n = 12.

Đáp án: 12.

Câu 5. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d?



Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Quan sát đồ thị, thấy: $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$ suy ra $a < 0$.

Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị của hàm số đã cho $(x_1 < x_2)$.

Quan sát đồ thị, thấy $x_1 + x_2 > 0$ nên $ab < 0$. Mà a < 0 suy ra b > 0.

Quan sát đồ thị, thấy $x_1.x_2 > 0$ nên $ac > 0$. Mà a < 0 suy ra c < 0.

Đồ thị hàm số giao trục tung tại điểm có tung độ d nằm phía trên trục hoành suy ra $d > 0$.

Vậy, trong các số a, b, c, d có hai số b, d dương.

Đáp án: 2.

Câu 6. Tìm hai số có hiệu là 13 sao cho tích của chúng bé nhất. Tổng hai số đó bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Ứng dụng đạo hàm và sử dụng bảng biên thiên để tìm giá trị nhỏ nhất.

Lời giải chi tiết:

Gọi một trong hai số phải tim là x, số kia là x + 13.

Xét tích $P(x) = x(13 + x)$.

Ta có $P'(x) = 2x + 13 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-13}{2}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\frac{13}{2}$		$+\infty$
$P'(x)$		$-$	0	$+$	
$P(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{169}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có $\min P(x) = P\left(\frac{-13}{2}\right) = \frac{-169}{4}$. Vậy tích hai số bé nhất khi một số là $\frac{-13}{2}$ và số kia là $\frac{13}{2}$. Tổng của chúng bằng 0.

Đáp án: 0.