ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 4

Môn: Toán - Lớp 10

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức về mệnh đề và tập hợp, bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 10.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các bài học – chương trình Toán 10.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

1. B	**2. D**	**3. C**	**4. A**	**5. C**
6. B	**7. D**	**8. A**	**9. D**	**10. A**
11. C	**12. B**	**13. D**	**14. A**	**15. C**

Câu 1:

Cách giải:

Tập hợp các số hữu tỉ: $\mathbb{Q}$

"$\sqrt{2}$ là số hữu tỉ" viết là: $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

Chọn B.

Câu 2:

Cách giải:

Phủ định của mệnh đề $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x - 2 > 0$ là $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x - 2 \le 0$

Chọn D.

Câu 3:

Cách giải:

(I): $1\in A$ đúng

(II): $\{3;4\}\in A$ sai. Vì kí hiệu $\in$ không dùng trong quan hệ giữa 2 tập hợp.

(III): $\{2;a;b\}\subset A$ đúng.

(IV): $\{0;b\}\subset A$ sai vì $0\notin A$.

Vậy có 2 mệnh đề đúng.

Chọn C.

Câu 4:

Cách giải:

+ Nếu $m\ge 5$ thì $A\cap B=\varnothing$

+ Nếu $m\le -2$ thì $(-2;5]\subset(m;+\infty)\Rightarrow A\cap B=(-2;5]$, chứa 7 số nguyên

là -1 ; 0 ;1 ;2 ;3 ;4 ;5 (nhiều hơn 5) nên ta loại trường hợp $m\le -2$

+ Nếu $-2<m<5$ thì $A\cap B=(-2;5]\cap(m;+\infty)=(m;5]$.

Để $A\cap B$ chứa đúng 5 số nguyên thì $(m;5]$ chứa đúng 5 số nguyên là : 5 ;4 ;3 ;2 ;1

Hay $m=0$

Chọn A.

Câu 5:

Cách giải:

Gọi X là tập hợp học sinh lớp 10E

A là tập hợp các học sinh học giỏi môn Sử.

B là là tập hợp các học sinh học giỏi môn Địa.

Suy ra :

$A\cap B$ là tập hợp các học sinh học giỏi cả hai môn Sử và Địa.

$A\cup B$ là tập hợp các học sinh lớp 10E

Ta có : $n(A)=28;n(B)=33;n\left(A\cap B\right)=15$

$\Rightarrow$ Số học sinh lớp 10E là:

$n\left(A\cup B\right)=n(A)+n(B)-n\left(A\cap B\right)=28+33-15=46$ (học sinh)

Chọn C.

Câu 6:

Phương pháp:

Xác định đường thẳng $2x+3y=12$ và xét một điểm (không thuộc đường thẳng) xem có thuộc miền nghiệm hay không.

Cách giải:

Đường thẳng $2x+3y=12$ đi qua điểm có tọa độ (6;0) và (0;4) => Loại A, D.

Xét điểm O(0;0), ta có: $2.0+3.0=0<12$ nên O không thuộc miền nghiệm của BPT đã cho.

Chọn B.

Câu 7:

Phương pháp:

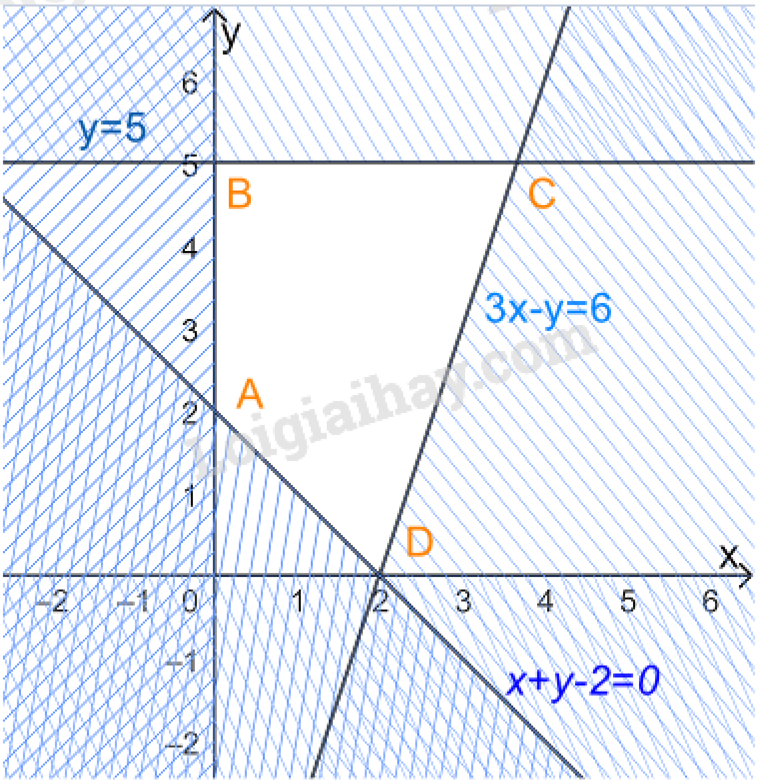
Bước 1: Biểu diễn miền nghiệm, xác định các đỉnh của miền nghiệm

Bước 2: Thay tọa độ các đỉnh vào $F(x;y)=3x+4y$, kết luận giá trị nhỏ nhất.

Cách giải:

Xét hệ bất phương trình $\begin{cases} x\ge 0 \\ 0\le y\le 5 \\ x+y-2\ge 0 \\ 3x-y\le 6 \end{cases}$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ, ta được



Miền nghiệm là miền tứ giác ABCD trong đó $A(0;2),B(0;5),C\left(\frac{11}{3};5\right),D(2;0)$

Thay tọa độ các điểm A, B, C, D vào $F(x;y)=3x+4y$ ta được

$F(0;2)=3.0+4.2=8$

$F(0;5)=3.0+4.5=20$

$F\left(\frac{11}{3};5\right)=3.\frac{11}{3}+4.5=33$

$F(2;0)=3.2+4.0=6$

Vậy giá trị lớn nhất của F bằng 33.

Chọn D.

Câu 8:

Phương pháp:

Chia cả tử và mẫu của P cho cosx để làm xuất hiện tanx.

Cách giải:

Vì $\tan x=3$ nên $\cos x\ne 0$

Khi đó: $P=\dfrac{7\sin x+15\cos x}{11\sin x-9\cos x}=\dfrac{\dfrac{7\sin x+15\cos x}{\cos x}}{\dfrac{11\sin x-9\cos x}{\cos x}}=\dfrac{7\dfrac{\sin x}{\cos x}+15}{11\dfrac{\sin x}{\cos x}-9}$

$=\dfrac{7\tan x+15}{11\tan x-9}=\dfrac{7.3+15}{11.3-9}=\dfrac{3}{2}$

Chọn A.

Câu 9:

Phương pháp:

Áp dụng công thức:

$\sin x+\sin 5x=2\sin\dfrac{x+5x}{2}\cos\dfrac{x-5x}{2}$

$\cos x+\cos 5x=2\cos\dfrac{x+5x}{2}\cos\dfrac{x-5x}{2}$

Cách giải:

Ta có: $\sin x+\sin 5x=2\sin\dfrac{x+5x}{2}\cos\dfrac{x-5x}{2}=2\sin 3x\cos(-2x)$

$\cos x+\cos 5x=2\cos\dfrac{x+5x}{2}\cos\dfrac{x-5x}{2}=2\cos 3x\cos(-2x)$

$\Rightarrow A=\dfrac{2\cos 3x\cos(-2x)+\cos 3x}{2\sin 3x\cos(-2x)+\sin 3x}=\dfrac{\cos 3x\left[2\cos(-2x)+1\right]}{\sin 3x\left[2\cos(-2x)+1\right]}=\dfrac{\cos 3x}{\sin 3x}=\cot 3x$

Chọn D.

Câu 10:

Cách giải:

+ Vì $0<A,B,C<180^\circ$ nên $\sin A,\sin B,\sin C>0$

$\Rightarrow \begin{cases} \sin A.\sin B.\sin C > 0 \\ \sin A + \sin B + \sin C > 0 \end{cases} \Rightarrow$ A sai, D đúng.

+ Ta có: $0 < A, B, C < 180^\circ \Rightarrow 0 < \frac{A}{2}, \frac{B}{2}, \frac{C}{2} < 90^\circ$

$\Rightarrow \cos\frac{A}{2}, \cos\frac{B}{2}, \cos\frac{C}{2} > 0$

$\Rightarrow \cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2} > 0$

Vậy B đúng.

+ Vì $0 < \frac{A}{2}, \frac{B}{2}, \frac{C}{2} < 90^\circ$ nên $\sin\frac{A}{2}, \sin\frac{B}{2}, \sin\frac{C}{2} > 0$ và $\cos\frac{A}{2}, \cos\frac{B}{2}, \cos\frac{C}{2} > 0$

Do đó: $\tan\frac{A}{2}, \tan\frac{B}{2}, \tan\frac{C}{2} > 0 \Rightarrow \tan\frac{A}{2} + \tan\frac{B}{2} + \tan\frac{C}{2} > 0$

Vậy C đúng.

Chọn A.

Câu 11:

Phương pháp:

Áp dụng định lí sin: $\frac{a}{\sin A} = 2R$

Cách giải:

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC, ta có: $\frac{a}{\sin A} = 2R$

Mà $a = BC = 12, BAC = 68^o$

$\Rightarrow R = \frac{a}{2\sin A} = \frac{12}{2\sin 68^\circ} \approx 6,5$

Chọn C.

Câu 12:

Phương pháp:

Áp dụng định lí cosin: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

Cách giải:

Ta có: $c = 4, b = 7, \hat{A} = 60^\circ$

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$\Leftrightarrow a^2 = 7^2 + 4^2 - 2.7.4\cos 60^\circ = 37$

$\Rightarrow a = \sqrt{37}$

Lại có: $S = \dfrac{1}{2}b.c\sin A = \dfrac{1}{2}b.h_b \Rightarrow h_a = \dfrac{b.c\sin A}{b} = c.\sin A = 4.\sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$

Vậy độ dài đường cao h_b là $2\sqrt{3}$.

Chọn B.

Câu 13:

Phương pháp:

Thay tọa độ điểm A vào hệ BPT, hệ nào cho ta các mệnh đề đúng thì điểm A thuộc miền nghiệm của hệ BPT đó.

Cách giải:

+ Xét hệ $\begin{cases} x+2y>9 \\ 3x-y<5 \end{cases}$, thay $x=-2, y=3$ ta được: $-2+2.3=4>9$ sai nên A(-2;3) không thuộc miền nghiệm của hệ BPT.

+ Xét hệ $\begin{cases} 2x-y>7 \\ x+y\le 3 \end{cases}$, thay $x=-2, y=3$ ta được: $-2.2-3=-7>7$ sai nên A(-2;3) không thuộc miền nghiệm của hệ BPT.

+ Xét hệ $\begin{cases} 3x+5\le 10 \\ 4x-y>3 \end{cases}$, thay $x=-2, y=3$ ta được: $3.(-2)+5=-1\le 10$ sai nên A(-2;3) không thuộc miền nghiệm của hệ BPT.

+ Xét hệ $\begin{cases} 2x+5y>8 \\ x-3y\le 4 \end{cases}$, thay $x=-2, y=3$ ta được: $\begin{cases} 2.(-2)+5.3=11>8 \\ -2-3.3=-9\le 4 \end{cases}$ đúng nên A(-2;3) thuộc miền nghiệm của hệ BPT.

Chọn D.

Câu 14:

Cách giải

Ta có:

$$\sin\left(\frac{7\pi}{2}-x\right) = \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{2}-x\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = -\cos x$$

$$\cos(11\pi + x) = \cos(10\pi + x + \pi) = \cos(x+\pi) = -\cos x$$

$$\sin(x-9\pi) = \sin(x+\pi-8\pi) = \sin(x+\pi) = -\sin x$$

$$\Rightarrow A = -\cos x - (-\cos x) - 3(-\sin x) = 3\sin x$$

Chọn A.

Câu 15:

Cách giải:

Ta có: $5(2x+3y)-4(2x+y-7)>x-3y$

$\Leftrightarrow 10x-15y-8x-4y+28-x+3y>0$
$\Leftrightarrow x-16y+28>0$

Thay tọa độ các điểm vào BPT:

+ Vì $0-16.0+28=28>0$ nên $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm

+ Vì $1-16.0+28=29>0$ nên $A(1;0)$ thuộc miền nghiệm

+ Vì $3-16.2+28=-1<0$ nên $B(3;2)$ không thuộc miền nghiệm

+ Vì $0-16.(-2)+28=60>0$ nên $C(0;-2)$ thuộc miền nghiệm

Chọn C.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1:

Phương pháp:

a) $A\cap B=\{x\in A\,|\,x\in B\}$

b) $A\cup B=\{x\,|\,x\in A$ hoặc $x\in B\}$

c, d) $A\setminus B=\{x\in A\,|\,x\notin B\}$

Cách giải:

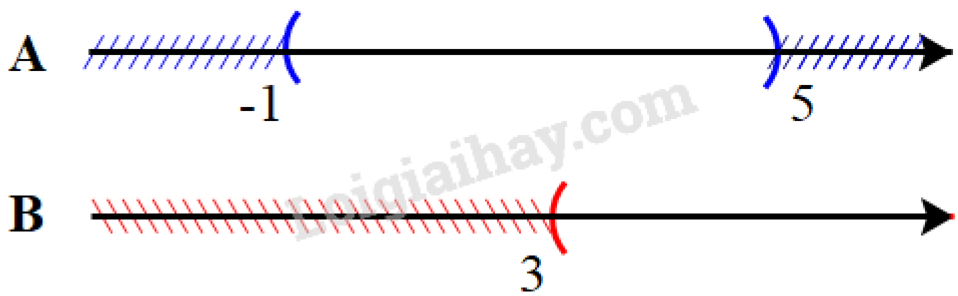
a) $A=\{0;1;2;3\}, B=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,x^2-2x-3=0\}$

Ta có: $x^2-2x-3=0\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x=3\\x=-1\end{array}\right.$

$\Rightarrow B=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,x^2-2x-3=0\}=\{-1;3\}$

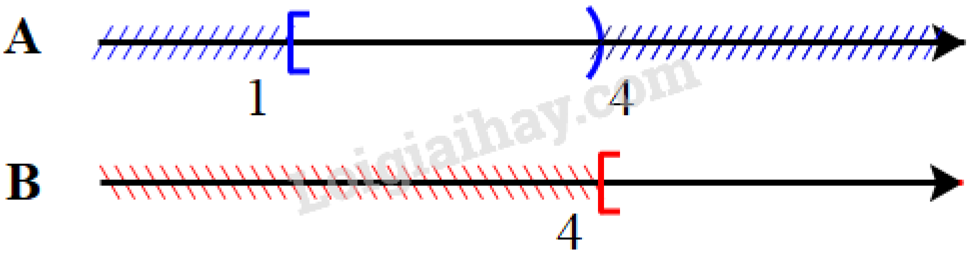
$A\cap B=\{3\}, A\cup B=\{-1;0;1;2;3\}, A\setminus B=\{0;1;2\}, B\setminus A=\{-1\}$

b) $A=(-1;5), B=(3;+\infty)$



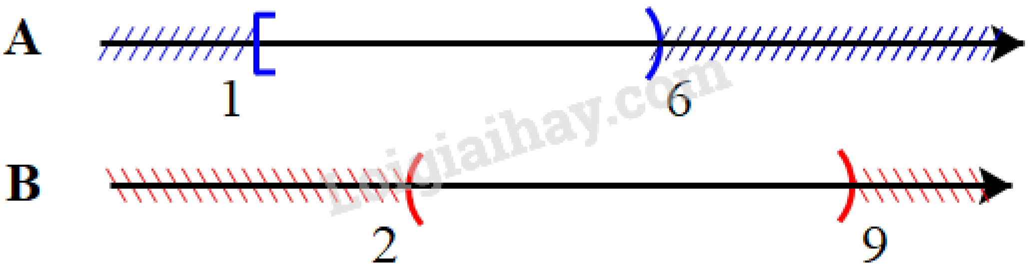
$A\cap B=(3;5), A\cup B=(-1;+\infty), A\setminus B=(-1;3], B\setminus A=[5;+\infty)$

c) $A=[1,4), B=[4;+\infty)$



$A\cap B=\varnothing, A\cup B=[1;+\infty), A\setminus B=[1,4), B\setminus A=[4;+\infty)$

d) $A=\{x\in\mathbb{R}\,|\,1\le x<6\}=[1;6), B=(2;9)$



$A\cap B=(2;6), A\cup B=[1;9), A\setminus B=[1;2], B\setminus A=[2;6]$

Câu 2:

Cách giải:

Gọi thời lượng công ty đặt quảng cáo trên sóng phát thanh, trên truyền hình lần lượt là x, y (phút) $(x,y\ge 0)$

Quảng cáo trên phát thanh dài ít nhất 5 phút nên $x\ge 5$

Quảng cáo trên truyền hình dài nhiều nhất 4 phút nên $0\le y\le 4$

Hiệu quả chung của quảng cáo là $F=x+6y$

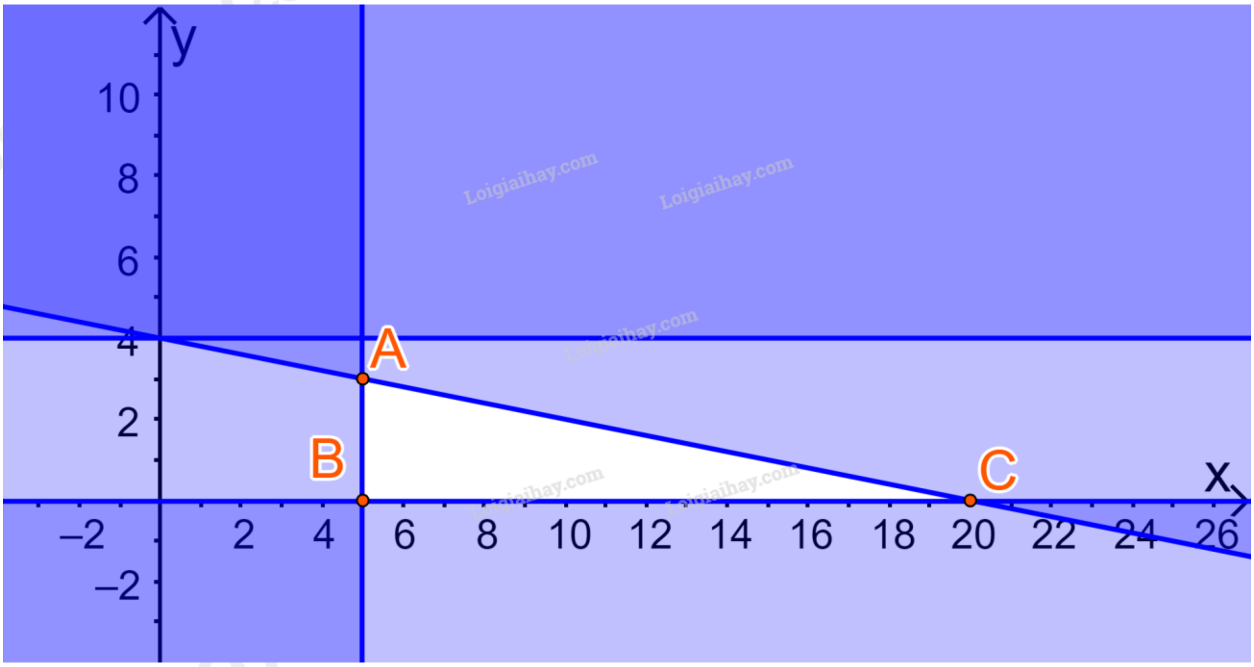
Chi phí cho quảng cáo là: 800 000.x + 4 000 000.y (đồng)

Chi tối đa 16 000 000 đồng cho quảng cáo nên $800000.x+4000000.y\le 16\,000\,000$ hay $x+5y\le 20$

Bài toán trở thành: Tìm x,y sao cho $F=x+6y$ đạt GTLN với các điều kiện:

$$\begin{cases} x\ge 5 \\ 0\le y\le 4 \quad (*) \\ x+5y\le 20 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của (*) trên hệ trục Oxy, ta được:



Miền nghiệm là miền tam giác ABC (kể cả các cạnh), trong đó $A(5;3), B(5;0), C(20;0)$

Lần lượt thay tọa độ các điểm A, B, C, D vào biểu thức $F(x;y) = x + 6y$ ta được:

$F(5;3) = 5 + 6.3 = 23$
$F(5;0) = 5 + 6.0 = 5$
$F(20;0) = 20 + 6.0 = 20$

Do đó F đạt giá trị lớn nhất bằng 23 tại $x = 5; y = 3$

Vậy công ty đó nên đặt quảng cáo 5 phút trên sóng phát thanh và 3 phút trên truyền hình để đạt hiệu quả cao nhất.

Câu 3:

Phương pháp:

a) Áp dụng hệ quả của định lí cosin: $\cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}; \cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

b) Áp dụng các công thức tính diện tích: $S = \dfrac{1}{2}a.h_a = \dfrac{abc}{4R}$

Định lí sin: $\dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$

Cách giải:

a) Từ định lí cosin, ta suy ra:

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}; \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\Rightarrow b\cos C + c.\cos B = b.\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} + c.\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$= \frac{a^2+b^2-c^2}{2a} + \frac{a^2+c^2-b^2}{2a}$$

$$= \frac{a^2+b^2-c^2+a^2+c^2-b^2}{2a}$$

$$= \frac{2a^2}{2a} = a$$

$$= \frac{1}{2}\left(2b^2-2c^2\right) = b^2-c^2$$

Vậy $a = b.\cos C + c.\cos B$

b) Từ định lí cosin ta suy ra: $\cos A = \dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

Lại có $S = \dfrac{1}{2}bc\sin A \Rightarrow \sin A = \dfrac{2S}{bc}$

$$\Rightarrow \cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}}{\frac{2S}{bc}} = \frac{b^2+c^2-a^2}{4S}$$

Tương tự ta có: $\cot B = \dfrac{a^2+c^2-b^2}{4S}; \cot C = \dfrac{a^2+b^2-c^2}{4S}$

$$\Rightarrow \cot A + \cot B + \cot C = \frac{b^2+c^2-a^2}{4S} + \frac{a^2+c^2-b^2}{4S} + \frac{a^2+b^2-c^2}{4S} = \frac{a^2+b^2+c^2}{4S}$$

Câu 4:

Cách giải:

Ta có:

$$\sin(B-C) = \sin B\cos C - \sin C\cos B$$

Mà $\sin B = \dfrac{b}{2R}; \sin C = \dfrac{c}{2R}; \cos B = \dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}; \cos C = \dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

$$\Rightarrow a\sin(B-C) = a.\frac{b}{2R}.\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} - a.\frac{c}{2R}.\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$= \frac{a^2+b^2-c^2}{4R} - \frac{a^2+c^2-b^2}{4R} = \frac{2(b^2-c^2)}{4R} = \frac{b^2-c^2}{2R}$$

Lại có:

$$\sin(C-A) = \sin C\cos A - \sin A\cos C$$

Mà $\sin A = \frac{a}{2R}; \sin C = \frac{c}{2R}; \cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}; \cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

$$\Rightarrow b\sin(C-A) = b.\frac{c}{2R}.\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} - b.\frac{a}{2R}.\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

$$= \frac{b^2+c^2-a^2}{4R} - \frac{a^2+b^2-c^2}{4R} = \frac{2(c^2-a^2)}{4R} = \frac{c^2-a^2}{2R}$$

$$\Rightarrow a\sin(B-C) + b\sin(C-A) = \frac{b^2-c^2}{2R} + \frac{c^2-a^2}{2R} = \frac{b^2-a^2}{2R}$$

Do đó $a\sin(B-C) + b\sin(C-A) = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{b^2-a^2}{2R} = 0 \Leftrightarrow b^2 - a^2 = 0 \Leftrightarrow b = a$$

Vậy tam giác ABC cân tại C.