ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 7

Môn: Toán học - Lớp 11

Bộ sách Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 11 – Kết nối tri thức.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 11.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAHAY.COM

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

1. A	2. B	3. C	4. A	5. C	6. D
7. C	8. B	9. A	10. C	11. D	12. C

Câu 1. Góc có số đo $\frac{\pi}{6}$ radian bằng bao nhiêu độ?

A. 30^{o}

B. 45^{o}

C. 60^{o}

D. 90^{o}

Phương pháp giải:

Áp dụng quan hệ giữa radian và độ: $1\text{rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^{o}$, $1^{o} = \frac{\pi}{180}\text{rad}$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\frac{\pi}{6}\text{rad} = \frac{\pi}{6}.\frac{180^{o}}{\pi} = 30^{o}$.

Đáp án A.

Câu 2. Cho $\cos\alpha = -\frac{1}{4}$ với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Giá trị của $\sin\alpha$ là?

A. $\sin\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$

B. $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$

C. $\sin\alpha = \frac{15}{16}$

D. $\sin\alpha = -\frac{15}{16}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ và sử dụng đường tròn lượng giác để xét dấu.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{15}{16}$, suy ra $\sin\alpha = \pm\frac{\sqrt{15}}{4}$.

Vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên điểm cuối của cung α thuộc cung phần tư thứ III, do đó $\sin\alpha < 0$.

Vậy $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$.

Đáp án B.

Câu 3. Giá trị lượng giác $\cos\left(\frac{37\pi}{12}\right)$ bằng?

A. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

B. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

C. $-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

D. $-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức cộng lượng giác $\cos(a-b) = \cos a.\cos b + \sin b.\sin a$.

Lời giải chi tiết:

$$\cos\frac{37\pi}{12} = \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{12}\right) = -\cos\frac{\pi}{12} = -\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= -\left(\cos\frac{\pi}{3}.\cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{3}.\sin\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}.$$

Đáp án C.

Câu 4. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = |\sin x|$

B. $y = x^2.\sin x$

C. $y = \dfrac{x}{\cos x}$

D. $y = x + \sin x$

Phương pháp giải:

Cho hàm số y = f(x) liên tục và xác định trên khoảng (đoạn) K. Với mỗi $x \in K$ thì $-x \in K$.

- Nếu f(x) = f(-x) thì hàm số y = f(x) là hàm số chẵn trên tập xác định.

- Nếu f(-x) = -f(x) thì hàm số y = f(x) là hàm số lẻ trên tập xác định.

Lời giải chi tiết:

Xét phương án A, hàm số $y = |\sin x|$ có tập xác định D = R, suy ra có $x \in R$ thì $-x \in R$.

Mặt khác, $f(-x) = |\sin(-x)| = |-\sin x| = \sin x = f(x)$.

Vậy hàm số đáp án A là hàm số chẵn.

Đáp án A.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\cos x = 0$ là?

A. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Phương pháp giải:

Nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản.

Lời giải chi tiết:

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Đáp án C.

Câu 6. Số hạng thứ 3 của dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3 \end{cases}$ là?

A. 5

B. 8

C. 28

D. 13

Phương pháp giải:

Tìm lần lượt u_2, u_3 bằng cách thay n vào công thức tổng quát.

Lời giải chi tiết:

Ta có:

$$u_2 = 2u_{2-1} + 3 = 2u_1 + 3 = 2.1 + 3 = 5$$

$$u_3 = 2u_{3-1} + 3 = 2u_2 + 3 = 2.5 + 3 = 13$$

Đáp án D.

Câu 7. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. 1; 4; 8; 10

B. 2; 3; 5; 8; 9

C. 0; 2; 4; 6; 8

D. 1; 3; -5; -7; -9

Phương pháp giải:

Dãy số lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi hai phần tử liên tiếp sai khác nhau một hằng số.

Lời giải chi tiết:

Xét hiệu các phần tử liên tiếp trong các dãy số, chỉ có dãy ở đáp án C phần tử sau hơn phần tử liền trước 2 đơn vị (8 – 6 = 6 – 4 = 4 – 2 = 2 – 0 = 2).

Đáp án C.

Câu 8. Cho dãy số có các số hạng đầu là $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; ...$ Số hạng tổng quát của dãy số là:

A. $u_n = \frac{n+1}{n}$

B. $u_n = \frac{n}{n+1}$

C. $u_n = \frac{n-1}{n}$

D. $u_n = \frac{n^2 - n}{n+1}$

Phương pháp giải:

Viết các số hạng đầu của từng đáp án để kiểm tra.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $0 = \frac{0}{0+1}; \frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}; \frac{2}{3} = \frac{2}{2+1}; \frac{3}{4} = \frac{3}{3+1}; \frac{4}{5} = \frac{4}{4+1}$. Vậy $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Đáp án B.

Câu 9. Bảng thống kê thời gian (phút) giải một bài toán của một lớp có 45 học sinh được ghi lại như sau:

Thời gian (phút)	8	10	11	12	13	14	15	16	18
Số học sinh	1	4	4	3	10	7	5	6	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là?

A. 10

B. 18

C. 8

D. 12

Phương pháp giải:

Khoảng biến thiên bằng hiệu giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu.

Lời giải chi tiết:

Giá trị nhỏ nhất của mẫu là 18, giá trị lớn nhất là 8 nên khoảng biến thiên là 18 – 8 = 10.

Đáp án A.

Câu 10. Nhóm số liệu ghép nhóm thường được cho dưới dạng:

A. (a; b), trong đó a là đầu mút trái, b là đầu mút phải

B. [a; b], trong đó a là đầu mút trái, b là đầu mút phải

C. [a; b), trong đó a là đầu mút trái, b là đầu mút phải

D. (a; b], trong đó a là đầu mút trái, b là đầu mút phải

Phương pháp giải:

Lý thuyết ghép nhóm mẫu số liệu.

Lời giải chi tiết:

Nhóm số liệu ghép nhóm thường được cho dưới dạng [a; b), trong đó a là đầu mút trái, b là đầu mút phải.

Đáp án C.

Câu 11: Số nghiệm của phương trình $\sin 2x + \cos x = 0$ trên $[0; 2\pi]$ là

A. 3

B. 1

C. 2

D. 4

Phương pháp giải:

Biến đổi phương trình trở thành dạng phương trình tích, đưa về giải phương trình lượng giác cơ bản.

Lời giải chi tiết:

$\sin 2x + \cos x = 0 \Leftrightarrow 2\sin x.\cos x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x.(2\sin x + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ 2\sin x + 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \sin x = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \text{ với } k \in \mathbb{Z}. \\ x = \dfrac{7\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$$

Vì $x \in [0; 2\pi]$ nên chỉ có 4 nghiệm thỏa mãn: $x = \left\{\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{3\pi}{2}; \dfrac{7\pi}{6}; \dfrac{11\pi}{6}\right\}$.

Đáp án D.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -10$ và $u_{15} = 60$. Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A. 560

B. 480

C. 570

D. 475

Phương pháp giải:

Tìm số hạng đầu và công sai dựa theo công thức $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Từ đó tìm tổng 20 số hạng đầu tiên $S_n = \dfrac{(u_1 + u_n)n}{2}$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\begin{cases} u_5 = u_1 + 4d \\ u_{15} = u_1 + 14d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10 = u_1 + 4d \\ 60 = u_1 + 14d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -38 \\ d = 7 \end{cases}$

Từ đó ta tính được $u_{20} = -38 + (20-1)7 = 95$.

Vậy tổng 20 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_{20} = \dfrac{(u_1 + u_{20}).20}{2} = \dfrac{(-38+95).20}{2} = 570$.

Đáp án C.

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho phương trình lượng giác $2\sin\left(x - \dfrac{\pi}{12}\right) + \sqrt{3} = 0$. Khi đó

a) Phương trình tương đương $\sin\left(x - \dfrac{\pi}{12}\right) = \sin\dfrac{\pi}{3}$

b) Phương trình có nghiệm là $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi$; $x = \dfrac{7\pi}{12} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$

c) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\dfrac{\pi}{4}$

d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi;\pi)$ là hai nghiệm

Phương pháp giải:

Giải phương trình lượng giác $\sin x = a$:

- Nếu $|a| > 1$ thì phương trình vô nghiệm.

- Nếu $|a| \le 1$ thì chọn cung α sao cho $\sin\alpha = a$. Khi đó phương trình trở thành:

$$\sin x = \sin\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right. \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải chi tiết:

$$2\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - \frac{\pi}{12} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{12} = \pi + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{17\pi}{12} + k2\pi \end{array}\right.$$

a) Sai. $2\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

b) Sai. Phương trình có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$; $x = \frac{17\pi}{12} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$

c) Đúng. Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{4}$

d) Đúng. Hai nghiệm thuộc khoảng $(-\pi;\pi)$ là $x = -\frac{\pi}{4}$ và $x = -\frac{7\pi}{12}$.

Câu 2. Cho $\cos\alpha = -\frac{1}{4}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó

a) $\sin^2\alpha = \frac{15}{16}$

b) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$

c) $\tan\alpha = \sqrt{15}$

d) $\cot\alpha = -\frac{1}{\sqrt{15}}$

Phương pháp giải:

a) Áp dụng công thức $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ và dựa vào góc phần tư của đường tròn lượng giác để xét dấu.

b) Áp dụng công thức $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ và dựa vào góc phần tư của đường tròn lượng giác để xét dấu.

c) $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{1}{\cot\alpha}$

d) $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{1}{\tan\alpha}$

Lời giải chi tiết:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{15}{16} \Rightarrow \sin\alpha = \pm\frac{\sqrt{15}}{4}.$$

Vì $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$ nên điểm cuối của cung α thuộc góc phần tư thứ III nên $\sin\alpha < 0$. Vậy $\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{15}}{4}$.

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-\frac{1}{4}}{-\frac{\sqrt{15}}{4}} = \sqrt{15}; \ \cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{1}{\sqrt{15}}.$$

a) Đúng.

b) Sai.

c) Đúng.

d) Sai.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2^n + 1$. Khi đó

a) Dãy số (u_n) là dãy số tăng

b) Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn

c) $u_6 = 65$

d) Số hạng thứ n + 2 của dãy số là $u_{n+2} = 2^n.2$

Phương pháp giải:

a) Dãy số (u_n) là dãy số giảm nếu $u_n > u_{n+1}$. Dãy số (u_n) là dãy số tăng nếu $u_n < u_{n+1}$.

b) Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn nếu (u_n) vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức tồn tại hai số m, M sao cho $m \le u_n \le M \ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$.

c) Tính u_6 bằng công thức $u_n = 2^n + 1$.

d) Thay n + 2 vào n trong công thức số hạng tổng quát $u_n = 2^n + 1$.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. $u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} + 1 - (2^n + 1) = 2^{n+1} - 2^n = 2^n(2-1) = 2^n > 0$ với mọi n. Vậy dãy số là dãy tăng.

b) Sai. Dãy không bị chặn trên vì không có giá trị M nào để $2^n < M$ với mọi n. Vậy dãy số không bị chặn.

c) Đúng. $u_6 = 2^6 + 1 = 64 + 1 = 65$.

d) Sai. $u_{n+2} = 2^{n+2} + 1 = 4.2^n + 1$.

Câu 4. Một thư viện thống kê số lượng sách được mượn mỗi ngày trong ba tháng ở bảng sau:

Số sách	[15,5; 20,5)	[20,5; 25,5)	[25,5; 30,5)	[30,5; 35,5)	[35,5; 40,5)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)
Giá trị đại diện	18	23	28	33	38	43	48
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là 90.

b) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu là nhóm [35,5; 40,5).

c) Số sách được mượn trung bình mỗi ngày làm tròn đến hàng phần mười là 34,6.

d) Trung vị của mẫu số liệu trên làm tròn đến hàng phần trăm là 34,57.

Phương pháp giải:

a) Cỡ mẫu là tổng tần số trong bảng số liệu.

b) Nhóm chứa mốt là nhóm có tần số lớn nhất.

c)

Nhóm	$[a_1; a_2)$	$[a_2; a_3)$	…	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	m_1	m_2	…	m_k

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là $\overline{x} = \frac{m_1x_1 + \ldots + m_kx_k}{n}$

Trong đó, $n = m_1 + \ldots + m_k$ là cỡ mẫu và $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ (với $i = 1, 2, \ldots, k$) là giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$.

d) Để tính *trung vị* của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1: Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ p: $[a_p; a_{p+1})$.

Bước 2: Trung vị

$$M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \ldots + m_{p-1})}{m_p}.(a_{p+1} - a_p),$$

trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p. Với p = 1, ta quy ước $m_1 + \ldots + m_{p-1} = 0$.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Cỡ mẫu của mẫu số liệu là: n = 3 + 6 + 15 + 27 + 22 + 14 + 5 = 92.

b) Sai. Nhóm chứa mốt là [30,5; 35,5).

c) Đúng. Số sách được mượn trung bình mỗi ngày xấp xỉ bằng:

(18.3 + 23.6 + 28.15 + 33.27 + 38.33 + 43.14 + 48.5) : 92 = 34,6 (quyển sách).

d) Đúng. Gọi $x_1, x_2, \ldots, x_{92}$ là số lượng sách được mượn mỗi ngày và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó, trung vị là $\frac{x_{46} + x_{47}}{2}$. Do hai giá trị x_{46}, x_{47} thuộc nhóm [30,5; 35,5) nên nhóm này chứa trung vị.

Trung vị là $M_e = 30,5 + \dfrac{\dfrac{92}{2} - (3+6+15)}{27}.(35,5 - 30,5) = \dfrac{1867}{54} \approx 34,57$.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hằng ngày mực nước tại một cảng biển lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước theo thời gian t (giờ) trong một ngày được cho bởi công thức $h = 11 + 2\sin\left(\dfrac{\pi}{12}t\right)$ với $0 \le t \le 24$. Tính thời điểm mực nước tại cảng cao nhất.

Phương pháp giải:

Tìm t sao cho hàm số $h = 11 + 2\sin\left(\dfrac{\pi}{12}t\right)$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải chi tiết:

$h = 11 + 2\sin\left(\dfrac{\pi}{12}t\right)$ đạt giá trị lớn nhất khi $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}t\right) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{\pi}{12}t = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 6 + 24k$ (giờ).

Vì $0 \le t \le 24$ nên chỉ có giá trị t = 6 thỏa mãn.

Vậy thời điểm mực nước tại cảng cao nhất là lúc 6 giờ.

Đáp án: 6.

Câu 2. Phương trình $2\sin 2x + 4\cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng (0;3000)?

Phương pháp giải:

Giải phương trình lượng giác bằng cách biến đổi về dạng phương trình tích. Xét họ nghiệm trong khoảng (0;3000) để tìm số giá trị k nguyên thỏa mãn.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $2\sin 2x + 4\cos x = 0 \Rightarrow 4\sin x.\cos x + 4\cos x = 0 \Rightarrow 4\cos x.(\sin x + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \sin x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \dfrac{3\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Xét họ nghiệm $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$, ta có:

$$0 < \frac{\pi}{2} + k\pi < 3000 \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} < k\pi < 3000 - \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{3000}{\pi} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow -0,5 < k < 954,43.$$

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0;1;2;3;...;954\}$, tức có 955 giá trị k thỏa mãn.

Vậy phương trình có 955 nghiệm thuộc khoảng (0;3000).

Đáp án: 955.

Câu 3. Công ty cây xanh X trồng 496 cây hoa trong một khu vườn hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây hoa, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây hoa trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi công ty cây xanh X trồng được bao nhiêu hàng cây trong khu vườn hình tam giác đó.

Phương pháp giải:

Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng với tổng n số hạng là 496, số hạng đầu $u_1 = 1$ công sai d = 1.

Tìm n.

Lời giải chi tiết:

Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng với tổng n số hạng là 496, số hạng đầu $u_1 = 1$ công sai d = 1.

Ta có: $496 = \frac{2.1 + (n-1).1}{2}.n \Leftrightarrow 992 = (2 + n - 1).n \Leftrightarrow n^2 + n - 992 = 0$.

Ta tính được n = 31 hoặc n = -32 (loại).

Vậy số hàng cây trồng được là 31 hàng.

Đáp án: 31.

Câu 4. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n + \frac{1}{n}$. Tìm m để dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi m.

Phương pháp giải:

Chứng minh dãy số tăng và bị chặn dưới tại $m = u_1$.

Lời giải chi tiết:

Xét $u_{n+1} - u_n = \left(n + 1 + \frac{1}{n+1}\right) - \left(n + \frac{1}{n}\right) = 1 + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) + \frac{1}{n+1}$.

Ta có: $n \ge 1 \Leftrightarrow \frac{1}{n} < 1 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{n} > 0$; $n \ge 1 \Rightarrow \frac{1}{n+1} > 0$.

Vậy $u_{n+1} - u_n > 0$, tức dãy số tăng.

Khi đó, dãy bị chặn dưới bởi $u_1 = 1 + \frac{1}{1} = 2 = m$.

Đáp án: 2

Câu 5. Một thư viện thống kê số lượng sách được mượn mỗi ngày trong ba tháng ở bảng sau:

Số sách	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]	[31; 35]	[36; 40]	[41; 45]	[46; 50]
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Phương pháp giải:

Để tìm *mốt* của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa mốt), giả sử là nhóm j: $[a_j; a_{j+1})$.

Bước 2: Mốt được xác định là

$$M_o = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})}.h$$

trong đó m_j là tần số của nhóm j (quy ước $m_o = m_{k+1} = 0$) và h là độ dài của nhóm.

Lời giải chi tiết:

Số liệu ở bảng trên được hiệu chỉnh như sau:

Số sách	[15,5; 20,5)	[20,5; 25,5)	[25,5; 30,5)	[30,5; 35,5)	[35,5; 40,5)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)
Giá trị đại diện	18	23	28	33	38	43	48
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu là nhóm [30,5; 35,5).

Do đó $u_m = 30,5$; $n_{m-1} = 15$, $n_{m+1} = 22$; $u_{m+1} - u_m = 35,5 - 30,5 = 5$.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_o = u_m + \frac{n_m - n_{m-1}}{(n_m - n_{m-1}) + (n_m - n_{m+1})}.(u_{m+1} - u_m)$$

$$= 30,5 + \frac{27 - 15}{(27 - 15) + (27 - 22)}.5 = 34.$$

Đáp án: 34.

Câu 6. Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiểu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	[0,9; 0,95)	[0,95; 1,0)	[1,0; 1,05)	[1,05; 1,1)	[1,1; 1,15)
Số viên pin	10	20	35	15	5

Tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu.

Phương pháp giải:

Để tính tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_1, giả sử đó là nhóm thứ p: $[a_p; a_{p+1})$. Khi đó,

$$Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - \left(m_1 + ... + m_{p-1}\right)}{m_p} . (a_{p+1} - a_p)$$

Trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p.

Với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + ... + m_{p-1} = 0$

Để tính tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_3, giả sử đó là nhóm thứ p: $[a_p; a_{p+1})$. Khi đó,

$$Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - \left(m_1 + ... + m_{p-1}\right)}{m_p} . (a_{p+1} - a_p)$$

Trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p. Với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + ... + m_{p-1} = 0$

Tứ phân vị thứ hai Q_2 chính là trung vị M_e.

Lời giải chi tiết:

Tổng số viên pin là: 10 + 20 + 35 +15 + 5 = 85.

Gọi $x_1; x_2; x_3; ...; x_{85}$ lần lượt là số viên pin theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}\left(x_{21} + x_{22}\right)$ thuộc nhóm [0,95; 1,0) nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 0,95 + \frac{\frac{85}{4} - 10}{20}\left(1,0 - 0,95\right) = 0,98$.

Đáp án: 0,98.